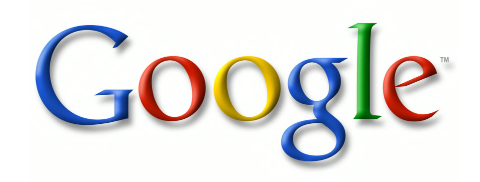
This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com





A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`


BIBLIOTHEK
.839-C
ALT-

Digitized by Google

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

Digitized by Google

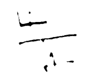
Digitized by Google

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS

PUBLIÉS PAR



L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

TOME XL.



BRUXELLES,

F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE.

1876

392839-C.

Digitized by Google



Digitized by Google

TABLE

DES

MÉMOIRES CONTENUS DANS LE TOME XL.

CLASSE DES SCIENCES.

—



Digitized by Google

MÉMOIRE

SUR LES

CARACTÈRES MINÉRALOGIQUES ET STRATIGRAPHIQUES

DES

ROCHES DITES PLUTONIENNES

DE

LA BELGIQUE ET DE L'ARDENNE FRANÇAISE;

PAR

MM. Ch. DE LA VALLÉE POUSSIN,

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN,

et

A. RENARD, S. J.,

PROFESSEUR AU COLLÉGE DE LA COMPAGNIE DE JÉSUS, A LOUVAIN.

Devise : « *Quo exactius introspicies ipsas corporum*
» *partes, eo minus de origine dubitabis.* »

LEIBNIZ, *Protogäa* XXV.

(Mémoire couronné par la classe des sciences de l'Académie le 15 décembre 1874.)





Digitized by Google

INTRODUCTION.

En essayant de répondre à la question posée par l'Académie, nous ne nous dissimulons pas la difficulté de l'entreprise. Nous ne nous dissimulons pas davantage tout ce que nos recherches ont d'imparfait, et ce que plusieurs de nos conclusions laissent d'incertitude. Tel qu'est notre travail nous le présentons simplement comme une tentative où l'on s'efforce de pénétrer un peu plus avant qu'il n'a été fait jusqu'ici, dans l'observation des roches les plus obscures peut-être de toute la série des terrains.

Les roches dites plutoniennes qui dépendent du sol belge et de l'Ardenne française se sont formées à des époques très-reculées et sont enchâssées dans des terrains marins d'une grande antiquité, qui, selon toutes les probabilités, ont été notablement modifiés depuis le temps de leur dépôt. L'interprétation géologique des roches en question est des plus embarrassantes. Si l'on peut avec vraisemblance soupçonner quelques-unes des conditions où se formèrent les trachytes et les basaltes, que bon nombre de circonstances rapprochent des produits volcaniques actuels, il n'en est plus de même quand il s'agit des roches cristallines d'apparence porphyrique associées aux systèmes cambriens et siluriens de l'Ardenne et du Brabant. L'allure et la com-

Digitized by Google

position minéralogique contrastent autant que le mode d'origine dans une coulée de lave et dans un dépôt d'alluvion marin. Mais quand on passe aux terrains anciens qui ont éprouvé des mouvements mécaniques énergiques, une pression très-considérable et une transformation profonde, les différences de texture et de composition, entre des masses stratifiées provenant du transport ou de la précipitation dans le sein de l'eau, et les matières poussées de l'intérieur du globe, peuvent s'effacer au point qu'il devient très-malaisé de distinguer les unes des autres. C'est là le cas de plusieurs des roches dont nous devons traiter dans ce mémoire. Ces roches ont été diversement interprétées par les géologues, et, en ce qui nous concerne, il nous arrivera de considérer comme clastiques les mêmes masses que des observateurs dont nous admirons le talent ont envisagées comme éruptives. Sans même s'élever jusqu'à ces questions d'origine, la simple composition minéralogique de ces masses plutoniennes, qui ont subi les actions physiques et chimiques durant tant de siècles, tient à chaque pas le naturaliste en échec, tantôt parce que cette composition atteint une complication extrême par suite de l'agencement d'éléments de diverses provenances qui ont subi l'action métamorphique à tous les degrés, tantôt parce que cette même composition est comme voilée par une altération avancée et qui a pénétré à des profondeurs bien plus considérables qu'on ne le croirait au premier abord [1].

L'examen des rapports de position entre les masses d'apparence plutonienne et les terrains stratifiés qui les encaissent est d'un grand secours quand il peut se poursuivre sur une étendue suffisante. On sait, par exemple, combien ce genre de considérations à servi Sedgwich, Murchison et leurs continuateurs du *Geological Survey* dans leurs interprétations des terrains de la principauté de Galles. Malheureusement cet examen est forcément très-

[1] Les observations microscopiques nous ont prouvé, comme on le verra plus loin, que les masses porphyriques de Quenast et de Lessines sont altérées même dans les points les plus bas atteints par l'exploitation, c'est-à-dire à 40 et 50 mètres au-dessous de la superficie.


Digitized by Google

restreint dans le cas de la plupart des roches qui font l'objet du présent travail. Parfois même il est absolument impraticable [1]. On n'ignore pas que les terrains tertiaires et quaternaires recouvrent presque toujours le sol ancien du Brabant, et il arrive que l'on est contraint d'apprécier les caractères d'une roche cristalline d'après une surface de quelques mètres carrés, mise au jour au milieu des limons. Ajoutons que les plissements et les dérangements des couches sont portés à l'extrême dans les systèmes ardennais de l'Ardenne et rhénans du Brabant : c'est pourquoi il n'est guère de massif géognostique où les lacunes des coupes naturelles soient plus regrettables, car il n'en est guère où les déductions du géologue soient moins à même de suppléer à l'absence des faits.

L'application du microscope à l'étude de la structure des roches taillées en lames minces transparentes a fait faire de grands progrès à la pétrographie depuis un petit nombre d'années. A en juger par les résultats obtenus, particulièrement en Allemagne, on peut affirmer que le microscope devient un instrument géognostique de premier ordre. Des masses d'un aspect uniforme que l'observation la plus attentive à l'œil nu ne montrait que comme une sorte de pâte tout d'une venue, et que l'analyse chimique était tout aussi impuissante à déchiffrer, se déclarent sous le microscope comme un agrégat d'éléments micro-cristallins d'espèces variées, parfaitement individualisés et reconnaissables. Comme l'a indiqué dans son mémoire sur la formation du Basalte un pétrographe de beaucoup de talent [2], ce que le télescope nous apprend dans les profondeurs célestes quand il résout en étoiles distinctes la faible et uniforme lueur de certaines nébuleuses, le microscope le révèle quand il découvre dans la pâte informe d'une roche un réseau de grains et de polyèdres cristallins juxtaposés. L'association avec le microscope des appa-

[1] Par exemple à Lessines, au Vert-Chasseur, à Hozémont, etc.

[2] L. Dressel, S. J, *Die Basaltbildung in ihren einzelnen Umständen erörtert*, p. 24. Mémoire couronné. Haarlem, 1867.

Digitized by Google

reils propres à mettre en jeu la lumière polarisée et le polychroïsme a donné plus de sûreté et de vivacité encore à la manifestation des principes minéraux des roches, et fourni des moyens de distinction commodes, dont nous avons pu apprécier toute la valeur à l'occasion de ces études. Pour quiconque a médité les rapports nécessaires, qui unissent un agrégat minéral quelconque constituant une roche avec les agents géologiques de tout genre qui l'ont édifié tel qu'il est, il est évident que cette sorte d'anatomie microscopique des roches que l'on commence à pratiquer, est d'une vaste portée, notamment en ce qui concerne les masses cristallines. C'est là sans doute ce que l'Académie a eu en vue quand, à propos de la question relative aux roches plutoniennes, elle a insisté sur l'examen à l'aide du microscope. C'est aussi le genre d'étude auquel nous nous sommes particulièrement appliqués dans la réponse que nous avons l'honneur d'offrir à l'Académie; si nous avons la confiance d'avoir, en signalant quelques faits nouveaux, contribué à faire mieux connaître les roches du pays, nous en sommes redevables surtout à ce mode de recherches, qui ne leur avait pas encore été appliqué jusqu'à présent.

Mais à ce dernier point de vue encore, nous devons à la vérité de déclarer que les roches dites plutoniennes de l'Ardenne française et de la Belgique conservent le *privilége* d'obscurité, dont nous avons parlé à d'autres égards. L'observation à l'aide de la lumière transmise des lames de roches assez amincies pour devenir transparentes, a été préconisée d'abord en Angleterre par M. Sorby, qui l'appliqua avec beaucoup de sagacité et de succès à quelques fragments polis différents d'âge et d'origine. Détourné depuis par d'autres études, Sorby abandonna en quelque sorte le mode d'investigation dont il était le promoteur aux pétrographes allemands, qui l'ont employé à peu près seuls depuis une dizaine d'années. Or ceux-ci, comme il était naturel de le faire, observèrent avant tout les roches éruptives des dernières périodes de l'histoire du globe, parce que ce sont celles qui se prêtent le mieux à l'examen microscopique, grâce à leur état frais, à la fluidité plus ou moins complète dont elles

Digitized by Google

ont joui, à la séparation plus nette des éléments, à la distinction tranchée chez la plupart des parties vitreuses et des parties cristallisées, grâce aussi à l'ensemble de renseignements que nous possédons sur leur histoire. Que l'on consulte la liste déjà longue des travaux allemands sur la texture microscopique des roches, les mémoires et notices de Zirkel, Vogelsang, Bořicky, Rosenbusch, von Lasaulx, etc., — on remarquera qu'ils roulent généralement sur les Laves, les Basaltes, les Trachytes, les Phonolites; ce n'est que dans des cas assez rares qu'ils traitent des roches de la période paléozoïque ou de la période cristallo-phyllienne; plus rarement encore ils décrivent les roches clastiques.

Au moment où nous écrivons nous ne connaissons que très-peu de travaux d'ensemble fait à l'aide du microscope sur les roches plutoniennes des anciens âges du globe. La réponse que nous offrons à la question posée par l'Académie a précisément pour objet principal d'étudier un ensemble de roches cristallines fort anciennes par les méthodes microscopiques nouvellement mises en usage : elle nous conduit donc sur un terrain à peu près impratiqué, hérissé de beaucoup d'obstacles, dont nous ne nous flattons pas d'être restés maitres.

On n'a pas beaucoup écrit sur les roches plutoniennes de la Belgique et de l'Ardenne française, bien que certaines d'entre elles jouissent de quelque célébrité dans la science. Il sera fait mention au fur et à mesure de leur description des principales recherches dont ces roches furent l'objet. Nous nous bornons à dire ici que, dès ses premières publications, d'Omalius d'Halloy avait insisté sur les masses cristallines de Quenast, de Lessines, et de Mairus. Dans un mémoire composé dès 1813, mais imprimé seulement en 1822, il décrit la roche de Quenast avec beaucoup de précision; et chose digne de remarque, il en apprécie mieux le rang minéralogique que ne le faisait Alexandre Brongniart, le grand pétrographe du temps : il l'appelle une *diorite*, il en énumère les caractères minéralogiques plus exactement que ne le

Digitized by Google

fit plus tard Dumont dans ses mémoires [1]. D'Omalius signale également les caractères des roches porphyroïdes de Mairus, du département des Ardennes, avec une telle justesse d'expression que M. Elie de Beaumont se contente de le reproduire dans l'explication de la carte géologique de France [2].

Dans l'intervalle, Drapiez avait le premier fait connaître l'épidote et l'axinite dans les fissures de la roche de Quenast. Après 1842 MM. Sauvage et Buvignier publièrent leur excellente description des Ardennes françaises [3]. Ce livre consciencieux renseigna le public savant sur les diverses apparitions des roches à cristaux plus ou moins volumineux de feldspath rencontrées dans la vallée de la Meuse, dans les vallées latérales ou aux environs de Rimogne, il fit reconnaître aussi dans la même région de la France la présence de roches amphiboliques, les unes à texture granitoïde, les autres à texture schisteuse.

Puis vinrent les grands mémoires d'André Dumont, qui, dans sa pétrographie minutieuse des systèmes les plus anciens de la Belgique et des Ardennes françaises, a indiqué avec un coup d'œil consommé toutes les roches que la présence de certains silicates, tels que les feldspaths, les hornblendes et les actinotes, ou certains minéraux pyroxéniques, rangent à part des terrains quartzo-schisteux habituels à la contrée. Non-seulement Dumont reconnut et limita soigneusement tous les affleurements de ces roches cristallines, mais il scruta les détails de leur structure et de leur composition d'après l'inspection à l'œil nu, il les classa méthodiquement suivant la nature et le mode d'agencement des espèces essentielles qui les constituent, c'est-à-dire selon les vrais principes de la pétrographie, enfin il interpréta leurs caractères géologiques considérant la plupart d'entre elles comme constituant des

[1] D'Omalius d'Halloy, *Mémoire pour servir à la description géologique des Pays-Bas, de la France, etc.*, pp. 39 et seq. Namur, 1828.

[2] D'Omalius, *op. cit.*, pp. 118 et seq. — Elie de Beaumont et Dufrénoy, *Explication de la carte géologique de la France*, t. I, pp. 258 et seq.

[3] Sauvage et Buvignier, *Statistique minéralogique et géologique du département des Ardennes.* Mézières, 1842.

Digitized by Google

typhons, des culots ou des dykes postérieurs aux terrains à travers lesquels ils sont injectés, et le plus petit nombre comme des couches sédimentaires métamorphosées sous l'influence des foyers d'éruption qui avaient produit les premières. Nos études personnelles nous conduisent à nous séparer de Dumont sur certains points; ce qui ne surprendra point si l'on songe que nous avons pu mettre en œuvre des procédés de recherche qui n'étaient pas à la disposition de ce grand observateur. Après les mémoires de Dumont, nous rencontrons un travail capital sur la roche de Quenast par M. Delesse, travail où l'on remarque toutes les qualités d'un pétrographe éminent et sur lequel nous reviendrons [1].

Les disciples ou les successeurs de Dumont, en particulier MM. Dewalque, Malaise et Gosselet, se sont occupés à leur tour dans plusieurs parties de leurs écrits des roches porphyroïdes de la Belgique. On leur doit la connaissance de quelques gisements nouveaux. Ces savants d'ailleurs n'ont point parfaitement suivi l'auteur de la carte géologique de la Belgique dans les descriptions ou la classification de ces roches anciennes; mais aucun de ces naturalistes n'a publié de travaux spéciaux sur elles, leur objectif principal ayant toujours été la stratigraphie ou la paléontologie des couches sédimentaires [2].

Dans les pages qui suivent nous aborderons successivement les principaux massifs censés plutoniens de la Belgique et de l'Ardenne française. A l'occasion de chaque massif nous décrirons le gisement, l'aspect externe de la roche tel qu'il ressort de l'examen à l'œil nu ou à la loupe; ce que pour abréger l'on peut nommer avec les Allemands l'*examen macroscopique*. Nous ajoutons quelques descriptions des cristaux dans les circonstances trop rares

[1] Delesse, *Bulletin de la Soc. géol. de France*, 2e série, t. VII, pp. 310 et seq.; 1850.

[2] Une réponse à cette même question des roches plutoniennes que nous essayons de traiter ici, fut adressée l'an dernier à la classe des sciences de l'Académie royale. Cette réponse n'a pas été imprimée. Mais M. Malaise, auteur du travail, en a donné depuis un résumé succinct. (*Bull. de l'Académie*, t. XXXVIII, juillet 1874). Il y décrit la pétrographie des roches plutoniemes d'après les bases précédemment admises, et il signale plusieurs gisements nouveaux.

Digitized by Google

où nous en avons pu recueillir qui soient susceptibles d'être mesurés au goniomètre, ou explorés par la méthode des zones. Les notations cristallographiques employées correspondront à celles de M. Descloizeaux dans son manuel de minéralogie. Mais nous y associerons généralement les symboles de Naumann répandus aujourd'hui dans l'Europe centrale et septentrionale. Nous avons donné quelques analyses de minéraux et de roches [1]. Enfin quand il y aura lieu, c'est-à-dire quand nous aurons pu saisir, par l'inspection des faits, des indices suffisants pour former une opinion, nous exprimerons la nôtre sur les caractères éruptifs, ou métamorphiques ou clastiques du massif considéré.

Après cela nous passons à l'examen microscopique qui occupe la grande partie de ce mémoire. Comme on pourra le voir, ce mode d'observation nous a rendu des services. Il nous a mis à même, dans plusieurs cas, de mieux juger la composition minéralogique qu'on ne l'avait fait dans les travaux antérieurs. Il nous a conduit à changer le nom attribué à certains porphyres, parfois en nous apprenant à distinguer des minéraux de petites dimensions sur la vraie nature desquels on s'était mépris; d'autres fois en nous montrant la présence constante dans le tissu de la roche de certains silicates qui n'avaient été aperçus que rarement et que l'on considérait à tort comme étant tout à fait accidentels. Cette exploration par le microscope nous a également révélé le rôle très-important joué dans les roches porphyroïdes par plusieurs espèces minérales qui n'avaient guère été indiquées jusqu'à présent en Bel-

[1] Nous regrettons de ne pas pouvoir fournir un plus grand nombre d'analyses. C'est une lacune de notre travail; le temps nous a manqué à cet égard. Toutefois, dans le cas présent, il ne faut pas s'exagérer l'importance de cette lacune. Les minéraux microscopiques sur la nature desquels nous ne nous prononçons qu'avec réserve sont la plupart inabordables au chimiste. D'un autre côté, les roches cristallines dont il est question dans notre Mémoire sont généralement très-altérées. L'analyse brute de ces roches ne permet pas de les classer avec certitude. Cela ressort, comme on le verra plus loin, des analyses de dix-sept roches plutoniennes récemment publiées par M. Chevron dans les *Annales de la Société géologique de Belgique*.

Digitized by Google

gique. Elle nous a permis aussi dans quelques circonstances de nous prononcer avec vraisemblance sur le caractère éruptif ou clastique d'une masse à texture porphyroïde, en ajoutant des données très-précieuses aux observations faites en grand du gisement. Elle a pu aussi nous renseigner d'une manière positive sur l'époque relative où avait cristallisé tel minéral pendant la consolidation de la masse rocheuse dont il dépend. Dans une occasion, à propos des roches de Quenast, la considération de certaines enclaves microscopiques des cristaux de quartz, enclaves renfermant des solutions salines sursaturées, nous a permis de hasarder quelques chiffres sur les conditions probables de température et de pression où cette grande masse a cristallisé. Pour parvenir aux résultats consignés dans ce mémoire, nous avons fait user et polir, dans des échantillons de roches belges et françaises, environ deux cent cinquante plaques minces transparentes. Nous les avons fait confectionner chaque fois sur les fragments recueillis dans des portions différentes d'un même massif et nos conclusions dans chaque cas reposent toujours sur l'observation de plusieurs lames. A propos de la plus importante de toutes ces masses plutoniennes, celle de Quenast, nous avons examiné plus de quarante plaques. La précieuse collection de lames minces que M. le professeur Zirkel avait mise à notre disposition nous a permis d'appuyer nos résultats par l'étude comparative des roches étrangères dont quelques-unes offraient des analogies avec celles que nous devons décrire.

Nous n'avons pas craint de multiplier les dessins représentant les plages de roches observées au microscope, imitant en cela l'exemple des hommes les plus éminents qui nous ont précédés dans ce genre de travaux pétrographiques. Nous avons fait ces dessins avec tout le soin dont nous sommes capables, et avec une stricte fidélité. C'est pourquoi ces derniers, à défaut des plaques elles-mêmes, sont pour tout savant au courant de la micrographie des roches la preuve de nos assertions. De plus, nous déclarons, en terminant ces préliminaires, que sur beaucoup de nos dessins et sur bon nombre de nos

Digitized by Google

déterminations et interprétations minérales, nous avons recueilli l'assentiment des hommes les plus compétents à qui nous les avions confiés; qu'il nous soit permis de remercier à cette occasion : particulièrement MM. Zirkel, vom Rath, von Lasaulx et C. Lossen, autant pour leurs excellents conseils que pour l'attention et l'appui qu'ils ont prêtés à nos travaux.

Louvain, 30 juillet 1874.

Digitized by Google

MÉMOIRE

SUR

LES CARACTÈRES MINÉRALOGIQUES ET STRATIGRAPHIQUES

DES

ROCHES DITES PLUTONIENNES

DE LA BELGIQUE ET DE L'ARDENNE FRANÇAISE.

LES MASSIFS DE QUENAST ET DE LESSINES.

DIORITE QUARTZEUSE

(CHLOROPHYRE DE DUMONT).

Les roches à texture porphyrique, désignées communément sous le nom de *porphyres de Quenast*, apparaissent près du village de ce nom, et y sont plus ou moins à découvert sur un espace en forme de croissant qui, en comprenant les porphyres de la commune de Rebecq-Rognon, couvre 60 à 70 hectares de superficie. Elles surgissent dans une région où le sol est formé de couches schisto-phylladeuses et de quartzites siluriens. Les relations des porphyres avec les strates qui les avoisinent ne peuvent pas bien se juger : d'abord parce que les terrains siluriens sont presque toujours cachés sous des formations plus récentes; ensuite parce que nulle part, du moins aujour-

Digitized by Google

d'hui, le contact des terrains anciens et des porphyres n'est mis à jour [1]. Le lieu visible à l'extérieur et où la série régulière des couches de sédiment se rapproche le plus des carrières est situé dans le chemin creux montant du village de Quenast vers Chapeaumont. On y remarque, à 25 mètres du porphyre exploité, des phyllades d'un gris bleu foncé à texture serrée, parmi lesquels sont intercalés quelques lits minces à points feldspathiques. Ces phyllades sont presque verticaux ou inclinent vers le sud, et quelques joints de *cisage* des exploitations les plus proches paraissent concorder avec ce pendage [2].

[Tel était l'état de nos connaissances sur les relations de la masse porphyrique de Quenast avec les terrains adjacents en juin 1874. Le tunnel ou

[1] Du temps de Dumont on apercevait, en quelques endroits des carrières, les limites de la masse exploitée et des phyllades situés au bord nord. Ces points ne sont plus accessibles : ils sont ensevelis aujourd'hui sous les déblais énormes des carrières qui forment de véritables collines.

Dumont signale aussi un petit affleurement de schistes rhénans vers la limite ouest de la masse porphyrique, au voisinage de la carrière, actuellement délaissée, qui a nom Pierrequette.

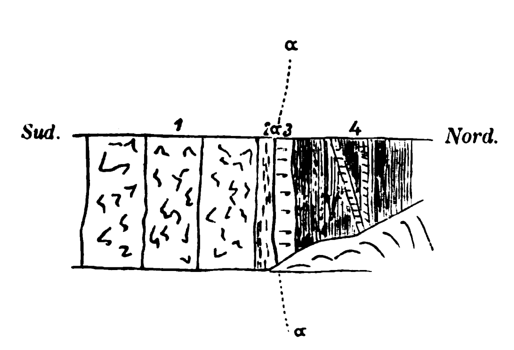
C'est encore là un fait qui n'est pas susceptible d'être vérifié dans l'état présent des choses.

Dumont, avisant un point situé au nord des carrières, visible de son temps, et où l'on apercevait la limite de la masse porphyrique, dit : « le phyllade qui joint le chlorophyre de la car-
» rière des Pendants est, vers le *joint d'injection*, noir et en partie transformé en une glaise,
» dans laquelle il y a des veines presque entièrement formées de très-petits cristaux cubiques
» de pyrite et des couches de quartz renfermant diverses substances, telles que la limonite, etc. »
(*Mém. de l'Acad.*, t. XXII, p. 302). Les renseignements que nous avons recueillis chez d'anciens employés de Quenast sont jusqu'à un certain point d'accord avec ce qui précède. On nous a montré des morceaux assez volumineux de quartz blanc jaunâtre translucide, qui étaient comme noyés dans une terre noirâtre, et que l'on nous a affirmé provenir de l'éponte septentrionale. Il est éminemment probable que, sur la presque totalité de leur pourtour, les roches cristallines de Quenast, de même que celles de Lessines, sont en pleine décomposition et réduites en une sorte d'argile, et que le quartz, comme il ne manque guère d'arriver en cas semblable, a cristallisé comme produit secondaire avec une grande abondance. Nous avons appris à Quenast qu'on exécutera incessamment un tunnel destiné à relier directement le fond des excavations avec le vallon situé au nord. Ce tunnel recoupera la limite des roches porphyriques.

[2] M. d'Omalius (*Mémoires géologiques*, p. 41) avait remarqué, il y a plus de soixante ans, la concordance dont nous parlons, et il en avait conclu l'existence dans les roches porphyriques de Quenast de véritables couches avec stratification semblable à celles des schistes des environs. Mais les joints en question correspondent-ils à des couches? Ne résultent-ils pas du retrait et de mouvements mécaniques? Quenast à cet égard est dépourvu de certains arguments qu'on peut faire valoir pour Lessines. — Voir plus loin.


Digitized by Google

bouveau, annoncé dans la note (n° 2, p. 2), ayant été poussé en janvier 1875 jusqu'au delà des confins mutuels du porphyre et du schiste, nous a permis, du moins dans un espace de quelques mètres carrés, d'explorer le joint limite du porphyre au nord. Le diagramme ci-contre représente la série des roches à l'endroit du bouveau, lequel est situé à 30 mètres environ en contre-bas de la surface supérieure du sol.



1. — Diorite quartzeuse de Quenast, plus ou moins altérée sur $1^m,50$ à 2 mètres, à partir de la ligne *αα*.

2. — $0^m,25$ à $0^m,30$ de diorite désagrégée passant à une argile plastique ferrugineuse.

α-α. — Joint qui termine la masse dioritique.

3. — Veine de quartz blanc de $0^m,30$ à $0^m,35$ d'épaisseur renfermant de la pyrite et de la limonite et immédiatement appliquée contre le joint *α-α*.

4. — Phyllade bleu noirâtre feuilleté, dont la schistosité parallèle au joint *α-α* est presque verticale ou pend un peu vers le nord. Ce phyllade est comme pénétré à certaines places de veinules quartzeuses très-fines. On y voit aussi une ou deux veines de quartz de plusieurs centimètres d'épaisseur.

Nous retrouvons ici des faits très-analogues à ceux que Dumont avait constatés autrefois à la limite visible du porphyre. La seule différence sensible est l'altération plus grande du phyllade et sa conversion en une terre argileuse, observées par Dumont à la partie supérieure. Cette altération est à peine indiquée dans le bouveau, ce qui prouve qu'elle n'est pas causée par l'émission de la masse porphyrique, car les phénomènes seraient inverses. Mais il y a plus : la coupe précédente ne permet pas de considérer la limite septentrionale du porphyre de Quenast comme un *joint d'injection*, suivant l'expression de Dumont, mais bien comme une faille. C'est la seule interprétation qu'autorise la parfaite intégrité du phyllade (n° 4 de la coupe) au contact de la roche éruptive. Nous avons recueilli des fragments de phyllade immédiatement appliqués contre les veines quartzeuses (n° 3 de la coupe), et que nous ne sommes pas capables de distinguer de ceux qui affleurent

Digitized by Google

dans les vallées de la Senne, à 120 mètres au nord. Cette intégrité des phyllades à leur limite nous empêche également d'admettre que le porphyre se soit étendu comme une nappe sur ces mêmes phyllades à l'époque où ils constituaient le fond de la mer silurienne, bien que l'idée en puisse venir quand on remarque le parallélisme qui subsiste entre la limite du porphyre et les bancs phylladeux. Nous concluons de ce qui précède que le joint septentrional actuel du porphyre de Quenast et du terrain quartzo-schisteux est le résultat de mouvements postérieurs aux roches rapprochées, et ne peut ainsi par conséquent décider la question de la contemporanéité ou de la postériorité du porphyre relativement aux couches siluriennes du voisinage.]

Des nombreuses carrières citées par Dumont à Quenast et à Rebecq-Rognon, il y a vingt-cinq ans, quelques-unes ont été abandonnées ou comblées par des débris, la plupart se sont rejointes par le fait des progrès de l'exploitation.

En ce moment (juin 1874) on voit dans ce district cinq grandes excavations qui se succèdent dans l'ordre suivant, en faisant le tour par le nord, de l'est à l'ouest et en revenant au sud : le Champ d'Asile, les Pendants, les Bleus, les Buts, le Bois de Neppe.

Le Champ d'Asile et les Bleus sont des cavités d'une grandeur saisissante et qui figurent sans doute parmi les plus vastes carrières du monde. L'exploitation du Bois de Neppe nous paraît dépasser au sud-est les limites du porphyre indiquées sur la carte géologique de la Belgique.

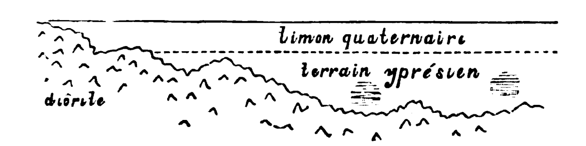
De plus, si les limites marquées par Dumont sont probables dans la direction de la courbe extérieure du croissant décrit par les carrières, nous ne voyons pas leur raison d'être du côté de la courbe intérieure, c'est-à-dire à l'est. Dumont a représenté là, dans sa carte du sous-sol, des schistes siluriens qui n'affleurent nulle part. La superficie est occupée par le limon quaternaire et par des couches yprésiennes plus étendues que la carte ne l'exprime. C'est pourquoi nous regardons la disposition en croissant affectée à la masse cristallisée de Quenast comme ayant besoin de confirmation.

La première chose qui frappe le géologue quand il contemple ces masses porphyriques d'un point où elles sont bien mises à découvert, par exemple de

Digitized by Google

la carrière des Buts, c'est la façon dont elles se terminent à la partie supérieure [1].

On voit de loin comme une agglomération de boules sphéroïdales, ellipsoïdales, ayant de 25 à 60 centimètres ou plus suivant leur grand axe, les unes libres, les autres plus où moins soudées à la roche sous-jacente, et qui forment la couverture universelle de l'ensemble. Il en résulte un aspect singulièrement mamelonné, qui est absolument étranger aux affleurements de roches stratifiées compactes ou schisteuses du pays. Des entailles récemment creusées dans les terrains superficiels font voir que cet aspect mamelonné s'allie aux dénivellations assez prononcées que présente la roche cristalline. Celle-ci atteint parfois jusqu'à la superficie du sol, ou bien elle descend plus ou moins profondément sous le limon quaternaire et sous le terrain tertiaire inférieur. Le diagramme ci-contre donne une idée de cette particularité, qui est parfaitement représentée dans les dernières tranchées exécutées à la carrière des Buts.



Il est clair que l'on doit voir dans la structure en boules dont nous parlons, un de ces modes de décomposition souvent reconnus dans les granites, les porphyres, les diorites et beaucoup de roches cristallines anciennes.

Parmi les sphéroïdes de Quenast beaucoup offrent un noyau très-cohérent, entouré de matière porphyroïde attendrie, ou réduite en sable argiloïde ou en arène. Un grand nombre de ces noyaux sont susceptibles de se peler en calottes concentriques. D'autres offrent assez de cohérence et d'intégrité pour se prêter à la confection de pavés aussi solides que ceux que l'on extrait de la profondeur [2]. Les fragments arrondis en boules ou en ellipsoïdes appartiennent surtout à la couverture de la diorite de Quenast.

[1] La structure sphéroïdale est reproduite d'une manière si remarquable dans ces carrières qu'il nous a paru utile d'en faire prendre la photographie à la carrière des Buts. Voir la planche A du mémoire.

[2] Une circonstance curieuse, c'est que le degré d'altération des blocs et des sphéroïdes de Quenast dépend avant tout de l'épaisseur de couches meubles qui les surmontent. En dessous de 4 à 5 mètres de sable et d'argile ils peuvent être exploités avec avantage. Contrairement à ce qu'a dit M. d'Omalius (*Op. cit.*, p. 48), cette roche subit donc fortement les actions atmosphé-

Digitized by Google

Ils disparaissent généralement plus bas, et font place à une roche en bancs d'épaisseur inégale, que divers systèmes de joints partagent en masses polyédriques irrégulières. Dumont a dit : « Le chlorophyre de Quenast est » divisé par des fissures très-étendues qui sont souvent parallèles entre elles » et qu'on pourrait prendre alors pour des joints de stratification. Ces fissures » n'ont pas une direction constante, et sont traversées par d'autres fissures » parallèles entre elles ou irrégulières qui subdivisent la masse en polyè- » dres [1]. »

Ces paroles sont l'exacte expression des faits, et l'extension donnée aux travaux en confirme la vérité pour toutes les carrières. Nous ajoutons seulement que dans quelques occasions en épiant la direction des joints, nous avons remarqué des courbures qui se répétaient semblablement dans plusieurs bancs consécutifs et qui donnaient à l'ensemble une disposition concentrique. Nous avons vu des bancs courbés de ce genre dont l'arc dépassait 100 degrés angulaires : par exemple, dans le fond actuellement exploité de la carrière des Buts.

Bien que très-faiblement indiquée ici, cette structure curviligne de la masse rocheuse, que l'on retrouve aussi dans certains granites, fait penser à la contraction sphéroïdale causée par le refroidissement dans quelques masses éruptives récentes, et qui peut se produire dans ces dernières avec une netteté et des proportions étonnantes [2].

Dumont a nommé chlorophyre la roche cristalline de Quenast et de Lessines. Il a donné la description suivante de ses caractères essentiels :

« Le chlorophyre massif consiste en une pâte d'eurite renfermant de nombreux cristaux d'albite [3] ou d'orthose, de la chlorite et presque toujours du quartz.

riques *actuelles*. Par contre, il est tout au moins étrange de ne pas rencontrer une altération semblable dans les sphéroides de cette roche qui étaient à découvert depuis longtemps à l'époque tertiaire et qui servirent de lit à la mer ypresienne. Mêmes faits à Lessines.

[1] *Op. cit.*, p. 301.

[2] Par exemple, dans quelques basaltes du *Siebengebirge*. Conf. NOEGGERATH. *Rheinland*, t. II, p. 250.

[3] M. Delesse a montré par l'analyse chimique que c'est de l'oligoclase, *Bull. de la Soc. géol. de France*, 2me série, t. VII, p. 311.

Digitized by Google

» La pâte est compacte grise, gris-verdâtre, gris-rosâtre ou noir-bleuâtre (Quenast), mate, faiblement translucide. L'albite est en cristaux blancs quelquefois un peu verdâtres ou rosâtres, nacrés, de 1 à 4 millimètres de grandeur, simples ou composés de petits prismes dont la réunion forme une série d'angles très-obtus alternativement saillants et rentrants, que l'on distingue aisément lorsqu'on expose la roche à une vive lumière, et qui sont généralement clivables. Cette albite est aisément fusible en un verre blanc bulleux et en colorant la flamme du chalumeau en jaune.

» La chlorite, aussi très-abondante, est disséminée dans la pâte et quelquefois dans les cristaux d'albite, sous forme de petites masses lamellaires d'un vert noirâtre foncé, mat; elle se laisse aisément rayer en produisant une poussière gris-verdâtre et se fond très-aisément en émail noir, sans se boursoufler.

» Le quartz est en grains nombreux de 1 à 4 millimètres de diamètre disséminés, qui se distinguent par leur éclat vitreux et leur couleur grise ou enfumée [1]. »

Cette description, basée sur l'inspection à l'œil nu, convient sans doute à quelques échantillons de la roche de Quenast, et il est probable qu'elle répondait particulièrement aux bancs exploités du temps de Dumont.

Quoi qu'il en soit, dans l'état actuel des carrières, elle est erronée sur un point, et elle est incomplète. Dans un grand nombre d'échantillons provenant des excavations dites *Champs d'asile*, *les Bleus* et *les Buts,* ou bien nous n'apercevons pas la chlorite, ou nous la voyons d'une manière trop peu distincte pour être portés à y reconnaître un minéral essentiel.

D'autre part, nous avons constaté dans ces mêmes échantillons la présence à peu près constante de certains minéraux prismatiques, de couleur foncée, dont la plus grande longueur, généralement inférieure à 1 millimètre, atteint parfois jusqu'à 3 et 4 millimètres. Leur dissémination régulière dans la pâte euritique comme au voisinage des cristaux de feldspath et de quartz, en petites masses fibro-lamellaires ou radiées ou en petits nids dont la ténuité finit par échapper à la loupe, prouve que ces substances y sont répandues

[1] *Op. cit.*, pp. 296 et seq.

Digitized by Google

avec une grande abondance, et sans même recourir à l'emploi du microscope, elles induisent l'observateur à penser que, dans la roche de Quenast, comme dans tant d'autres roches cristallines anciennes, à l'eurite et au feldspath sont associées certaines espèces minérales appartenant au groupe amphibolo-pyroxénique [1].

Dans l'examen fait en grand, ou, comme on dit en Allemagne, *macroscopique*, la reconnaissance des caractères spécifiques appartenant aux petits prismes qu'on vient de signaler est assez difficile. Malgré leur extrême fréquence, il est rare que l'on ait l'occasion de les saisir avec la netteté suffisante. L'inspection de nombreux échantillons nous les fait ranger dans deux catégories différentes. Nous en avons vu qui montrent plus ou moins distinctement les caractères physiques et cristallographiques de la hornblende. Ils sont noirs verdâtres ou brunâtres et nous paraissent offrir le prisme hexagonal mg^1 (∞P, $\infty \bar{P} \infty$ Naum.) avec deux clivages suivant les faces prismatiques, lesquels doivent faire un angle très-ouvert dépassant 120°. (On sait que les clivages de la hornblende se coupent sous l'angle de 124°30.) La grande ressemblance des caractères nous porte à ranger dans cette même espèce un très-grand nombre de petites masses fibro-lamellaires noirâtres, brunâtres ou vert foncé, à éclat un peu métalloïde, qui fondent avec gonflement en émail vert sombre ou noir, c'est-à-dire qui se comportent au chalumeau comme la hornblende. L'examen microscopique, comme on le verra plus loin, confirme ces déductions relativement au grand rôle joué par l'amphibole dans les roches porphyroïdes de Quenast.

Dumont [2] avait bien remarqué quelques rares cristaux de hornblende à Quenast, mais il a complétement méconnu l'importance de l'espèce. Il faut chercher les échantillons où l'amphibole est visible surtout parmi les porphyres d'un bleu foncé, que Dumont a désignés comme variété noir-bleuâtre, par exemple, vers les parties septentrionales de la carrière des Bleus.

[1] M. d'Omalius avait fort bien observé ces détails dès ses premières recherches faites sous l'Empire. Il constatait que le feldspath et l'amphibole sont les *parties constituantes* de la roche de Quenast et que c'est cette dernière matière et non pas la chlorite qui *colore la pâte en verdâtre ou bleuâtre*. Mém. cit., pp. 40-42.

[2] *Op. cit.*, p. 208.

Digitized by Google

Le second minéral prismatique et qu'on trouve en petites masses parfois plus visibles que la hornblende elle-même dans plusieurs carrières de Quenast, se rencontre en cristaux qui sont des prismes octogonaux, dont la section transverse rappelle tout à fait les sections correspondantes des augites du type si fréquent mh^1g^1 (∞P, $\infty \bar{P} \infty$, $\infty \bar{P} \infty$. N.). Ce prisme accuse en même temps un clivage sensible parallèle à l'un des deux systèmes de plans du prisme rectangulaire, mais nous ignorons lequel, n'ayant pu mesurer exactement l'angle des faces du prisme rhombique [1]. L'aspect fibreux et comme soyeux de ce plan de clivage décèle les traces d'autres directions de clivages correspondant peut-être à ceux de la hornblende ou de l'augite. Le minéral est aisément rayé en vert pâle par l'acier. Il a un éclat faible quoique métalloïde et une couleur d'un vert foncé, et il est susceptible de passer à des variétés de nuance moins sombre, vert-poireau, vert-olivâtre, où l'éclat métalloïde est beaucoup plus prononcé.

On le rencontre en cristaux, en petites masses lamello-fibreuses, en prismes aciculaires, et on le retrouve avec une partie de ses caractères jusque dans les portions très-altérées de la roche de Quenast. Nous pensons que Dumont l'a confondu avec la diallage.

Pour nous, bien que nous n'ayons pu étudier à fond la structure et les propriétés optiques de ces cristaux, à cause de leur petitesse et de leur peu de transparence, nous n'hésitons pas à les rapporter à l'ouralite dont il reproduisent la forme et toutes les propriétés extérieures. Nous leur reconnaissons notamment la *ressemblance la plus parfaite* avec de petits cristaux d'ouralite, associés à l'épidote, dans des diabases à ouralite des environs de Predazzo, en Tyrol; le microscope confirme cette détermination.

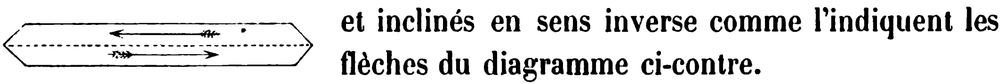
Les feldspaths de Quenast appartiennent en partie à l'orthose : on s'en convainc par l'existence de la macle de Carlsbad.

Ce mode de groupement qui est plus rare dans l'albite et l'oligoclase y est à peu près toujours accompagné de l'hémitropie avec axe de révolution perpendiculaire à la face g^1 ($\infty \bar{P} \infty$ N), que ne manquent pas de révéler les

[1] D'après M. vom Rath, à qui nous avons envoyé quelques échantillons du minéral pyroxénique de Quenast, le prisme aurait en avant un angle de 87 à 88°.

Digitized by Google

stries des plans de clivage de la base. A Quenast et à Rebecq comme à Lessines, on peut extraire des petits cristaux d'orthose assez nets accolés suivant le mode de Carlsbad, des blocs et des sphéroïdes terreux qui occupent le sommet de la plupart des excavations. On reconnaît également l'orthose, dans la roche non altérée, à la cassure transverse de certains cristaux multiples qui montrent à la fois deux clivages basiques dépourvus de stries



et inclinés en sens inverse comme l'indiquent les flèches du diagramme ci-contre.

Beaucoup de cristaux de feldspaths dont la configuration est suffisamment distincte paraissent construits sur un type bien connu dans beaucoup de granites et de porphyres, et qui consiste en un prisme hexagonal, terminé par le dôme transverse, avec allongement considérable du cristal, tantôt suivant la diagonale inclinée de la base, tantôt parallèlement à la face postérieure du dôme. Nous retrouvons cette même disposition dans beaucoup de feldspaths de Lessines, de Mairus et de Laifour.

Le feldspath clinaxique est de l'oligoclase : ce fait ressort de l'analyse de M. Delesse. Il analysa des cristaux blancs légèrement verdâtres extraits d'un échantillon provenant des carrières de Quenast et trouva qu'ils contenaient :

Silice	63.70
Alumine	22.64
Oxyde de fer	0.53
Oxyde de manganèse, traces.	
Magnésie	1.20
Chaux	1.44
Soude	6.15
Potasse	2.81
Perte au feu	1.22
	99.69

A part leurs caractères cristallographiques et chimiques, les oligoclases de Quenast ont souvent un éclat vitreux un peu gras qui les sépare des orthoses.

Digitized by Google

Le quartz ne manque pas dans la roche de Quenast. On ne rencontre guère un fragment de quelques centimètres carrés qui ne renferme plusieurs grains quartzeux reconnaissables. C'est donc un élément essentiel. Les grains de quartz sont souvent irréguliers ou globulaires.

Mais on en trouve souvent aussi qui reproduisent le dihexaèdre p. c. $^1/_2$ (R, — R, N). On se convainc de cet état de choses, soit en extrayant les grains quartzeux demeurés inaltérés dans les fragments de porphyre kaolinisé, soit en inspectant les cassures de la roche intègre, où les sections du quartz sont tour à tour arrondies ou bien assez nettement hexagonales.

L'épidote, sur laquelle on reviendra un peu plus loin, est encore une des espèces habituellement renfermées dans la roche porphyrique de Quenast. On l'y voit à chaque instant constituer des nids et de petits enduits vitreux et grenus, de couleur vert-jaunâtre pâle.

Elle est ordinairement associée aux feldspaths. Mais en la voyant revêtir les cristaux de cette dernière substance dont elle reproduit maintes fois avec une ponctualité remarquable les contours rectangulaires, l'idée vient que, dans beaucoup de circonstances, il la faut regarder comme un produit de seconde formation; et cette idée se trouve fortement appuyée par l'association habituelle de l'épidote et du calcaire et aussi par le développement notable qu'elle prend sur les parois, comme dans les fissures et les géodes du porphyre, où évidemment elle a cristallisé après coup. Des réflexions analogues s'appliquent, selon nous, à la plupart des phyllites de ces mêmes porphyres [1]. Enfin la pâte euritique de la roche de Quenast, et en particulier celle qui est d'un bleu noirâtre foncé, renferme fréquemment des particules attirables au barreau aimanté, qui font soupçonner que la magnétite y joue un rôle et contribue à la coloration. En résumé : une pâte euritique plus ou moins foncée, enveloppant beaucoup de cristaux d'oligoclase, moins de cristaux d'orthose, beaucoup de quartz, d'amphibole-hornblende et certain minéral du type pyroxinique, telle apparaît donc la roche porphyrique exploitée à Quenast, du moins dans ses caractères les plus essentiels.

[1] La biotite se reconnaît assez fréquemment, il est vrai, dans les plaques minces de Quenast en cristaux microscopiques, mais on verra plus loin qu'il y a des raisons pour admettre qu'elle y dérive quelquefois de la hornblende.


Digitized by Google

Les avis sont singulièrement partagés sur la dénomination à donner à cette roche.

Dumont, en la nommant chlorophyre, ne la détermine pas suffisamment. M. Roth, reproduisant l'analyse et résumant les observations de M. Delesse, la classe parmi les porphyres à oligoclase [1]. Ce dernier, dans son travail sur la roche de Lessines et de Quenast [2], la désigne sous le nom de porphyre quartzeux. Naumann [3] la range parmi les diabases porphyriques.

M. Zirkel [4] la classait d'abord parmi les porphyrites; mais dans son nouvel ouvrage sur la pétrographie microscopique [5], il lui donne le nom de diorite quartzeuse, et ainsi reparaîtrait à peu près l'ancienne dénomination de M. d'Omalius [6].

Cette classification nous paraît être la bonne, aussi l'adoptons-nous. On comprend en effet aujourd'hui sous le nom de diorite les roches à éléments cristallins composés principalement d'un feldspath clinaxique ou plagioclase [7] et de hornblende; sous celui de diorite quartzeuse celles où le quartz vient s'ajouter à ces deux minéraux. La présence du quartz dans les diorites est un fait souvent constaté dans les recherches pétrographiques récentes qui semblent devoir donner au groupe des diorites quartzeuses une extension beaucoup plus grande que celle qu'on lui attribuait autrefois.

La présence d'un minéral du type pyroxénique, que nous signalons dans

[1] Roth, *Gesteins-Analysen*, p. 32. Berlin, 1861.

[2] Delesse, *Sur le porphyre de Lessines et de Quenast*, Bull. de la soc. géologique de France, 3e série, t. VII, p. 310.

[3] Naumann, *Lehrbuch der Geognosie*, p. 583. Leipzig, 1858; 1 vol. Cette erreur provient, croyons-nous, de ce que ce géologue a considéré la hornblende comme élément accidentel; il n'admet pas non plus que le quartz soit partie essentielle.

Nous pouvons expliquer cette inexactitude par quelques lignes de la description de M. Delesse (*loc. cit.*, p. 312), où celui-ci, admettant l'opinion de Dumont, considère comme une variété de la roche de Lessines et de Quenast celle d'Hozémont, dans laquelle on n'avait pas constaté la présence du quartz.

[4] Zirkel, p. 31. *Lehrbuch der Petrographie,* Bonn, 1866; 2 vol.

[5] Idem, *Die mikroskopische Beschaffenheit der Mineralien und Gesteine*, pp. 56 et 402. Leipzig, 1871. Cf. aussi le *Neues Jahrbuch für Min. 1870,* p. 8.

[6] D'Omalius d'Halloy, *op. cit.,* pp. 39 et seq.

[7] L'emploi fréquent de ce terme dans la suite du travail nécessite une explication. La distinction des feldspaths du cinquième système (clinorhombique) et du sixième système (clinoé-

Digitized by Google

cette roche et que M. Zirkel n'avait pas rencontré dans les échantillons de la collection de l'université de Kiel qui servirent à ses recherches, ne peut exercer d'influence sur notre détermination de diorite quartzeuse.

D'après des lois d'associations minérales considérées autrefois comme règles certaines par les pétrographes, l'augite et la hornblende s'excluaient mutuellement. L'augite s'associait au labrador ou à l'anortithe, la hornblende à l'oligoclase : le quartz pouvait se trouver dans les roches amphiboliques, mais jamais dans les pyroxéniques. Depuis une dizaine d'années, ces principes ont perdu de leur rigueur. Rappelons seulement les belles recherches de M. König [1] sur les diorites. Ce savant démontra, dans plusieurs de ces roches, l'association du labrador et de la hornblende, par exemple, dans celle de Türdajak. La diorite porphyrique de Cantanzaro, étudiée par M. vom Rath [2], offre dans l'association de ses éléments trop d'analogie avec celle de Quenast et de Lessines pour que nous ne la citions pas. Cette diorite est composée d'une pâte verdâtre, dans laquelle sont enchâssés des cristaux de plagioclase, du mica, de la hornblende et de l'augite. — Les roches dites plutoniennes ne nous montrent pas seules cette dérogation aux anciens principes pétrographiques. Les dernières recherches de Th. Wolf [3] sur quelques roches des volcans de la république de l'Équateur prouvent que la

drique) est généralement assez facile, au microscope surtout; mais on n'a pas encore trouvé de moyens physiques suffisants pour déterminer à l'aide de ce dernier instrument chacune des espèces de feldspaths tricliniques.

Nous désignerons, d'après Tschermak, par le nom de plagioclases les feldspaths tricliniques que l'on ne peut spécifier sans recourir à l'analyse chimique. D'après la théorie de ce savant, on aurait trois feldspaths simples fondamentaux et deux feldspaths mélangés; dans les premiers domine toujours un monoxyde; les seconds ont au moins deux monoxydes dans leur composition, surtout la chaux et la soude.

Les trois feldspaths fondamentaux se rencontrent seuls bien cristallisés, incolores et transparents, particulièrement dans les druses et les gangues; les deux feldspaths mélangés ne se sont que très-rarement montrés dans cet état; on les trouve surtout dans les roches, où ils se présentent en grains fins intimement unis à d'autres minéraux, de sorte que leur classification, par les moyens physiques, devient difficile, et, dans ce cas, on applique le nom de plagioclases aux feldspaths à base de soude et de chaux. Cf. Tschermak : *Chemisch mineralogische Studien.* Wien, 1864.

[1] König, *Zeitschrift d. d. geol. Gesellschaft,* t. XX, p. 365.

[2] Vom Rath, *Fragmente aus Italien. Zeitsch. d. d. geol. Gesell.* 1873; p. 180.

[3] *Monatsberichte d. Preuss. Akad. d. Wiss.* Berlin, 8 janvier 1874; p. 29.



division établie autrefois entre les andésites amphiboliques et les andésites pyroxéniques doit disparaître. Ce naturaliste a constaté, il y a près d'un an, que le Pichincha possède des andésites pyroxéniques et des andésites amphiboliques passant les unes aux autres, et contenant chacune de l'andésine (1 mol. d'albite + 1 mol. d'anorthite).

Nous conclurons de ce qui précède que les roches à pyroxène et celles à amphibole ne forment pas des groupes aussi radicalement séparés qu'on le pensait autrefois.

Comme nous le faisions remarquer tout à l'heure, l'association du minéral pyroxénique ne peut donc pas être un argument contre l'adoption du nom de diorite quartzeuse. Le quartz qu'elle renferme, la nature du feldspath qui, d'après l'analyse de M. Delesse, est un oligoclase, ne permettent pas de la ranger parmi les diabases, les gabbros ou les hypersténites.

L'analyse de cette roche par M. Delesse (A) et celle (B) que nous présentons appuient notre détermination de diorite quartzifère.

Ces deux analyses ont donné :

	A.	B.		
SiO_2	57.60	56,21	29,80	
M_2O_3 / Fe_2O_3	25.00	17,16	8,00	
FeO.	»	10,26	2,28	
MnO	»	»	»	Quotient d'O = 2.07
CaO et Ca.	3.23	7,12	2,08	
MgO		2,08	0,80	
K_2O	9.92	1,48	0,25	
N_2O		4,02	1,04	
H_2O et CO_2	4.25	2,79	»	
Totaux. . . .	100	101,12		

M. Delesse fait remarquer que la teneur en silice est notablement inférieure à celle des porphyres quartzifères; nous ajouterons qu'elle est supérieure à celle des diabases qui n'ont ordinairement que 50 % de SiO_2 et jamais plus

Digitized by Google

de 53 °/₀. Les diorites, au contraire, peuvent en contenir jusqu'à plus de 60 °/₀ quoique la moyenne des analyses ne donne que 51 °/₀. Nous voyons aussi que les diorites contiennent des quantités moyennes d'alumine (18,50 °/₀), d'oxyde de fer (11,00 °/₀), de chaux (7,50 °/₀), de magnésie, de potasse et de soude (11,50 °/₀) se rapprochant de bien près des chiffres que nous fournissent les analyses de notre roche.

Elles nous présentent un fait assez remarquable et que M. Delesse avait relevé dans son travail sur les roches de Lessines et de Quenast : c'est que la teneur en silice de cette diorite est notablement inférieure à celle de l'oligoclase analysé par ce savant.

Le poids spécifique de cette roche est 2,70.

La diorite quartzifère de Quenast n'offre pas une homogénéité parfaite, comme l'a dit depuis longtemps M. d'Omalius. A part les variétés de coloration précédemment citées d'après Dumont, et la prédominance plus ou moins indiquée de l'amphibole ou d'un minéral pyroxénique, à part aussi les altérations dont on va parler, elle enveloppe des portions qui tranchent par leur texture et leur couleur sur le reste, et qui sont comme empâtées sans aucune régularité dans la roche normale. Ces parties hétérogènes varient extrêmement pour leurs dimensions, qui vont depuis l'étendue de petites taches jusqu'à occuper le volume de plusieurs mètres cubes [1].

Elles ne diffèrent pas moins par la configuration. Les plus volumineuses sont généralement globuliformes : mais il en existe un très-grand nombre surtout parmi celles de dimensions moyennes, qui ont des contours anguleux, un aspect fragmentaire, et qu'on pourrait croire au premier abord arrachées d'ailleurs et enveloppées dans le magma porphyrique. Voici deux exemples entre mille de ces portions anguleuses, l'un pris à Quenast, l'autre à Lessines.



[1] Ces portions enveloppées dans la diorite et qui lui donnent de l'hétérogénéité sont moins volumineuses à Quenast qu'elles ne le sont à Lessines. Dans ce dernier endroit nous en avons vu dont la capacité atteignait un grand nombre de mètres cubes et qui, d'après le dire des ouvriers, pesaient vingt à vingt-cinq tonnes.


Digitized by Google

La texture de ces parties est, suivant les cas, porphyrique, grano-cristalline ou compacte. Les unes passent assez graduellement à la roche enveloppante et semblent être une simple continuation de celle-ci avec atténuation des éléments, mais sans grand changement dans leurs proportions. Pour d'autres, le passage est plus brusque, et il y a contraste de couleur et de texture et jusqu'à un certain point de composition [1]. Ainsi il en existe de noires bleuâtres ou de grises verdâtres, qui fondent difficilement et sont assez quartzifères; de blanches ou de rosées qui rappellent certains pétro-silex et fondent facilement au chalumeau. Il en est qui forment des sortes de veines qui semblent s'être exsudées des parois voisines, et qui renferment de petites mouches de sulfures métalliques (galène, pyrite, chalcopyrite). Toutes ces disparités peuvent se réaliser dans la consolidation d'une même masse.

Cependant nous ne pourrions pas soutenir que, parmi ces portions distinctes de la diorite de Quenast, il n'en est pas qui proviennent de roches antérieures transportées dans la masse éruptive et enveloppées dans sa consolidation.

Parmi les variétés offertes par la diorite de Quenast, nous signalons celles qui résultent de la disparition plus ou moins complète de l'amphibole, et sans doute aussi des oxydes cristallisés du fer, et dont la couleur est généralement le blanc rosâtre moucheté de vert tendre [2]. Ces variétés sont souvent en rapport avec les régions altérées de la diorite : elles sont assez riches en cavités, en fissures, et l'on y trouve des géodes où le quartz, le calcaire et divers silicates ont cristallisé. On remarquait à cet égard lors de notre visite à Quenast (juin 1874) les parois méridionales de la grande excavation du Champ d'asile.

La diorite quartzifère de Quenast est toujours plus ou moins altérée. Nous n'avons pas vu ou ramassé un fragment dont on puisse dire qu'il représente exactement la roche primitive. Le microscope nous a révélé que, même dans

[1] Nos observations microscopiques consignées plus loin font voir comment s'opèrent quelques-unes de ces transitions minéralogiques.

[2] Dumont les signale (*op. cit.*, p. 299), mais il croit à tort qu'elles proviennent de la disparition de la chlorite : nous en avons recueilli qui contenaient au centre beaucoup plus de chlorite que la roche normale.

Digitized by Google

les grandes profondeurs, les feldspaths ont subi certaines modifications dans leur constitution moléculaire. Mais en général ces changements chimiques et minéralogiques ont affecté la roche dans une mesure assez restreinte pour lui laisser une dureté considérable, une ténacité exceptionnelle, la cassure unie des matières homogènes et la résistance singulière aux agents atmosphériques qui valent aux pavés de Quenast leur réputation proverbiale.

Toutefois l'altération se montre à des degrés plus avancés vers la région supérieure. Quelquefois cette altération est bornée à une couche si mince qu'elle permet d'exploiter des sphéroïdes superficiels. Il est naturel de l'attribuer alors aux actions de surface. Mais la kaolinisation et la désagrégation peuvent aussi pénétrer très-avant dans la masse sous-jacente, atteindre les bancs les plus profonds et traverser toute une exploitation (par exemple aux Buts). Dans ce cas on serait disposé à y reconnaître une suite des conditions locales qui ont pu présider à la consolidation primitive, ou bien le fait d'émanations hydrothermales postérieures. Cette dernière explication aurait pour elle la présence assez fréquente de sulfures métalliques dans les zones altérées, de même que l'existence, dans les mêmes régions, de poches à cristaux où le quartz en particulier s'est développé en prismes de grandes dimensions.

Vers la partie supérieure la diorite altérée donne naissance à une roche terne ou tout à fait terreuse, de couleur brune ou jaunâtre foncée, dans laquelle on voit plus ou moins distinctement les feldspaths kaolinisés et les prismes très-altérés des minéraux amphibolo-pyroxéniques accompagnés de grains de quartz.

Dans les zones plus profondes (*bancs pourris* des ouvriers), la désagrégation de la roche en masse friable ou en arène est rarement accompagnée de la coloration vive caractérisant la couverture.

Les minéraux accidentels sont nombreux à Quenast. Nous pensons que c'est le point du territoire belge qui en renferme le plus. Ils sont distribués d'une manière irrégulière qu'il est malaisé de désigner à l'avance. C'est pourquoi l'on a tour à tour indiqué divers endroits des carrières comme étant les plus privilégiés à cet égard. Toujours est-il qu'il faut les chercher

Digitized by Google

particulièrement dans les géodes des bancs de couleur pâle, blancs rosâtres, ou blancs verdâtres, chez lesquels la texture porphyrique moins accusée fait place à la texture grano-compacte, ou bien dans les zones et les directions d'altération superficielles ou profondes qui déterminent les *bancs pourris*, et où quelques-uns de ces minéraux accidentels constituent des noyaux géodiques et des veines. Les feldspaths ont donné lieu souvent à des produits de kaolinisation plus ou moins abondants auprès des fissures et des cavités où sont implantés les minéraux accidentels de Quenast, et en voyant pénétrer les matières kaolineuses jusque dans l'intérieur de quelques-uns de ces minéraux comme le quartz, on s'aperçoit bien que c'est la roche dioritique elle-même qui en a fourni souvent les principaux éléments dans les transformations qu'elle a subies.

Les substances minérales les plus fréquentes appartenant à cette catégorie sont : le quartz et l'épidote, la chlorite et le calcaire, puis la pyrite, la sperkise, la chalcopyrite, rarement la galène, la phillipsite, l'asbeste, l'amphibole, l'axinite, enfin dans de rares circonstances, la tourmaline, le sphène et l'épidote rouge. L'ordre suivant lequel ces matières ont cristallisé n'est pas toujours le même et les silicates les plus hydratés ne sont pas toujours ceux qui se sont formés les derniers.

Ainsi nous avons vu des géodes où l'épidote bacillaire et fibreuse est implantée sur la chlorite ripidolithe, parfaitement reconnaissable à sa disposition écailleuse, à sa rayure en vert tendre légèrement bleuâtre, à son grand dégagement d'eau dans le tube, à sa fusibilité sans exfoliation en verre noir magnétique. Ailleurs nous avons vu l'axinite former le centre de géodes dont le pourtour était occupé par l'épidote fibreuse, et portant l'empreinte des prismes de cette dernière substance. Les rapports du quartz avec les autres minéraux accidentels sont variables. En général il est apparu l'un des derniers. Ses masses vitreuses ou ses cristaux prismés reposent fréquemment sur des touffes d'épidote bacillaire ou aciculaire, ou sont traversés par des aiguilles d'épidote ou d'asbeste. Mais d'autres fois il supporte à son tour des cristaux reconnaissables d'épidote, ainsi que du calcaire spathique, des lamelles de chlorite ripidolithe, peut-être de biotite, quelquefois même des cristaux de feldspaths appartenant probablement à l'albite,

Digitized by Google

que nous avons vus implantés sur les parois et dans les fissures des prismes de quartz, enfin des sulfures métalliques lesquels sont aussi très-souvent associés à l'épidote et au calcaire. On peut donc se convaincre à Quenast d'un fait reconnu déjà dans d'autres localités : c'est que l'ordre de cristallisation des espèces minérales dans un même gisement est susceptible d'interversion.

Quenast est probablement la localité de Belgique où l'on peut rencontrer les plus beaux échantillons de quartz. Cette espèce y offre la variété spécialement désignée sous le nom de cristal de roche (*Bergkrystall*) en exemplaires comparables aux jolis cristaux des Alpes. Elle y est limpide et incolore, ou enfumée, ou blanchâtre, grisâtre, jaunâtre. Nous avons vu des échantillons prismés extraits des diorites de Quenast qui avaient 40 à 50 centimètres de longueur. Nous en connaissons dont la pyramide terminale possède de 12 à 15 centimètres de diamètre à sa base. Comme il ne manque guère d'arriver quand le quartz existe en variétés transparentes, le prisme pyramidé ordinaire s'y associe souvent à d'autres formes plus rares. Nous avons remarqué, parmi les cristaux qui sont à notre disposition, outre les faces habituelles $pe^{1/2}e^2$ (∞ P.R.-R.), trois rhomboèdres directs, deux rhomboèdres alternes, les faces rhombifères, deux espèces de faces plagièdres à droite et deux plagièdres à gauche, enfin des groupements avec enchevêtrement d'individus formant un cristal d'apparence unique, mais dont la pluralité était révélée à la fois par des plages sinueuses à éclat très-différent sur les faces pyramidales, et par la réunion des modifications rhombifères sur tous les angles. Les quartz de Quenast renferment très-habituellement l'épidote et plus fréquemment encore d'innombrables aiguilles ou filaments d'asbeste blanche. L'affaiblissement de la transparence dans les cristaux de quartz est souvent dû à l'extrême abondance de cette dernière substance, et nous n'avons jamais rencontré sous ce rapport dans les collections minéralogiques d'échantillons qui l'emportent sur ceux provenant des carrières de Quenast.

Enfin c'est dans des quartz enfumés et enveloppant l'asbeste que nous avons rencontré des prismes aciculaires brun-noirâtre à section triangulaire offrant toutes les apparences de la tourmaline. L'examen minutieux cristal-

Digitized by Google

lographique et physique que nous avons fait de ces petits cristaux, a prouvé, comme nous le dirons bientôt, qu'ils appartiennent en effet à cette substance.

L'épidote à Quenast est en prismes bacillaires et fibreux très-allongés suivant l'axe transverse du prisme clinorhombique, presque toujours maclés parallèlement au plan du clivage correspondant à h^1 (∞Ꝑ∞), de telle sorte qu'il est à peu près impossible de détacher un cristal unique.

Nous avons observé un certain nombre de cristaux dont les faces étaient suffisamment indiquées pour y reconnaître les modifications suivantes :

$$p\ m\ h^1\ h^3\ a^1\ o^1\ e^1\ b^{1/2}\ d^{1/2}$$

(oP . ∞P . ∞Ꝑ∞ . 2Ꝑ∞ . —Ꝑ∞ . Ꝑ∞ . Ꝑ∞ . P. — P.)[1].

Les épidotes de Quenast passent, suivant les cas, de la transparence à la faible translucidité. Les meilleurs échantillons appartiennent à la variété Pistazite. Ils sont d'un vert-bouteille assez foncé, et sont néanmoins suffisamment transparents pour que l'on puisse reconnaître quelques-unes de leurs propriétés optiques à l'aide du microscope polarisant. Une lamelle parallèle à p et qu'on obtient facilement puisqu'elle correspond à des plans de jonction de cristaux multiples, laisse apercevoir nettement sous le microscope un système d'anneaux colorés, l'axe de ce système faisant dans l'air un angle de 23 à 24° avec le plan p (oP). En tournant la lame dans son plan, on s'aperçoit, par la position de la barre noire hyperbolique, que le plan des axes optiques est perpendiculaire à l'axe d'allongement des cristaux, c'est-à-dire est distribué suivant le plan de symétrie.

L'épidote existe souvent à Quenast en masses lamello-fibreuses, radiées de couleur vert pâle, quelquefois grisâtres ou d'un gris jaunâtre, douées d'un éclat un peu nacré. Nous ignorons si ce sont là les échantillons qui ont été désignés comme zoïsite; mais tous les fragments que nous avons essayés au chalumeau s'y comportaient comme l'épidote véritable et accusaient sous le microscope les mêmes propriétés optiques que cette substance.

[1] Nous donnons provisoirement ces indications cristallographiques, nous proposant de faire ailleurs avec plus de détails la description des cristaux que nous avons trouvés.


Digitized by Google

Nous donnons ici une nouvelle analyse de cristaux d'épidote des carrières de Quenast.

SiO_2	= 34,65
Al_2O_3	= 24,28
Fe_2O_3	= 13,22
FeO	= 0,92
MnO	= 1,32
CaO	= 23,32
H_2O	= 2,04
Total . . .	99,75

M. Kenngott [1] a calculé un grand nombre d'analyses d'épidote pour trouver une formule générale qui permît de rendre la composition de ce minéral; il donna la formule $CaO + H_2O + 3\,(CaO + SiO_2 + Al_2O_3, SiO_2)$. Notre analyse calculée donne :

SiO_2	= 5,77
Al_2O_3	= 2,36
Fe_2O_3	= 0,83
FeO	= 0,12
MnO	= 0,18
CaO	= 4,16
H_2O	= 1,13

Et si l'oxyde [2] et le protoxyde de fer et de manganèse sont calculés comme oxyde d'alumine et que les bases de la formule générale de R_2O_3 de même que CaO et H_2O soient calculés pour 6 SiO_2, on obtient les chiffres suivants :

SiO_2	= 6
R_2O_3	= 3,62
CaO	= 4,32
H_2O	= 1,11

[1] Kenngott, *Neues Jahrb. für Miner.*, 1871.

[2] Le dosage de Fe_2O_3 et FeO fut fait d'après la méthode indiquée par Mitscherlich. La substance finement broyée fut enfermée avec $SO_4 + 2\,H_2O$ dans un tube de verre difficilement fusible et tenue pendant quelques heures à 270° C. Dans le minéral ainsi décomposé on dosa le FeO suivant la méthode de titrage par le permanganate de potasse.

Digitized by Google

Ils ne répondent pas exactement à la formule de M. Kenngott qui demande

$$SiO_2 = 6$$
$$R_2O_3 = 3$$
$$CaO = 4$$
$$H_2O = 1$$

Les diorites quartzifères sont développées aux environs de la ville de Lessines sur une échelle plus vaste encore que sur les territoires voisins de Quenast. Elles paraissent, comme l'a dit Dumont, former un demi-cercle qui s'étend de l'extrémité occidentale du bois de Lessines par Campmillion jusqu'au N. de la ferme Bronchienne, entre Lessines et Ollignies [1]. Si l'on ajoute aux portions où ces roches constituent le sol superficiel, celles où elles ne sont recouvertes que d'une faible épaisseur de limon et de terrain yprésien et où l'on a creusé plusieurs carrières, on voit qu'elles s'étendent pour le moins sur 150 à 200 hectares de superficie [2].

Dans cet espace, à part les excavations délaissées, on compte huit exploitations plus ou moins importantes, à la tête desquelles se range l'immense carrière de M. Tacnière, qui pour l'étendue égale au moins, si elle ne les dépasse, le Champ d'asile ou la carrière des Bleus à Quenast [3].

La roche cristalline de ce district offre avec celle de Quenast des analogies profondes que tous nos prédécesseurs ont remarquées; c'est pourquoi un

[1] *Op. cit.*, p. 300.

[2] La carte géologique du sous-sol restreint à tort à la rive droite de la Dendre les affleurements connus de la diorite quartzifère de Lessines. On voit surgir des bancs de cette roche sur la rive gauche de la rivière. Nous avons appris, en outre, qu'on l'a rencontrée à très-peu de profondeur dans les travaux souterrains entre les deux Dendres, et jusqu'au voisinage de la Grand'place Lessines. L'ancienne carrière Paque dépasse notablement au N.-O. la limite marquée sur la carte de Dumont, la grande carrière Tacnière la dépasse à l'est, et la nouvelle exploitation de Mouplon est à 200 mètres au nord de cette même limite.

[3] La plus grande des excavations exploitées actuellement par M. Tacnière, de Lessines, a plus de 300 mètres de longueur et doit atteindre près de 60 mètres de profondeur en dessous de la surface. L'exploitation de la pierre ne s'y fait point par gradins comme à Quenast, de sorte que cette énorme entaille dans le roc vif apparaît à peu près tout d'une venue; c'est un spectacle curieux que celui de ce gouffre artificiel.

Digitized by Google

très-grand nombre des observations pétrographiques s'appliquent aux deux localités : notamment celles qui concernent la disposition sphéroïdale des blocs de la couverture, l'existence et la physionomie des zones d'altération superficielle, profondes ou voisines des limites; la présence de masses globuliformes ou fragmentaires de matière plutôt euritique que porphyrique et qui sont enveloppées dans la masse normale; l'aspect et la distribution des minéraux dans cette même masse, et la répartition de certains minéraux accidentels comme le quartz, l'épidote et le calcaire, en géodes, en incrustations. Il y a néanmoins quelques particularités propres à Lessines et qui méritent d'être signalées.

Les unes regardent l'ensemble de la masse; les autres, la roche elle-même.

Les principales masses dioritiques exploitées à Lessines sont partagées en bancs ou *cisages* principaux, qui sont à la fois plus distincts et plus constants que les joints analogues qui divisent la diorite de Quenast. La direction moyenne de ces bancs principaux, recoupés d'ailleurs par d'autres systèmes de fissures, est généralement E. 16° à 18° S. avec un pendage vers le S.S.O. qui oscille entre 20° et 40°. Non-seulement cette direction de bancs est presque toujours visible d'un bout à l'autre d'une grande exploitation, mais elle subsiste encore assez reconnaissable entre des exploitations séparées par un kilomètre.

Une seconde circonstance, que nous n'avions pas observée à Quenast, contribue à fixer l'attention sur ces bancs de cisage. Ils coupent à peu près perpendiculairement un réseau de fissures qui partagent la roche en prismes ayant souvent quatre à cinq pans, quelquefois six. Il en résulte une structure prismatique ou colonnaire déjà remarquée de Dumont [1] et qui est le trait le plus frappant de la roche porphyrique dans plusieurs des excavations où on la travaille. Il est vrai que cette structure n'est pas partout également manifeste. Elle fait même parfois entièrement défaut et l'on rencontre souvent à Lessines comme à Quenast des endroits où la roche est en bancs énormes et massifs. Mais la tendance au prisme est très-indiquée dans la

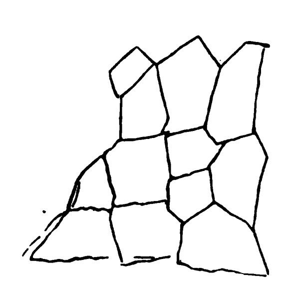
[1] *Op. cit.*, pp. 300 et 301.


Digitized by Google

plupart des carrières et elle se produit d'une manière tout à fait remarquable à la grande exploitation de M. Tacnière [1].

Les prismes varient de grosseur : ils ont 15 à 25 centimètres de diamètre, beaucoup plus rarement 30, 40 ou 50 centimètres. Quant à leur hauteur, elle est celle des bancs eux-mêmes, bien que ces prismes puissent offrir aussi des cassures transverses à des intervalles plus courts. Les explosions de mines détachent très-ordinairement des morceaux de prismes, qu'on prendrait, quand ils sont épars dans les déblais, pour des tronçons colonnaires grossièrement travaillés.

Nous pensons que cette disposition de nombreux bancs dioritiques à Lessines peut être rapprochée de la structure colonnaire, exprimée avec beaucoup plus de régularité et de perfection dans quelques basaltes et trachytes, et qu'elle se rattache à des causes physiques ayant entre elles une grande analogie. Nous ne voyons pas, dans le cas qui nous occupe, comment une telle structure pourrait être le simple résultat du croisement de joints rectilignes semblables à ceux qui divisent les quartzites, les psammites ou les calcaires en fragments pseudo-réguliers. La raison en est qu'à Lessines les limites naturelles des prismes se poursuivent souvent par des lignes brisées, tandis que les joints communs des roches stratifiées persistent ordinairement dans leur direction. On a l'occasion de constater ce fait en épiant la trace des faces prismatiques sur des bancs de cisage qui ont été mis à nu par les travaux. Le diagramme ci-contre reproduit une portion d'un de ces carrelages naturels, prise à la carrière Tacnière.



Des arguments minéralogiques principalement puisés dans l'examen au microscope parlent en faveur du caractère éruptif de ces grandes masses minérales, et si les faits de structure colonnaire rencontrés à Lessines ont pour origine les contractions d'une roche refroidie, ainsi qu'il est probable, les principaux cisages, toujours sensiblement perpendiculaires à l'axe longi-

[1] Nous donnons dans notre planche B une reproduction photographique d'une partie de la carrière de M. Tacnière, à Lessines, où cette disposition colonnaire est bien frappante.

Digitized by Google

tudinal des prismes, désignent infailliblement le plan des surfaces successives de refroidissement. Ces surfaces de refroidissement ainsi que les couches elles-mêmes qui leur correspondent furent d'abord horizontales : elles sont aujourd'hui plus ou moins redressées. Partant de là, il serait permis de voir, dans les grands cisages de Lessines, les couches et les nappes d'épanchement primitives de la roche d'éruption.

Mais les nappes d'épanchement peuvent être placées de deux manières relativement aux terrains de sédiment : ou bien elles s'étalent sur un fond de bassin parallèlement aux couches en voie de formation, et, dans cette hypothèse, elles sont parallèles à ces couches; ou bien elles débordent des fentes d'un terrain plus ancien, plus ou moins disloqué et sont presque toujours alors en discordance flagrante avec les couches encaissantes.

Dans le premier cas la roche éruptive est contemporaine des terrains stratifiés où elle est interposée : dans le second, elle leur est postérieure. S'il était possible de constater à Lessines une vraie concordance des grands cisages avec les strates sédimentaires anciennes les plus proches, il y aurait, selon nous, de fortes raisons d'admettre que les diorites quartzifères se sont épanchées dans la mer silurienne du Brabant, et ne sont pas d'une époque postérieure, ainsi qu'on l'a cru communément jusqu'à présent. Si des recherches futures établissaient la réalité de cette interprétation stratigraphique, l'on pourrait trouver, dans ces masses porphyriques déversées en plein océan, le point de départ probable des éléments de plusieurs conglomérats feldspathiques, que Dumont prit à tort pour des porphyres d'intrusion ou des roches métamorphiques, mais qui datent en réalité de l'époque silurienne, et dont nous espérons démontrer l'existence dans les terrains du pays.

Envisagées au point de vue minéralogique, les diorites de Lessines rappellent à beaucoup d'égards celles de Quenast, aussi bien dans l'examen fait en grand que dans l'observation de leurs plaques minces par le microscope. Dumont avait cependant remarqué que l'épidote est plus rare à Lessines, ce qui n'est pas également vrai pour toutes les carrières [1]. On pour-

[1] Par exemple, à la carrière de Mouplon, à la carrière Cosyns.

Digitized by Google

rait dire que certains sulfures comme la chalcopyrite sont plus habituellement disséminés à Lessines ; mais nous ajouterons que nous n'avons pas vu distinctement à Lessines le minéral prismatique désigné comme ouralite, que l'on peut rencontrer assez communément à Quenast. De plus, il nous a paru que la diorite y est plus hétérogène et plus souvent frappée d'altération. Les zones où elle est en voie de décomposition ou sillonnée de veines argileuses ou ferrugineuses sont très-nombreuses. Les bancs de grande épaisseur, à texture à peu près uniforme, à cassure droite, sont sujets à beaucoup d'interruptions. Les portions susceptibles de faire effervescence avec les acides nous paraissent s'y rencontrer plus fréquemment qu'à Quenast, ainsi que le calcaire en géodes ou en incrustations dans les fissures. Les portions où la texture porphyrique s'atténue et passe à une sorte de pétrosilex, et dont la composition minéralogique varie par la proportion moyenne des éléments visibles, acquièrent dans plusieurs carrières des proportions que nous n'avons point remarquées à Quenast. On a lieu aussi d'observer plus souvent à Lessines des cristaux de feldspath qui possèdent quatre ou cinq fois la grandeur moyenne des cristaux voisins de la même espèce.

Les feldspaths d'ailleurs y sont souvent ternes sur tout ou partie de leur surface, soit par suite d'un commencement de kaolinisation, soit par suite d'un recouvrement d'épidote granulaire : et il en est ainsi même dans des couches résistantes, et qui fournissent d'excellents pavés. De tout cela, il est naturel de conclure que la diorite quartzifère de Lessines s'est formée dans des conditions physico-chimiques moins uniformes que celles de Quenast. Peut-être que la pression y fût moindre, le refroidissement plus rapide, du moins dans quelques régions : ce que la structure prismatique précédemment décrite pourrait également faire pressentir.

Nous abordons maintenant l'étude microscopique [1] de la roche. — Dans

[1] L'importance exceptionnelle des massifs de Quenast et de Lessines n'est pas le seul motif qui nous a paru justifier la longue description que nous en donnons ici. Nous avons cru que la méthode microscopique employée à l'étude des roches plutoniennes de Belgique exigeait *des explications* et *des justifications* de détails, qui seraient inutiles s'il s'agissait d'un mode d'observation universellement connu et pratiqué. Mais les travaux dans lesquels ce procédé est mis en usage sont consignés, à très-peu d'exceptions près, dans des écrits étrangers à la littérature scien-


Digitized by Google

le travail déjà cité de M. Delesse la *pâte* en est considérée comme un résidu de cristallisation contenant toutes les substances constituantes du feldspath, mais en proportions un peu différentes. Il la désigne sous le nom de *pâte feldspathique*. Ce savant admet que dans les porphyres auxquels il rattache la roche dont nous nous occupons, quelques minéraux ont pu cristalliser dans la masse sans que celle-ci passât tout entière et uniformément en cristaux. Il considère cette pâte comme l'eau mère d'où sont sortis les minéraux cristallisés. D'après lui, ce *résidu* de cristallisation n'est point constitué d'éléments dont la composition soit bien déterminée. Ce n'est donc pas une agrégation d'individus microscopiques, mais un silicate dont les éléments variables sont l'acide silicique et toutes les bases qui se retrouvent dans les minéraux isolés [1]. Cette manière de voir a été partagée par plusieurs pétrographes : M. Vogelsang, entre autres, se rallie à cette opinion; des observations microscopiques lui auraient démontré que la pâte des porphyres n'est pas parfaitement individualisée et contiendrait un grand nombre de points qu'on ne peut considérer comme cristallins; ils auraient été soumis à des actions moléculaires secondaires auxquelles serait due une structure semi-cristalline, qui n'existait pas au moment de la solidification de la roche [2]. Cependant le résultat de nombreuses études sur les porphyres quartzifères ne permet pas d'étendre à toutes les roches porphyriques la manière de voir de ces savants [3]. Nous en avons une nouvelle preuve dans la roche que nous décrivons et qui fut longtemps assimilée aux porphyres dont elle possède la structure. — On voit au microscope que sa pâte est composée de grains cris-

tifique française. Nous avons eu cette lacune présente à l'esprit. De là, le caractère parfois élémentaire que nous sommes entraînés à donner à notre exposition. Au surplus les détails microscopiques dans lesquels nous nous engageons à propos des diorites quartzifères de Lessines et de Quenast, nous permettront de marcher beaucoup plus rapidement dans l'examen des autres roches cristallines qui font l'objet de ce mémoire.

[1] *Loc. cit.* et *Bull. de la Soc. Géol. de France*, 2e série, VI. 629.

[2] Vogelsang, *Philosophie der Geologie und mikroskopische Gesteinstudien*, p. 133. Bonn, 1867. On voit dans le dernier travail de ce savant (*Die Krystalliten*, p. 160) qu'il a changé de manière de voir à ce sujet, puisqu'il admet que les roches porphyriques peuvent se diviser suivant la structure de la pâte en *granophyres*, *vitrophyres* et *felsophyres*.

[3] Zirkel, *Die mikroskopische Beschaffenheit der Mineralien und Gesteine*, p. 320. Leipzig, 1873.

Digitized by Google

tallins de feldspath et de quartz [1] dont les dimensions moyennes sont d'environ 0^{mm},05 ; on n'observe jamais entre eux l'interposition d'une substance amorphe [2]. Nous avons retrouvé cette structure microgranitoïde de la pâte dans toutes nos lames taillées. Les grains de quartz s'y reconnaissent aisément à leur limpidité caractéristique, à leur polarisation chromatique très-accentuée; leurs contours sont généralement irréguliers, toutefois quelques individus de cette substance semblent affecter une forme cristallographique bien déterminée; on y remarque des sections rhombiques appartenant à des dihexaèdres de quartz dont les dimensions de l'axe principal varient entre 0^{mm},01 et 0^{mm},02. L'élément feldspathique y est ordinairement kaolinisé, il a perdu sa transparence par suite d'actions moléculaires. Quelques préparations faites avec des échantillons assez décomposés offrent une teinte jaunâtre répandue sur cette pâte; elle est due à de l'hydrate de fer, provenant de la décomposition du fer magnétique ou du fer titané. Cette teinte apparaît ordinairement plus foncée autour des points occupés par ces minéraux, d'où elle semble rayonner en diminuant d'intensité. La roche contient un *feldspath plagioclase* et de l'*orthose*. Le premier analysé par M. Delesse lui offrit, comme nous l'avons dit, la composition de l'*oligoclase*; nous allons en décrire la microstructure.

Les macles qu'on voit à l'œil nu ou à la loupe semblent s'effacer, il est vrai, par le polissage des préparations; mais même à la lumière ordinaire, on reconnaît bien souvent au miscroscope les limites de chaque lamelle marquées par des lignes légèrement foncées. A la lumière polarisée la constitution polysynthétique de ce feldspath apparaît à l'évidence (pl. I, fig. 1). Chaque lamelle, dont l'épaisseur varie ordinairement entre 1^{mm} et 0^{mm},3, présente alors une teinte particulière, les axes d'élasticité optique de chacune d'elles ayant une orientation différente. Ces teintes sont nettement tranchées, terminées par des lignes droites d'une régularité parfaite. Ces

[1] C'est ce qui doit presque nécessairement se réaliser pour les porphyres; d'après les déductions de M. Delesse la quantité d'acide silicique de la pâte des porphyres quartzifères montant de 64 à 75 p. °/₀, il conclut logiquement qu'elle ne peut consister uniquement en feldspath, *loc. cit.*, p. 638, ff.

[2] Delesse, *loc. cit.*, p. 311.

Digitized by Google

lamelles ne se laissent pas toujours poursuivre sur toute l'étendue du cristal, qui présente alors une partie striée et une autre homogène d'une teinte uniforme. Un demi-tour de l'analyseur amène les couleurs complémentaires. Aucun autre groupe minéral n'offre des cristaux polysynthétiques de même structure; aussi ce phénomène optique est-il le meilleur caractère spécifique des plagioclases. Il apparaît au microscope presque pour chaque individu; il est assez rare en effet que la section soit exactement parallèle à g^1 (le brachypinakoïde $\infty \breve{P} \infty$), et c'est dans ce cas seulement que le signe distinctif des feldspaths du sixième système n'apparaît pas dans les sections étudiées à la lumière polarisée. La structure de l'oligoclase de cette diorite présente un phénomène observé dans les plagioclases des trachytes, des andésites et des laves trachytiques et andésitiques [1]. C'est une disposition zonaire accusée par des lignes parallèles aux contours des sections parallélogrammiques. Ces lignes ont à la lumière ordinaire une légère couleur brunâtre; leurs angles s'arrondissent comme le montre la figure (pl. I, fig. 1) et, ce qui est très-remarquable, celles qui sont orientées perpendiculairement aux lamelles polysynthétiques ne laissent apercevoir nulle part de solution de continuité au point de croisement avec les macles. Ces deux structures sont donc complétement indépendantes et rappellent à ce point de vue les microlithes des perlites dont l'alignement n'est point troublé par la structure globuleuse caractéristique de ces roches. Bien que l'on puisse encore facilement distinguer ces lamelles, il est à remarquer cependant que ce feldspath est en général fortement altéré; des préparations microscopiques faites avec des fragments extraits des points les plus profonds de l'exploitation récemment mis à jour montrèrent sous le microscope les mêmes traces de décomposition; la transparence relativement faible en certains points est troublée par une quantité considérable de petits points grisâtres dont nous n'avons pu déterminer la nature. Souvent aussi il s'est développé à l'intérieur des feldspaths une substance légèrement verdâtre isotrope que nous considérons comme un produit de sa décomposition. Nous prouverons bientôt que plu-

[1] Rosenbusch, *Mikroskopische Physiographie der petrographisch wichtigen Mineralien*, pp. 359-360. Stuttgart, 1873.



sieurs éléments de la diorite montrent des signes incontestables d'altération, et l'on ne doit point s'étonner de celle de l'oligoclase qui, de tous les feldspaths riches en acide silicique, est le plus sujet à se décomposer à cause de sa constante teneur en chaux. Si l'on tient compte du fait admis par les pétrographes, qu'aucune roche ne résiste à l'action chimique de l'eau, et si en même temps on réfléchit à l'âge ancien où cette diorite a fait éruption, on ne s'étonnera pas de ce que nous révèle ici l'analyse microscopique.

La présence du quartz dans la roche semblait aussi indiquer celle de l'*orthose;* il résulte de nos recherches que ce feldspath joue un rôle secondaire comparativement à l'oligoclase, ce qui ne permet pas de ranger notre roche parmi les syénites. Ce feldspath y est peut-être un peu plus fréquent que nous ne l'indiquons, mais nous n'avons voulu lui rapporter que les seuls individus à caractères monocliniques nettement accusés.

La difficulté de cette détermination provient surtout de l'état d'altération que nous avons remarquée pour l'oligoclase dont la transparence est à tel point troublée par l'interposition de divers produits de décomposition, que ses stries caractéristiques ont quelquefois presque complétement disparu. Sa coloration à la lumière polarisée étant devenue sensiblement uniforme, il faut dans ce cas une certaine réserve pour se prononcer sur la nature du feldspath. Pour la détermination de l'orthose nous nous sommes donc appuyés spécialement sur le fait bien constaté de la macle de Carlsbad dans des sections non polysynthétiques. Cette combinaison assez rare d'ailleurs dans la diorite de Lessines et de Quenast s'offrit dans des cristaux de proportions quelquefois inférieures à un millimètre. Leurs sections étudiées à la lumière polarisée sont divisées en deux bandes dont les couleurs sont complémentaires; la face g^1 (klinopinakoïde ∞₽∞) étant le plan suivant lequel se fait l'hémitropie, l'orthose cristallisée suivant la macle de Carlsbad doit nécessairement apparaître telle que nous venons de la décrire. Ceci suppose que la section n'est pas exactement parallèle à g^1 (au klinopinakoïde ∞₽∞), cas tout à fait exceptionnel. — Ces bandes sont de largeur égale, comme nous l'avons observé quelquefois, lorsque la section est perpendiculaire au plan de la macle; l'une d'elles, au contraire, va diminuant de largeur jusqu'à

Digitized by Google

se réduire à une bande très-étroite, quand l'angle de la section avec le plan de la macle devient très-petit. Nous croyons que bon nombre de grains feldspathiques colorés en rouge incarnat disséminés dans la pâte, grains où l'on ne découvre pas à la loupe les macles du système triclinique, peuvent se rapporter aussi à l'orthose.

La *hornblende* que renferme cette roche est ordinairement très-altérée; c'est ce que l'on constate tout d'abord en polissant les lames minces : de petits fragments fibreux s'en détachent et des cavités se forment aux points qu'ils occupaient. Les sections de hornblende ont en général deux à trois millimètres; elles ne sont presque jamais bien terminées; c'est ce qui arrive habituellement à ce minéral dans les syénites et les diorites, qui nous l'offrent souvent, comme dans notre cas, avec une cristallisation confuse. Fréquemment ce sont des cristaux arrondis sur les bords; leur développement semble avoir été arrêté, et l'on ne peut les confondre avec les minéraux fragmentés et brisés aux extrémités, dont nous démontrerons la présence dans nos recherches sur les roches clastiques. On observe dans quelques cas l'angle prismatique de 124°, 30′; les sections ont alors des formes hexagonales. Les formes prismatiques sont aussi très-fréquentes et une série de lamelles parallèles s'y distingue facilement sur la face de clivage *m* (∞P) : on voit que le cristal est composé de microlithes amphiboliques, de fines aiguilles de dimensions très-variables qui descendent quelquefois à 0^{mm},002 d'épaisseur et dont la longueur inégale donne au contour de la section un aspect frangé; leur parallélisme n'est pas toujours constant; ils s'inclinent en groupes et ces éléments linéaires y affectent alors une disposition que nous ne pouvons mieux comparer qu'aux herborisations de nos fenêtres en hiver (pl. I, fig. 3). D'autres fois elle ne présente aucun de ces phénomènes; elle apparaît avec une teinte verdâtre homogène ou sillonnée par des lignes noires opaques qui proviennent de l'interposition d'un produit de décomposition de l'amphibole. Il n'est pas rare non plus d'y découvrir une structure zonaire; elle résulte de la décomposition qui, d'un côté, commence au centre du minéral et de l'autre s'avance des bords vers l'intérieur; la partie moins altérée, d'une coloration différente, s'étend alors comme une zone autour du minéral. Parfois le centre n'est pas attaqué d'une manière aussi sensible que les contours;


Digitized by Google

ceux-ci sont alors entourés d'une bordure gris-noirâtre, presque opaque et isotrope (pl. I, fig. 3).

Ce produit de décomposition analysé avec les plus forts grossissements du microscope se résout en grains irréguliers superposés en grand nombre, L'accumulation de ces petits corps opaques donne naissance à la teinte sombre qui environne le cristal. Remarquons cependant que nous n'avons pas observé les points noirs métalliques répandus dans la zone entourant quelquefois la hornblende basaltique [1]. Le fait de la zone de décomposition que nous venons de relever a son importance au point de vue génétique de la roche; elle nous indique d'une manière évidente la métamorphose sur place de l'amphibole dont la décomposition s'est effectuée, au lieu occupé actuellement par ce minéral. Nous n'avons donc pas sous les yeux, dans ces fragments moins attaqués par la métamorphose, des éléments d'une roche antérieure dont la désagrégation aurait donné lieu à une formation deutogène.

Ce produit de décomposition noirâtre ou grisâtre se retrouve entre tous les plans de clivage; il tapisse les intervalles laissés entre les divers fragments dont le groupement conserve encore la forme du cristal primitif. Ces fendillements et le maximum de la métamorphose coïncident avec l'axe cristallographique principal. L'altération profonde de cet élément a fait disparaître les clivages primitifs du minéral. M. Zirkel qui, le premier, s'est occupé de recherches microscopiques sur cette roche, n'a pu constater, comme nous, qu'un très-petit nombre de sections avec les clivages de 124°,30'.

Les enclaves de la hornblende sont habituellement l'apatite que nous considérons comme produit primaire (pl. I, fig. 3), le fer magnétique, le fer titané, la biotite, l'épidote, le calcaire et le quartz que nous démontrerons plus tard avoir été probablement formés par la décomposition du minéral englobant. Les enclaves, qui abondent quelquefois dans les cristaux de quartz en contact avec l'amphibole, ne se trouvent pas dans cette dernière.

[1] ZIRKEL, *Untersuchungen über de mikroskopische Zusammensetzung u. Struktur der Basaltgesteine*, p. 75. Bonn, 1870.

Digitized by Google

Les différents caractères que nous venons de décrire sont retracés dans les figures 2 et 3, planche I.

A part les fendillements qui dénotent un clivage prismatique parfait, la hornblende n'offre ici que très-rarement des contours assez déterminés pour préciser, avec certitude, sa forme cristalline; ses sections sont ordinairement irrégulières et se rapporteraient souvent tout aussi bien à un autre minéral, si un caractère important ne venait appuyer notre détermination. C'est le dichroscopisme de l'amphibole qui nous la fit parfaitement reconnaître.

Les contours et la coloration ne permettant pas en général de bien distinguer ce minéral de l'augite, de la diallage et de la bronzite, M. Tschermak [1] a indiqué ce caractère d'une grande ressource dans les recherches microscopiques. Les minéraux mentionnés ci-dessus ne possédant presque pas de dichroscopisme, tandis que ce phénomène optique est très-sensible pour l'amphibole, toute crainte de la confondre avec les premiers disparaît dès qu'il se présente. Dans nos préparations les plus épaisses, le phénomène se montre, d'une manière bien accusée, malgré la couleur en général peu foncée de la hornblende dans la roche que nous étudions. On voit des sections se colorer tour à tour en brun verdâtre pâle et en vert poireau, tandis que les autres minéraux du champ restent passifs. Nous rapportons à l'amphibole décomposée un bon nombre de points verdâtres répandus dans la pâte; ce qui nous permet dans quelques cas de les rattacher à l'amphibole, c'est que bien souvent ils sont intimement unis à de grands cristaux où les caractères de la hornblende apparaissent avec évidence.

Le *quartz* se rencontre très-souvent dans cette diorite. On l'aperçoit dans toutes les lames minces, tantôt sous forme de grains irréguliers, tantôt cristallisé en dihexaèdres. Dans nos préparations microscopiques il est d'une transparence parfaite et d'une limpidité qui le font reconnaître à première

[1] TSCHERMAK, *Mikroskopische Unterscheidung der Mineralien aus der Augit-Amphibol u. Biotit Gruppe,* vol, LIX, *Sitzb. der Akademie der Wissensch. zu Wien,* 1re partie, p. 9, 1869. Afin d'éviter l'emploi d'une loupe dichroscopique, ce savant propose de retirer du microscope le nicol analyseur et de faire tourner sur son axe le prisme inférieur. On voit se succéder alors pour le minéral dichroscopique les deux colorations différentes qui apparaîtraient simultanément l'une à côté de l'autre si l'on se servait du dichroscope.



vue. Sa masse est traversée par de nombreuses fissures, jamais il n'offre les traces de l'altération observée pour les feldspaths. — Les sections d'individus cristallisés sont relativement rares; le plus souvent ce minéral a des formes irrégulières et parfois arrondies, lui donnant alors l'aspect de gouttelettes. Dans les fragments à contours réguliers on observe fréquemment des sections rhombiques biréfringentes (pl. I, fig. 2); le minéral a été taillé alors parallèlement à l'axe principal; même lorsqu'il n'a qu'une cristallisation confuse les caractères spécifiques de cet élément minéralogique sont tellement tranchés qu'en l'étudiant au microscope il est presque impossible de se méprendre sur sa nature. Comme le fait remarquer M. Delesse[1], la forme du dihexaèdre est celle du quartz cristallisé dans le porphyre quartzifère, qui a tant d'analogies avec notre diorite. Cette observation a son importance; les travaux récents ont fait reconnaître la distinction des modes différents de cristallisation du quartz suivant les diverses espèces de roches où il entre en composition; dans les granites il est en grains irréguliers; cristallisé, il prend dans les porphyres la forme du dihexaèdre; dans les trachytes celle du dihexaèdre combiné avec le prisme.

Cet élément étudié au microscope offre dans la diorite de Lessines et de Quenast une particularité d'un grand intérêt et de la plus haute importance puisqu'elle nous permettra de déterminer jusqu'à un certain point les conditions dans lesquelles la roche fut formée.

Depuis longtemps on s'était occupé des nombreux minéraux renfermés dans le quartz; on avait remarqué des liquides très-expansibles enclavés au sein de ce minéral. Leonhard compte près de quarante espèces minérales, qui s'y trouvent assez souvent englobées [2].

Les propriétés des enclaves liquides furent étudiées par Davy, Brewster et Poggendorf; mais c'est surtout le remarquable mémoire de Sorby [3], qui, en

[1] Delesse, *loc. cit.*, p. 314.

[2] Blum, Leonhard, Seyfert u. Söchting, *Die Einschlüsse v. Mineralien in krystallisirten Mineralien.* Harlem, 1854.

[3] *On the microscopical Structure of Crystals Indicating the Origin of Minerals and Rocks.* (Quart. Journ. of the geolog. Soc., vol. XIV, pp. 453-500; 1858. Les conclusions de cet important travail se trouvent aussi résumées dans les *Comptes rendus*, t. XLVI, p. 146; 1858.)

Digitized by Google

ouvrant la voie aux recherches microscopiques sur les roches a fait ressortir l'importance de ces phénomènes au point de vue de la géologie. Ce savant a déterminé la composition chimique de ces liquides, il a montré par des recherches expérimentales le mode de formation des enclaves au sein des cristaux artificiels et en a déduit des conclusions sur lesquelles nous aurons bientôt à revenir.

L'intérêt que présente l'étude des enclaves s'est encore accru par la belle découverte de M. Vogelsang; à l'aide d'ingénieux appareils il constata la présence de l'acide carbonique liquide dans les cavités du quartz des granites et de quelques autres roches [1].

Les conclusions judicieuses énoncées par M. Zirkel à la suite de ses travaux microscopiques sur le même sujet ont donné une grande portée aux observations concernant les substances englobées dans le quartz.

Les enclaves du quartz de la diorite de Quenast appartiennent la plupart à la classe des enclaves liquides (pl. II, fig. 2) [2]; une bulle, dont on peut observer quelquefois la mobilité au sein de l'enclave, atteste la présence d'un liquide; nous la désignerons par le nom de *libelle*.

Ces enclaves sont répandues en si grand nombre dans le quartz que, vues

[1] VOGELSANG et GEISSLER, *Uber die Natur der Flussigkeitseinschlüsse in gewissen Mineralien.* (ANN. DE POG., t. CXXXVII, p. 56; 1869 et NEUES JAHRB., p. 747; 1869.) — SORBY et BUTTLER, *On the structure of Rubies, etc.*, dans les PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY, n° 109, p. 297; 1869.

[2] M. Sorby dans son mémoire admettait quatre espèces d'enclaves microscopiques qu'il désignait par le nom de *fluid, glas-stone* and *gas-cavities*. M. Zirkel dans son dernier ouvrage (*Die mikrosk. Besch. der Min. u. Gestein*, pp. 39 à 86), tout en conservant la base de la division du géologue anglais, donne, avec une nomenclature plus rationnelle, une classification des enclaves que nous suivrons dans notre travail. Comme ces termes doivent se représenter souvent dans ce mémoire, nous donnons ici la division adoptée par M. Zirkel, sauf à nous étendre plus tard sur ces détails : 1° *Enclaves liquides* (Flussigkeitseinschlüsse); 2° *Enclaves vitreuses* (Glaseinschlüsse). Elles représentent le magma vitreux d'où le minéral englobant est sorti lors de sa cristallisation; 3° *Enclaves lithoïdes*. Nous désignons par ce mot la troisième espèce d'enclaves de M. Zirkel; elles présentent beaucoup d'analogies avec les enclaves vitreuses quant à leur mode de formation; elles en diffèrent, parce que lorsqu'elles furent englobées, la pâte était individualisée et son caractère pétrographique déterminé; 4° *Enclaves* de *cristaux* dans des cristaux d'autre nature. On entend par *pores* (Hohlräume) les bulles qui prirent naissance pendant la formation des cristaux ou des substances amorphes; ils sont dus à l'expansion des vapeurs et des gaz.


Digitized by Google

même avec un faible grossissement, elles semblent altérer l'homogénéité de la masse hyaline; elles doivent être disséminées sur tous les plans des lames taillées, car au moindre mouvement de la vis micrométrique, on en voit apparaître d'autres par milliers. M. Sorby a calculé qu'un pouce cube de granit en contient quelquefois un milliard [1]. Après ces faits on s'étonnera peut-être que l'analyse chimique ne signale aucune trace de l'eau renfermée mécaniquement dans des minéraux où l'on observe ces enclaves liquides en nombre prodigieux; mais il est nécessaire de remarquer que la chaleur développée par le broiement de la substance fait évaporer une partie du liquide : de plus, dans cette trituration les fractures se font suivant les joints de plus faible résistance; or les points occupés par les enclaves se trouvent précisément le long de ces joints; par suite le liquide au contact de l'air atmosphérique s'évapore.

Si la perte au feu semble contredire les données précédentes, il faut attribuer ce désaccord à la libelle qui permet au liquide de se dilater; la décrépitation ne se produit pas et l'eau reste englobée dans la substance [2].

Bien que les enclaves ne présentent en général aucune forme spéciale, les plus petites sont ordinairement sphériques; les plus grandes sont souvent allongées, étirées dans tous les sens; leurs proportions moyennes sont de $0^{mm},005$ [3]. Avec les plus forts grossissements du microscope le plus grand nombre apparaît encore comme des points irrésolubles.

Dans une de nos préparations, nous avons remarqué une enclave dont les lignes terminatrices déterminaient un hexagone; elle nous représente donc un cristal négatif de quartz.

Beaucoup montrent un intéressant et curieux phénomène; elles renferment au sein du liquide, outre la libelle, de petits cristaux cubiques (pl. II, fig.2).

[1] *Loc. cit.*, pp. 22 et 34.

[2] Pfaff (*Annales de Pogg.*, t. CXLIII, p. 610; 1871) a construit un appareil spécial pour la détermination quantitative de l'eau renfermée mécaniquement dans les enclaves liquides. Les laves, les basaltes et les obsidiennes, analysées d'après cette méthode, lui donnèrent un résultat négatif, tandis que les granites, les gneiss et les porphyres accusèrent nettement la présence d'une certaine quantité d'eau. Il constata un maximum de 1,8 p. % dans le schiste micacé de Davos, et un minimum de 0,11 p. % dans la syénite de Meissen. Cf. Rosenbusch, *Physiographie*, p. 46.

[3] Zirkel, *Mikromineralog. Mitheil.* Neues Jahrb. für Min., p. 8; 1870.

Digitized by Google

Une enclave de forme ellipsoïdale, bien régulière, nous a permis de prendre au micromètre les dimensions exactes de la libelle et du cristal cubique.

Grand axe de l'enclave	0,00964 mm
Petit axe	0,00660
Côté du cube	0,00214
Diamètre de la libelle	0,00187

M. Zirkel trouva pour une enclave d'un quartz de la roche de Quenast les dimensions suivantes :

Grand axe	0,0108 mm
Petit axe	0,0036
Côté du cube	0,0025
Diamètre de la libelle	0,0016

La libelle se retrouve dans la plupart des cavités microscopiques; les cubes sont moins fréquents, mais dans certaines parties du quartz, il n'est presque aucune enclave qui n'en renferme.

De toutes les roches étudiées au microscope, après la syénite de Laurvig en Suède, c'est peut-être la diorite de Quenast et de Lessines qui présente le plus grand nombre de ces cristaux cubiques. On peut observer facilement au microscope un déplacement lent de la libelle qui atteste la présence d'un élément liquide dont nous étudierons bientôt la nature.

Quant aux cristaux cubiques, leur forme est nettement dessinée et d'une transparence telle qu'on peut voir à travers le cube les arêtes du plan postérieur.

Leur surface est recouverte de stries parallèles répondant au clivage p ($\infty 0 \infty$). Il s'y dessine des carrés qui donnent aux faces l'apparence d'un damier. Quelques-uns sont un peu arrondis aux angles solides comme s'ils offraient la combinaison pa^1 ($0. \infty 0 \infty$), tandis que d'autres sont plus ou moins allongés. Ils sont faiblement colorés en vert bleuâtre et leur nature isotrope ne peut se trahir dans l'examen optique à cause de la substance biré-

Digitized by Google

fringente qui les enveloppe de toutes parts. Ayant élevé la température de nos préparations microscopiques au moyen de glycérine portée à 200°C., nous n'avons remarqué aucun changement sensible, ni dans la forme de la libelle, ni dans le cube.

Avant de tirer les conclusions de ce remarquable phénomène, établissons d'abord que ces bulles furent enclavées avec les substances qu'elles contiennent au moment de la solidification du quartz.

La présence de la libelle dans toutes les enclaves exclut, selon M. Zirkel [1], la supposition d'un liquide s'infiltrant dans les pores du minéral déjà formé. Comment admettre en effet qu'un liquide venant à occuper des cavités préexistantes ne les eût toutes remplies qu'en partie? De plus, dans cette même hypothèse, le microscope nous révélerait sans nul doute le canal par lequel le liquide se serait introduit et une élévation de température le forcerait à s'échapper par la même voie; or les observations nombreuses et variées n'ont jusqu'ici rien constaté de semblable.

La grande perméabilité des roches n'est point un argument contre l'explication donnée plus haut, vu que ces enclaves se rencontrent dans les minéraux les plus compactes; d'ailleurs il est impossible, selon Pfaff [2], de démontrer expérimentalement l'infiltration d'un liquide entre les molécules des cristaux; toutes les recherches faites en vue d'établir cette hypothèse n'ont pu la faire accepter.

Enfin la belle découverte de Vogelsang constatant la présence de l'acide carbonique liquide dans les enclaves du quartz ne saurait s'accorder avec l'hypothèse d'une infiltration. D'ailleurs l'eau sursaturée de chlorure de sodium, que nous reconnaitrons bientôt dans les enclaves du quartz de la diorite de Quenast, ne saurait s'être introduite au sein de cette roche à la manière de l'eau atmosphérique.

On comprend aisément de quelle importance sera pour l'explication du mode de formation de cette roche la connaissance de la nature du liquide qui s'y trouve englobé. Si nous avions affaire à de l'acide carbonique liquide,

[1] F. Zirkel, *Mikrosk. Beschaff*, p. 50.
[2] Pfaff., *Allgemeine Geologie als exacte Wissenschaft*, p. 139; 1873.

Digitized by Google

la libelle serait absorbée vers 30°, vu la grande expansibilité de ce liquide, tandis que nous avons constaté l'invariabilité de son volume même à une température de 200°. L'expérience et le calcul ont conduit Sorby [1] à admettre que quelques-unes des bulles du quartz renfermaient un liquide saturé. Il est intéressant de voir comment cet habile expérimentateur est arrivé à cette conclusion. Ayant renfermé dans un tube du quartz pulvérisé dans lequel il avait remarqué des enclaves liquides, il détermina l'évaporation du liquide qu'il fit ensuite congeler; cette congélation coïncida avec le 0 de l'échelle thermométrique; il vit en outre une substance se déposant à l'état solide plus près du point d'échauffement. L'examen microscopique et les réactions chimiques lui prouvèrent que ce corps solide était du chlorure de sodium ou de potassium. L'eau avait souvent une forte réaction acide due à l'acide chlorhydrique produit par la décomposition de ces sels, lors de l'échauffement du quartz.

La vue de petits cristaux cubiques fait naturellement naître l'idée d'une solution sursaturée de chlorure de sodium dans les enclaves; leur forme, les stries parallèles qui recouvrent leurs faces font immédiatement penser au sel gemme.

A l'exemple de M. Sorby, de MM. Zirkel et Behrens qui ont constaté du chlorure de sodium cristallisé dans les enclaves de la syénite de Laurvig [2], nous entreprîmes de rechercher la nature du liquide et de ses cristaux. Le meilleur moyen d'arriver à un résultat était l'emploi de l'analyse spectrale. Dans cette expérience nous apportâmes le plus grand soin à éliminer la raie du sodium afin d'être certains que si elle apparaissait, elle n'était pas due à la faible portion de ce métal répandue dans l'atmosphère, mais bien à ce que pouvait en contenir le minéral à analyser. Le même soin fut donné à dépouiller de toute enveloppe feldspathique les grains de quartz extraits de la diorite.

A peine soumis à la flamme du brûleur, ils laissaient entendre de légères décrépitations, les enclaves éclataient et la raie D apparaissait. L'expérience

[1] *Loc. cit.*, p. 19.
[2] *Mikromineralogische Mittheilungen*, Neues Jahrb., p. 801; 1870.

Digitized by Google

répétée plusieurs fois nous donna constamment le même résultat. Toutefois, pour nous assurer davantage de l'exactitude de notre recherche, nous voulûmes la contrôler par une voie entièrement différente. Quelques fragments de ce quartz réduits en poudre fine furent recueillis dans de l'eau chimiquement pure; lorsque le dépôt se fut effectué, nous y versâmes quelques gouttes d'azotate d'argent. L'eau devint légèrement laiteuse; elle présentait la teinte opaline qui caractérise le chlorure d'argent.

Nous croyons pouvoir affirmer que nos expériences mettent en évidence le fait que ces cubes sont des cristaux de sel gemme et que le liquide des enclaves est saturé de chlorure de sodium.

Ce résultat n'a rien d'étonnant si l'on réfléchit à la grande analogie existant entre les roches plutoniques et les roches volcaniques. On trouve chaque jour de nouveaux points de ressemblance entre ces deux groupes.

Les produits de nos volcans examinés peu de temps après l'éruption offrent presque toujours des traces de chlorure de sodium; quelques-uns mêmes en sont tout imprégnés. Un exemple encore récent vient démontrer l'énorme quantité de sel marin qui peut se produire dans les phénomènes volcaniques. Au commencement d'avril 1871, le sommet du Vésuve fut couvert d'une couche tellement épaisse de ce sel qu'on peut la comparer à celle de la neige qui couvre nos champs [1]. On admet généralement que c'est à l'eau de mer dont le rôle est si important dans ces éruptions, que doit être attribué un dépôt aussi considérable. Cette opinion est partagée par un des plus savants connaisseurs des phénomènes volcaniques, M. G. vom Rath, qui consacra la plus grande partie de sa belle carrière scientifique à l'étude des volcans de l'Allemagne et de l'Italie. En s'appuyant sur cet ensemble de faits ne trouvera-t-on pas peu contestable le rôle que nous assignons à l'eau de mer dans la formation de la diorite de Lessines et de Quenast?

Nous avons donc établi que l'eau à l'état liquide ou à l'état de vapeur doit s'être trouvée en présence de cette roche lors de sa solidification. Mais nous pouvons aller plus loin à l'aide des données physiques; nous pouvons essayer de déterminer la température à laquelle cette eau fut englobée, et

[1] *Zeitschrift der deutsch. geolog. Ges.*, Band. XXIII, p. 721.

Digitized by Google

conséquemment celle de la roche, au moment où elle se figea. M. Sorby [1] a établi par le calcul le point de solidification d'une foule de roches; mais quelques-uns des principes invoqués par ce savant ayant été contestés par des géologues allemands, nous crûmes devoir recourir à une autre méthode pour arriver au résultat que nous cherchions. Nous avons démontré que cette eau ne pouvait s'être introduite dans le minéral par voie d'infiltration; qu'au moment de la cristallisation du quartz, le liquide s'y trouva hermétiquement englobé, et qu'il est resté dans ces enclaves en quantité invariable. Abstraction faite du mode de formation de la libelle qui ne peut infirmer en rien nos déductions, nous trouverons dans les mesures micrométriques les éléments nécessaires pour la résolution du problème. Nous nous établirons pour cette détermination sur les expériences faites relativement à la solubilité du sel marin dans l'eau. — On a remarqué en effet que la solubilité croît et décroît proportionnellement à la température. Le cube de sel marin contenu dans la bulle ayant été déposé par le liquide pendant la période de son refroidissement, le volume du cube, celui de la libelle et du liquide suffisent donc pour aborder la question [2].

Les mesures micrométriques prises sur l'enclave dont nous avons parlé tout à l'heure fournissaient les éléments de notre évaluation. Le volume d'eau se trouve être 0,0000002198687^{mm}, celui du sel de 0,0000000098003. On avait à se demander à quelle température il fallait élever ce volume d'eau pour lui faire dissoudre ce volume de sel. Le calcul donna pour résultat une température de 307°C. [3]. Ce chiffre serait exact, si la loi de solubilité citée

[1] SORBY, *loc. cit.*, p. 19.

[2] Une communication qui nous fut adressée par M. Sorby nous indique qu'on a donné une généralisation trop grande à la proportionnalité entre le volume de la libelle et celle du liquide renfermé dans la cavité. Ses recherches mettent hors de doute pour bien des cas la vérité de sa proposition. Il admet cependant que souvent cette proportionnalité n'existe pas. C'est d'ailleurs ce qu'il a mentionné dans son premier mémoire; il a montré que des cristaux artificiels, formés dans les mêmes conditions, présentent des enclaves où se vérifie le principe et d'autres où il ne peut trouver une application.

[3] L'enclave (ellipsoïde de révolution) a pour volume $\frac{4}{3}\pi ab^2$.

$$a = 0,mm,00482$$
$$b = 0,mm,00330$$

du sel marin dans l'eau était vérifiée et confirmée pour les températures élevées. Malheureusement les expériences nous font défaut sur ce point. La loi de solubilité du chlorure de sodium reste constante jusqu'à 120°C. : au delà, nous ignorons comment elle se comporte. En voyant l'eau surchauffée devenir un dissolvant assez énergique du verre artificiel, dans les expériences de MM. Daubrée et Sorby, on peut croire que son action sur le chlorure de sodium s'accroît considérablement à 200 ou 300°. Le doute sur ce point

$$b^2 = 0{,}00001089$$

$$ab^2 = 0{,}0000000524898$$

$$\frac{4}{3}\pi = 4{,}1887901$$

$$E = \frac{4}{3}\pi ab^2 = 0mmc{,}0000002198687$$

Libelle formule $\frac{4}{3}\pi r^3$

$$r = 0{,}00093$$

$$L = \frac{4}{3}\pi r^3 = 0mmc{,}000000003429$$

Cube volume $c = 0mmc{,}0000000098003$.

On a les formules entre les poids et les volumes : eau $P = V \times 1000$; pour un corps quelconque $P = V \times 1000 \times$ poids spécifique. Dans ces formules, quand V représente des mètres cubes, P indique des kilogrammes. Par conséquent, quand V représente des millimètres cubes, P représente des millièmes de milligramme, de là

$$V = \frac{P}{1000 \times \text{poids spécifique}}$$

p représentant le poids d'eau renfermé dans l'enclave, ϖ représentant le poids du sel (non compris le cube), on a à la température des déterminations micrométriques et en admettant que dans la dissolution de sel marin il n'y a ni augmentation ni diminution du volume total

$$\frac{p}{1000} + \frac{\varpi}{1000 \times 2.26} = E - (L + C) = 0{,}000000206644 \quad \ldots\ldots\ldots \quad [a]$$

2.26 est la densité du sel marin à 0°; à 20°, température à laquelle les mesures micrométriques ont été faites, la valeur de cette densité est inférieure à la valeur primitive de quelques millièmes; seulement nous avons négligé cette variation. Même remarque pour l'eau. D'après les indications de M. Regnault (*Chimie*, t. I, p. 456, tableau), à 0°, 100 grammes d'eau contiennent à saturation 35,5 grammes de sel; à 120°, 100 grammes d'eau contiennent à saturation 40,5 grammes de sel.

De plus, la solubilité croît proportionnellement à la variation de température : cela donne une



capital ne nous permet d'assigner à notre chiffre de 307° que la valeur d'une simple approximation. Néanmoins nous acceptons ce chiffre comme provisoire, et nous poursuivrons notre évaluation des conditions physiques sous l'empire desquelles la roche de Quenast a pu se consolider. C'est l'exemple d'un calcul qui donnera plus tard sans doute des résultats auxquels on pourra se fier complétement. Connaissant la température à laquelle s'était formée l'enclave, on pouvait déterminer la pression qui fut nécessaire pour empêcher à cette température la vaporisation complète de l'eau. Il suffisait d'appliquer la formule de M. Roche [1].

On obtient pour résultat une pression de 66291^{mm}, soit 87 atmosphères.

A côté des enclaves liquides on rencontre, mais en petit nombre, des

augmentation de $\frac{5}{120}$ grammes de sel $= \frac{1}{24}$ pour une variation de 1°. Par suite à 20°, 100 grammes d'eau contiennent 35,5 grammes de sel $+ \frac{20}{24}$, c'est-à-dire 36, 33 grammes.

On a donc les équations

$$\frac{\varpi}{p} = \frac{36,33}{100} \quad \ldots\ldots \quad [b]$$

et en représentant le poids du cube par q et la température de la formation de l'enclave par t.

$$\frac{\varpi + q}{p} = \frac{35,5 + \frac{t}{24}}{100} \quad \ldots\ldots \quad [c]$$

L'équation [a] donne $p + \frac{\varpi}{2.26} = 0,000206644$

» [b] » $\varpi = 0,3633p$

» [c] » $t = 24\left\{\frac{100\,(\varpi + q)}{p} - 35,5\right\}$

$$p = 0,000178$$

$$\varpi = 0,000064$$

$$q = 0,000022$$

$$\frac{\varpi + q}{d} = 0,483$$

d'où

$$t = 24\,(48,3 - 35,5) = 24 \times 12,8$$

$$t = 307°$$

[1] La formule théorique de M. Roche est la même que celle trouvée par MM. Clapeyron, August, de Vrede et Holtzmann; « cette formule, » dit M. Regnault, « représente les forces élastiques de la vapeur aqueuse, dans une grande étendue de l'échelle de température avec une

Digitized by Google

enclaves lithoïdes de forme souvent irrégulière présentant le même caractère pétrographique que la pâte; elles sont composées de grains microcristallins de quartz et de feldspath. Dans certains quartz cristallisés en dihexaèdre, ces enclaves sont terminées par des lignes parallèles aux contours extérieurs du cristal (pl. 1, fig. 2); cette disposition des enclaves lithoïdes se remarque dans les quartz d'un grand nombre de porphyres [1].

Un individu mesuré nous a donné $0^{mm},022$ pour un côté du rhombe, le côté du cristal englobant était de $0^{mm},127$. Ces losanges microscopiques nous indiquent que les molécules du cristal qui les renferment ont comprimé en s'orientant la substance de l'enclave lithoïde à l'état plastique. Il a dû se passer alors un phénomène analogue à celui que nous observons lorsqu'un cristal se forme d'une substance en fusion; il englobe mécaniquement des

exactitude « remarquable; » il est vrai « qu'elle donne des forces élastiques plus fortes entre 100° et 220° » mais « la plus grande différence ne s'élève qu'à 33 millimètres. »

« Elle s'applique parfaitement bien, non-seulement à la vapeur d'eau, mais encore aux vapeurs d'éther et d'alcool. » La formule de M. Roche est la suivante :

$$F = a\alpha^{\frac{x}{1+mx}}$$

Dans cette formule x représente $t + 20°$, t étant la température centigrade comptée à partir de la glace fondante, et, d'après les évaluations de M. Regnault.

$$m = 0,004884085$$
$$\log \alpha = 0,038618275$$
$$\log a = \bar{1}.9590414$$

pour

$$t = 307 \quad 1 + mx = 2,597095795$$
$$\frac{x}{1+mx} = 125,91$$
$$\log F = \log a + \frac{x}{1+mx} \log \alpha$$
$$\log F = \bar{1}.9590414 + 125,91 \times 0,38618275$$
$$= \bar{1}.9590414 + 4,86241700$$
$$= 4,82145840$$
$$F = 66291^{mm} = 87 \text{ atmosphères.}$$

[1] Cohen, *Die zur Dyas gehörigen Gesteine des Sudl. Odenwaldes*, p. 114. 1871.

parties du magma ; à ce moment cette enclave est liquide, mais la température venant à baisser, elle se solidifie et ses éléments s'individualisent si le refroidissement est assez lent pour permettre aux molécules de se grouper suivant leurs affinités.

Les losanges microscopiques dont nous venons de parler, formés de la pâte euritique, qui a dû se trouver à l'état plastique au moment de la consolidation du quartz, nous démontrent que la pâte de la diorite de Quenast s'est trouvée à l'état fluide ; cette fluidité de la diorite est en opposition complète avec l'interprétation métamorphique.

Il n'est pas rare non plus de trouver dans le quartz des aiguilles microscopiques ; leur longueur est en moyenne 0^{mm},132, leur largeur 0^{mm},009. Par suite d'une dimension aussi minime les deux côtés allongés semblent se confondre en une seule ligne, lorsqu'on les observe avec un faible grossissement. Nous désignons ces formes prismatiques par le nom de microlithes [1], terme appliqué par plusieurs micrographes à un individu microscopique quelconque, mais que nous emploierons toujours dans le sens restreint que nous venons de définir ; ces microlithes s'enchevêtrent les uns dans les autres, se superposant sous tous les angles, souvent en groupes de cinq ou six. Le plus grand nombre d'entre eux appartiennent sans doute à l'apatite. Une légère coloration verdâtre nous en fait rapporter quelques-uns aux microlithes de hornblende.

Il est assez étrange, à première vue, de rencontrer ces microlithes en état parfait de conservation tandis que les grands cristaux de la roche sont généralement altérés. C'est que le quartz, qui renferme ces aiguilles microscopiques, les a protégées contre toute décomposition.

Pour arriver à une connaissance aussi exacte que possible des caractères microscopiques de l'*ouralite*, nous avons poli une plaque mince taillée dans un

[1] Vogelsang (*Philosophie der Geologie*, p. 139. Bonn, 1867) a introduit cette dénomination dans la pétrographie microscopique ; elle s'applique aux individus microscopiques cristallisés en prismes très-allongés ; leur extrême petitesse ne permet pas toujours de déterminer à quelle espèce minérale ils appartiennent ; ils offrent rarement les caractères distinctifs qui font reconnaître les grands cristaux ; la coloration diminue en raison de l'épaisseur et les caractères optiques sont moins sensibles. Dans certains cas où l'on a pu déterminer l'espèce minérale à laquelle on doit les rapporter, on fait suivre cette dénomination de l'épithète déterminative (Zirkel, *Mikrosk. Beschaffenheit*, p. 88).


Digitized by Google

échantillon où ce minéral occupait une plage de 3 millimètres de diamètre. Les clivages que l'ón peut observer à l'œil nu ou à la loupe ne se retrouvent guère dans l'examen au microscope. Aux points où nous avons pu distinguer nettement ce minéral nous n'avons observé qu'un amas de lamelles cristallines diversement orientées, d'une couleur bronzée avec une légère teinte verdâtre et fréquemment entourées de grains métalliques. Ces caractères microscopiques se présentent de la même manière dans les ouralites de Viezena près de Predazzo en Tyrol [1].

Des sections que la forme, les clivages et les propriétés optiques doivent faire considérer comme appartenant à l'*augite,* se retrouvent fréquemment dans nos plaques minces. La couleur de ces plages augitiques est jaune-pâle; elles sont ordinairement entourées d'une substance vert-olive, qui provient de la décomposition du pyroxène. Nous devons à l'obligeance de M. Zirkel une plaque mince de cette roche, où tous les caractères de l'augite apparaissent avec la plus grande évidence. Quant à ceux de la substance olivâtre environnante, nous n'osons nous prononcer; ils sont trop vagues, nous paraît-il, pour être considérés avec certitude comme de l'ouralite produite par périmorphose de l'augite.

L'*apatite* se montre nettement et avec d'assez grandes dimensions dans presque toutes les préparations microscopiques de cette diorite. En signalant

[1] F. Zirkel, *Mikroskopische Beschaffenheit,* p. 180. — Généralement on découvre mieux l'ouralite par l'examen à l'œil nu ou à la loupe qu'à l'aide du microscope; cependant nous rencontrons dans nos préparations microscopiques de Quenast des caractères qui permettent de la séparer de quelques minéraux avec lesquels on pourrait la confondre. Il rappelle assez la diallage ou la bronzite; ce sont les noms que Dumont lui donnait, car le minéral en question ne lui était pas inconnu. On peut voir dans la collection de l'Université de Liége un échantillon riche en ouralite de la roche de Quenast; l'étiquette, écrite de la main de Dumont, porte : *chlorophyre avec bronzite.* Mais le dicroscopisme que montre notre minéral dans les plaques minces, le range à part de la bronzite ainsi que de la diallage. Les minéraux rhombiques de la famille du pyroxène comme l'hypersthène et l'enstatite, que l'on pourrait rapprocher de l'ouralite, possèdent des caractères microscopiques qui ne se retrouvent pas ici. La protobastite rappellerait davantage notre minéral, mais ses associations l'en séparent. On sait que la protobastite n'est point associée au quartz dans les roches du Hartz où on l'a trouvée. — Dans certaines parties de la roche l'ouralite abonde à tel point qu'elle semble refouler la hornblende. La diorite passe alors peut-on dire à un véritable *porphyre à ouralite;* mais c'est loin d'être le cas général. Nous n'avons donc point cru devoir prendre d'autre dénomination que celle de *Diorite quartzifère;* elle répond au caractère général de la masse cristalline de Quenast et lui fut imposée par un pétrographe dont le nom fait autorité dans la science.


Digitized by Google

ici pour la première fois la présence de ce minéral en Belgique, nous devons reconnaître qu'il nous aurait échappé comme à tant d'autres observateurs habiles, si nous n'avions pu mettre en œuvre la méthode des plaques minces. La fréquence de l'apatite ne surprendra point, si l'on songe que les recherches récentes au moyen de l'analyse microscopique démontrent tous les jours l'existence de microlithes de chaux phosphatée dans une foule de roches où on ne la soupçonnait pas auparavant [1]. Dans nos lames taillées l'apatite conserve son facies macroscopique; sa forme est le prisme hexagonal basé *mp* (oP, ∞ P); les faces de la pyramide ne se sont jamais rencontrées dans les nombreux individus observés. La section suivant l'axe principal du cristal est un parallélogramme très-allongé; la coupe parallèle à la base fait surtout reconnaître la forme cristallographique de ce minéral. Les sections hexagonales qu'on remarque dans ce cas ont leurs arêtes nettement tranchées; souvent elles s'éteignent entre les nicols croisés, leur axe optique coïncidant alors avec celui de l'instrument. L'éclat de l'apatite est brillant; parfois des enclaves infinitésimales, fines aiguilles noirâtres ou granules opaques, dont nous n'avons pu déterminer la nature, troublent sa parfaite limpidité. Un des cristaux d'apatite dont la longueur était de $0^{mm},440$ et dont la largeur ne dépassait pas $0^{mm},055$, renfermait un petit prisme long de $0^{mm},010$ et un grain opaque dont le diamètre était sensiblement de $0^{mm},006$. Il est vraiment étrange de voir les cristaux d'apatite, malgré leurs proportions microscopiques et la facilité avec laquelle ils subissent l'action des acides, conserver les caractères d'une fraîcheur remarquable au milieu d'une roche dont presque tous les éléments ont subi une métamorphose plus ou moins profonde. D'ailleurs ce fait s'observe fréquemment dans les roches où l'apatite se rencontre avec le péridot, la haüyne, la noséane, la néphéline et l'amphigène, tandis que ces minéraux ont été soumis à une décomposition quelquefois assez avancée. L'apatite y conserve toutes les propriétés reconnues dans notre diorite.

Il est important aussi de remarquer que l'apatite est englobée dans des minéraux relativement bien conservés. Elle perce souvent les portions peu altérées de certaines hornblendes (pl. I, fig. 3) et traverse des fragments et des cristaux de quartz. La conclusion qui se présente naturellement, c'est

[1] F. Zirkel, *Mikromineralogische Mittheilungen*, p. 807 (Neues Jahrbuch., 1870).


Digitized by Google

qu'elle a cristallisé une des premières. Elle serait donc de formation primaire; cette manière de voir est confirmée par les déductions chimiques de Senft [1]. — Remarquons en outre que le nombre toujours croissant de roches où les recherches microscopiques découvrent l'apatite, augmentera encore. La présence de cet élément si souvent constaté n'a rien qui doive nous étonner; la chaux phosphatée est un des principaux aliments nutritifs d'un grand nombre de plantes, surtout des légumineuses et des graminées; on doit donc admettre dans toutes les roches sur lesquelles ces familles de plantes croissent depuis tant de siècles l'existence de l'apatite ou du moins de la chaux phosphatée.

On peut dire en général que l'association du mica magnésien est aussi caractéristique pour l'oligoclase et la hornblende que celle du mica potassique pour l'orthose et la tourmaline [2]. Aussi la roche de Lessines et de Quenast nous offre-t-elle la *biotite*. Son rôle, il est vrai, y est fort secondaire : elle est surtout fréquente dans les centres de couleur plus foncée disséminés dans la diorite, et se voit ordinairement au contact de la hornblende, quelquefois entièrement enclavée dans ce minéral. Il n'est pas rare non plus de la trouver comme soudée de la manière la plus intime au produit de décomposition de l'amphibole, sans ligne de démarcation visible entre ces minéraux. Ces faits sembleraient donc indiquer une dérivation par voie de métamorphose de l'élément amphibolique.

Le fer titané (ilménite) et le fer magnétique se remarquent fréquemment aussi dans le voisinage de ces lamelles de mica, et l'on pourrait admettre avec G. Bischoff [3] que dans quelques cas ils sont produits par la décomposition de la biotite. Elle ne nous offre pas de cristaux réguliers; sa forme ordinaire est celle de lamelles quelquefois arrondies, quelquefois allongées, échancrées de toutes les façons (pl. I, fig. 2). Sa structure lamellaire se reconnaît, lorsque la section est perpendiculaire au clivage basique. Les lamelles, dont quelques-unes ont environ 0,022 d'épaisseur, présentent une particularité bien caractéristique : elles se prolongent sans interruption d'un bout à l'autre du cristal, ce qui n'a pas lieu pour la hornblende, où elles se composent ordinairement de petits prismes de longueur différente ajoutés

[1] F. Senft, *Die krystallinischen Felsgemengtheile*, p 745. Berlin, 1868.
[2] F. Senft, *Kryst. Felsgemengtheile*, a. 717.
[3] G. Bischoff, *Lehrb. der chem. und physik. Geologie*, 2e édit., vol. II, p. 913. Bonn, 1862.

Digitized by Google

bout à bout. Dans quelques cas ces lamelles de biotite se courbent tout en restant parallèles, et le cristal montre alors une texture faiblement ondulée. Des traits noirs d'une épaisseur d'un centième de millimètre séparent les lames. Le minéral est coloré en brun jaunâtre; son signe le plus distinctif est sans contredit le dicroscopisme; il possède cette qualité optique au plus haut point. Ayant enlevé un des nicols, comme nous l'avons indiqué en décrivant la hornblende, et faisant tourner alors l'autre sur son axe, le mica passe ordinairement par deux teintes très-différentes, la section est alternativement brune ou noire foncée (pl. I, fig. 2). Quelques-unes des lamelles de biotite, d'une horizontalité parfaite, s'obscurcissent entre les nicols croisés et prouvent ainsi qu'elles appartiennent à un minéral de la famille des micas monaxiques.

Après les minéraux essentiels, celui qui se retrouve le plus souvent dans les préparations de Lessines et de Quenast est le *fer titané*. Le plus grand nombre des points opaques dont sont quelquefois criblées les lames minces, doivent lui être rapportés; leur coupe donne souvent des sections appartenant évidemment à un minéral rhomboédrique (pl. VI, fig. 34). Le plus souvent ces contours réguliers ne s'étendent que sur une partie du cristal; tandis que celle-ci est nettement terminée, l'autre est frangée, de profondes échancrures la pénètrent. Il n'est pas rare non plus d'observer des points noirs et opaques de forme circulaire, ou allongés de manière à présenter une section prismatique; leurs proportions descendent quelquefois à 0,mm008 de diamètre; dans ces cas il devient impossible de distinguer du fer magnétique le fer titané, sans recourir aux réactions micro-chimiques. — Voulant nous assurer de la nature du minéral, nous soumîmes sous le microscope notre roche finement broyée à l'action de l'acide chlorhydrique; le fer magnétique, on le sait, est attaquable par cet acide, le fer titané, au contraire, reste insensible à son action [1]. Le résultat de l'expérience fut la non-altération d'une grande partie de ces points noirs.

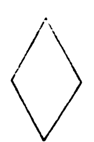
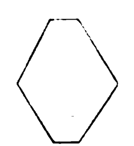
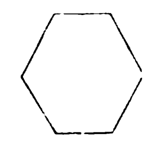
Un autre signe distinctif du fer titané est la substance blanchâtre presque opaque qui l'accompagne invariablement dans toutes les roches belges, où nous avons trouvé ce minéral (pl. VI, fig. 34). Elle le recouvre et prend

[1] F. Zirkel, *Untersuchungen über die mikroskopische Zusammensetzung und Structur der Basaltgesteine*, p. 70, Bonn, 1870.



exactement toutes ses formes. Ce produit de décomposition s'est quelquefois tellement développé aux dépens du minéral primitif, que celui-ci a presque complétement disparu dans cette pseudomorphose et qu'il n'a laissé d'autres traces que quelques points noirs disséminés dans cette matière. Le gabbro d'Hozémont nous offrant ce phénomène avec une netteté vraiment remarquable, nous réservons pour la description de cette roche les détails sur cette substance encore quelque peu énigmatique.

La figure 6, planche I, montre une disposition singulière de l'ilménite. Les lignes noires se détachent sur un fond de même substance en voie de métamorphose, leur arrangement est si bien fait pour tromper l'œil qu'au premier aspect on croit découvrir les arêtes d'un solide géométrique dessiné en perspective. On ne tarde pas à se convaincre que ces lamelles se trouvent bien toutes dans un même plan; si l'on vient à faire marcher la vis micrométrique, elles apparaissent et disparaissent toutes au même moment. Nous retrouverons dans la roche d'Hozémont et dans l'amphibolite de Laifour ces minces filets de fer titané conservés sans traces d'altération au milieu de leur produit de décomposition. Ils forment ici sensiblement un angle de 120°, et offrent une analogie frappante avec les lamelles de fer oligiste isomorphe, enclavées dans la carnalite et la perthite, où elles se rencontrent, comme dans le cas de l'ilménite de Quenast, cristallisées en rhombes de 120°; elle y présente toutes les formes intermédiaires entre l'hexagone et le rhombe produites par l'accroissement graduel de la face (∞P) qui vient s'appliquer sur l'angle culminant.

La décomposition sous l'action de l'acide chlorhydrique d'une partie des grains métalliques nous indique aussi la présence du *fer magnétique*. La coexistence de l'ilménite et de la magnétite dans une roche fut longtemps considérée par les pétrographes comme un fait sans exemple. Cet axiome a perdu sa valeur depuis la démonstration faite par des recherches récentes de l'association fréquente de ces deux minéraux [1].

[1] ROSENBUSCH, *Mikroskopische Physiographie der petrographisch wichtigen Mineralien.* Stuttgart, 1873.

Digitized by Google

Nous rapportons au fer magnétique bon nombre de sections métalliques qui offrent des angles droits. Il n'est pas impossible toutefois que quelques-unes de ces formes soient du fer titané. En effet, dans les lames minces les sections de rhomboèdre peuvent donner exceptionnellement des coupes quadratiques. Cependant le nombre considérable d'angles de 90° remarqués ici et les réactions chimiques nous prouvent que le fer magnétique est bien un élément de la diorite de Lessines et de Quenast. Nous sommes portés aussi à regarder comme appartenant au même minéral les points où la décomposition n'est pas accusée par la matière blanche dont nous parlions tout à l'heure, mais dont les contours sont bordés par une teinte jaunâtre. Ces grains opaques subissent alors une métamorphose en oxyde de fer hydraté; elle est quelquefois avancée au point de ne plus laisser apercevoir les contours du minéral primitif. Le produit de décomposition colore le tout en jaune brunâtre.

Constatons aussi le groupement ordinaire de ces grains métalliques dans le voisinage de la hornblende. Les recherches de M. Zirkel ont mis hors de doute la formation de fer magnétique dans les basaltes et les laves par cristallisation dans le magma [1]. Ce minéral est donc dans ces roches un produit primaire. Un coup d'œil jeté sur les groupements de ce minéral dans les roches volcaniques [2] et sur la figure de la hornblende non altérée qu'offre le dernier ouvrage de M. Zirkel [3] doit faire nécessairement naître cette idée. Cependant nous croyons devoir considérer ici, dans bien des cas, le fer magnétique comme produit secondaire, résultant de la décomposition de la hornblende. Nous avons constaté pour ce dernier minéral l'état d'altération généralement avancé, nous remarquons en outre que ces grains métalliques y sont parfois enclavés, et qu'ils se rencontrent surtout dans son voisinage; on pourrait presque avancer que leur nombre et leur volume croît en raison du degré de décomposition de l'amphibole avec laquelle il est associé. Ce mode de décomposition a été d'ailleurs observé et expliqué par G. Bischoff [4]. Le fait

[1] F. Zirkel, *Basaltgesteine*, p. 69.
[2] Fr. Pfaff, *Allgemeine Geologie als exacte Wissenschaft*, p. 118. Leipzig, 1873.
[3] F. Zirkel, *Mikrosk. Beschaff.*, p. 171.
[4] G. Bischoff, *Lehrbuch der chemischen und phys. Geol.*, 2e éd., p. 47. Bonn.

Digitized by Google

de la formation secondaire du fer magnétique vient d'être récemment mis en lumière par M. Dathe dans ses recherches microscopiques sur les diabases [1].

Ajoutons cependant que cette interprétation ne s'étend pas dans notre pensée d'une manière absolue à la formation de tous les points métalliques que nous observons dans la diorite de Lessines et de Quenast. Rien d'impossible en effet à ce que quelques-uns aient été formés en même temps que la hornblende, dont le fer est un élément constitutif.

L'examen microscopique n'a pas permis de rattacher sûrement à la *chlorite* les quelques points verdâtres répandus dans la pâte. Nous avons fait remarquer en parlant de la hornblende qu'un grand nombre de ces parcelles attenaient à des cristaux de hornblende moins altérés. Nous les avons rapportés à l'amphibole plus ou moins décomposée. Cependant quelques-uns de ces points verdâtres pourraient bien être de la chlorite ; ils ont assez l'aspect de la substance chloriteuse qui se développe si souvent aux dépens de l'augite dans les diabases. Quelques plages verdâtres se décolorant dans les plaques minces sous l'action de l'acide chlorhydrique concentré confirment cette détermination.

On retrouve sous le microscope l'*épidote* dans les conditions que l'examen macroscopique nous apprit à connaître ; elle est généralement associée à la calcite (pl. I, fig. 4) répandue dans la pâte et y forme de petits nids occupant souvent la place d'un feldspath métamorphosé. Cette observation fut faite aussi par M. Delesse [2]. Il remarqua l'épidote développée dans des cristaux d'oligoclase dont la forme du cristal primitif est conservée ; ils prennent alors une couleur jaunâtre et une structure cristalline grenue. C'est une pseudomorphose, dont M. Blum [3] a donné de nombreux exemples observés dans une roche de Gyalymara en Hongrie et à Arendal. Il trouva comme ici l'épidote associée à la chaux carbonatée.

On explique généralement sa présence par la décomposition de la hornblende dont elle serait une pseudomorphose, ou bien dans le cas cité par M. Delesse, la chaux ou le protoxyde de fer dégagés de la hornblende réagi-

[1] E. Dathe, *Mikrosk. Untersuchungen über Diabase*, p. 29. Berlin, 1874.
[2] Delesse, *loc. cit.*, p. 314.
[3] Cité par Senft, *Kryst. Felsgemengtheile*, p. 544.

Digitized by Google

raient sur la substance feldspathique et nous aurions alors une pseudomorphose sur feldspath. Il n'est pas rare non plus de la trouver associée au quartz. Dans les préparations microscopiques, elle se reconnaît à ses lamelles quelquefois disposées en éventail; sa couleur est le jaune citron (pl. I, fig. 4), son dicroscopisme est faible et sa polarisation chromatique très-accentuée (pl. I, fig. 5).

Un pointillé caractéristique trouble légèrement la transparence des sections, et leur donne une certaine rugosité. Nous avons pu parfaitement étudier toutes ces propriétés sur des lames minces faites avec des groupements de cristaux bien développés qui tapissent souvent les fentes de la roche. Ces mêmes caractères se retrouvent avec moins de régularité, mais toujours distinctement dans les petits nids de la pâte; on y reconnaît quelquefois une agglomération de prismes monocliniques où les clivages suivant $h^1(\infty P \infty)$ sont indiqués par des lignes de fracture parallèles. Si la forme cristallographique fait défaut, avec les prismes de nicol on reconnaît bientôt l'épidote aux mosaïques brillantes, présentant les propriétés que nous avons constatées plus haut. Ces points ne perdent d'ailleurs pas leur coloration par l'action de l'acide chlorhydrique concentré que nous avons laissé agir pendant plusieurs heures sur nos plaques minces.

Le minéral le plus ordinairement associé à l'épidote est le *calcaire* (pl. I, fig. 4 et 5). Nous le rencontrons sous le microscope, interposé entre les lamelles du minéral décrit ci-dessus; c'est là qu'il apparaît d'une manière caractéristique.

L'effervescence bien visible sous le microscope, produite près de certains cristaux de feldspath par le lavage de la plaque à l'acide acétique, atteste encore sa présence.

Il est assez ordinaire de trouver le carbonate de chaux dans la diorite. M. Behrens [1] l'y considère même comme un produit primaire. Nos observations sur cette roche ne nous ont rien montré qui pût confirmer cette manière de voir; nous pensons que ce minéral ne peut être envisagé comme formé au moment de la solidification de la roche.

[1] Behrens, *Vorlaüfige Notiz über die mikroskopische Zusammensetzung und Structur der Grünsteine* (Neues Jahrb. für Min., p. 462, 1871).

Son origine trouve une explication dans le fait du dégagement de chaux par décomposition de l'oligoclase et de la hornblende ; l'eau vient ensuite y ajouter son acide carbonique. Aux points où le carbonate de chaux occupe une plage un peu considérable, cet élément, d'un aspect assez rugueux, est sillonné par des lignes parallèles répondant à ses plans de clivage, ou, ce qui n'est pas moins caractéristique, recouvert par des milliers de rhomboèdres microscopiques d'une régularité frappante. Nous en avons compté plus d'une centaine sur la surface d'un millimètre carré. Les propriétés optiques du minéral fournissent d'ailleurs un excellent diagnostique. Dans nos lames minces, il n'offrit presque pas de trace de polarisation chromatique. Sa teinte blanche translucide s'obscurcit un peu sans s'éteindre toutefois, lorsqu'on croise les prismes de nicol. Ce phénomène trouve son explication dans la forte biréfringence du minéral que nous étudions; la polarisation chromatique ne se produit alors que pour de très-faibles épaisseurs. Il existe en effet, pour chaque espèce de cristal biréfringent, une limite d'épaisseur au-dessous de laquelle la coloration devient insensible. Cette limite est d'autant plus élevée que les indices de réfraction principaux de la substance cristallisée diffèrent moins l'un de l'autre [1]. La limite maximum de l'épaisseur pour le spath calcaire est, d'après les déterminations de Biot [2] $\frac{0^{mm},45}{17,75}$ = 0mm,025. Nous ne sommes donc pas dans les conditions du phénomène, nos lames minces mesurées ayant au moins une épaisseur de 0mm,050 [3].

[1] LAMÉ, *Cours de physique de l'École polytechnique*, t. II, p. 433; Paris, 1836.

[2] BIOT, *Mémoire sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux* (MÉMOIRES DE LA CLASSE DU COURS MATH. ET PHYS. DE L'INST. IMP. DE FRANCE, 1812. 1re partie, pp. 9 et 10, et TRAITÉ DE PHYS. EXPÉRIMENTALE ET MATHÉMATIQUE, t. IV, pp. 361-362).

[3] La détermination de l'épaisseur de nos plaques est due à MM. Voigt et Hochgesang, mécaniciens à Göttingen, de l'atelier desquels sont sorties un grand nombre de nos préparations microscopiques. Nous saisissons cette occasion pour rendre hommage à leur habileté bien connue; ils purent toujours, malgré l'altération avancée de plusieurs de nos roches, nous fournir des lames minces d'une transparence et de dimensions très-satisfaisantes. On considère en général comme propres à être soumises à l'étude microscopique par la lumière transmise les coupes de roches dont la transparence permet de lire les caractères imprimés sur lesquels on pose la plaque. Ordinairement cette condition est réalisée lorsqu'on a réduit la roche à 0mm,05 d'épaisseur; dans quelques cas exceptionnels pour les roches plus opaques la lame n'atteint pas plus de 0mm,025.

Digitized by Google

Nous signalons encore la présence de sections microscopiques *de sphène*. Les recherches pétrographiques à l'aide du microscope montrent que ce minéral est presque toujours associé aux roches amphiboliques. Le sphène est rare dans la roche de Quenast, nous ne l'avons jamais rencontré dans nos préparations tirées des échantillons de Lessines; nous croyons devoir rapporter à ce minéral quelques sections couleur orange peu transparentes et dont les contours sont des rhombes allongés.

Les sections quadratiques, opaques comme le fer magnétique, mais n'offrant pas à la lumière réfléchie l'éclat métallique bleu noirâtre de ce dernier, appartiennent certainement à la *pyrite;* elles ont un reflet jaunâtre et sont percées d'une infinité de petits trous dont le diamètre ne dépasse pas $0^{mm},01$.

A la liste des minéraux rencontrés à Quenast nous pouvons ajouter encore la *diallage*. Nous la trouvâmes enchâssée dans la diorite en petite masse lamellaire de 15 millimètres sur 10, de couleur gris-verdâtre, avec éclat métalloïde sur le plan de clivage facile; ses contours étaient irréguliers. Elle faisait tellement corps avec la roche que nous ne pûmes en extraire des lamelles pour les soumettre au microscope polarisant. Nous fîmes polir le noyau et nous nous procurâmes ainsi une plaque microscopique. L'étude de cette lame confirma notre détermination; il nous fut aisé de constater les caractères ordinaires de la diallage : nous n'y remarquâmes pas de trace de dicroscopisme; elle est formée par une agglomération de lamelles alignées suivant la face h^1 ($\infty \bar{P} \infty$). Ces lamelles conservent un parallélisme constant; à la lumière transmise, cette section est colorée en vert pâle.

Un cristal de quartz des carrières de Quenast renfermait un grand nombre d'aiguilles prismatiques noires et opaques; la longueur de ces prismes atteint au maximum un centimètre, leur épaisseur ne dépasse pas en moyenne $0^{mm},5$. L'examen macroscopique semblait indiquer la *tourmaline*.

La détermination cristallographique de ces aiguilles presque microscopiques ne pouvant se faire au goniomètre ordinaire, M. vom Rath eut l'obligeance de les mesurer pour nous. Cet habile cristallographe put constater l'angle de la tourmaline. Nous avons voulu corroborer ces conclusions par des expériences fondées sur la pyro-électricité de ce minéral.



Ayant suspendu par le milieu, à un fil de cocon, un petit fragment prismatique de la tourmaline de Quenast, long d'environ un millimètre, nous le soumîmes successivement, après l'avoir échauffé, à l'action inductrice de fortes charges d'électricité positive et d'électricité négative. La polarité du petit cristal que le phénomène de l'induction ne parvint pas à dissimuler, fut nettement accusée par des mouvements énergiques d'attraction simple et de rotation.

Nous fîmes polir des éclats de ce quartz; ces lames minces nous permirent d'étudier ces fines aiguilles au microscope (pl. II, fig. 8); les sections parallèles à l'axe principal montrèrent que les cristaux sont composés d'un groupe de petits prismes accolés; le diamètre de chacun d'eux est d'environ $0^{mm},15$.

Ce groupement se remarque encore dans les sections polygonales perpendiculaires à l'axe principal. A la lumière ordinaire ils ont une teinte peu foncée de bleu noirâtre; quelques prismes sont colorés en jaune pâle. Dans l'épreuve, avec un nicol, on voit ces cristaux passer par le bleu verdâtre et le noir. Ce phénomène d'absorption est un caractère optique bien connu de la tourmaline.

Nous avons soumis au microscope des lames minces taillées dans les *nodules noirâtres* de forme sphéroïdale qui apparaissent sporadiquement dans la diorite. Celui que nous décrivons avait 3 centimètres de diamètre, il était renfermé dans un échantillon de la carrière des Pendants. La pâte du nodule est la même que celle de la roche, avec la seule différence que le quartz est ici beaucoup plus abondant, la coloration foncée est due à la présence d'une assez grande quantité de hornblende et de biotite. Ce dernier minéral surtout se trouve dans ce nodule en proportion plus considérable que dans les autres parties de la roche; et c'est en ce point que l'on remarque le mieux son union intime avec des parties verdâtres que nous sommes portés à considérer comme de la hornblende altérée. Celle-ci n'y a que des formes vagues. Le plus souvent ces deux minéraux se distinguent par le phénomène du dicroscopisme, dont nous avons fait si souvent l'application dans nos recherches. Les proportions des individus bien développés de biotite et d'amphibole varient entre $0^{mm}5$ et $0^{mm},1$. On rencontre avec eux un élément métallique; ce n'est pas lui cependant qui détermine

Digitized by Google

par son opacité la teinte sombre des nodules, il n'y joue qu'un rôle secondaire.

Les observations que nous avons faites sur ces préparations n'ont rien décelé qui indiquât une origine clastique pour ces nodules; ils se soudent intimement à la pâte de la roche dont ils ont à peu près la composition et nous paraissent devoir être considérés plutôt comme des accidents de cristallisation que comme des fragments empâtés.

Des préparations tirées d'*une masse euritique noirâtre* de 50 à 60 centimètres de diamètre enveloppée dans la variété bleue foncée nous permirent de nouveau de constater l'identité de la pâte avec celle de la roche encaissante. Ici cependant le feldspath microcristallin domine, la biotite cède la place au fer magnétique en grains à cristallisation confuse; le diamètre de ces grains, ordinairement d'environ $0^{mm},2$, descend à des proportions bien inférieures. On en voit quelques plages, dont la surface dépasse à peine un millimètre, où l'on peut compter ces grains métalliques par centaines. La hornblende se montre en microlithes ou en amas irréguliers, dont le dicroscopisme est encore très-sensible. C'est donc à ces deux éléments qu'il faut attribuer la teinte de ces masses euritiques. Comme dans le cas précédent nous n'avons pas vu de trace de clasticité.

Nous étudiâmes des lames minces taillées dans une portion d'*un noyau* du même genre avec *veines d'eurite rosâtre*. Le fragment à polir fut détaché au point où les deux bandes de coloration différente se touchent. De cette façon nous réunîmes dans une même préparation l'eurite rosâtre et celle de teinte sombre. Nous vîmes encore une fois que celle-ci n'est due qu'à l'interposition de grains de fer magnétique et d'amphibole, dont le nombre diminue à l'approche du contact des deux bandes; dans la partie blanche des préparations ils font presque complétement défaut. Il ne reste donc plus de doute au sujet de la détermination de la constitution et du principe colorant de ces masses enclavées.

Digitized by Google

DIORITE QUARTZIFÈRE DU CHAMP St-VERON (LEMBECQ).

—

Dumont a indiqué sur sa carte géologique du sous-sol un massif cristallin, situé à environ 1,200 mètres au nord du clocher de Tubize. D'un autre côté, dans son mémoire sur le terrain rhénan du Brabant (pp. 279 et 295), il a signalé la présence d'une roche nommée par lui diorite chloritifère, et qui apparaîtrait entre Tubize et Lembecq. A l'endroit désigné sur la carte nous n'avons trouvé que quelques bancs d'arkose, et nous n'avons aperçu aucune roche qui rappelât la diorite de Dumont. Mais on peut visiter aujourd'hui, à 500 mètres à l'O.-S.-O. du clocher de Lembecq et à proximité de la route de Mons à Bruxelles, un gisement de roches amphiboliques à texture granitoïde, auxquelles convient sur la plupart des points la description lithologique donnée par Dumont. D'après les renseignements que nous tenons du propriétaire [1], cette roche située dans le lieu nommé champ Saint-Véron, n'a été découverte qu'à la suite de travaux opérés vers 1861, plusieurs années après la mort de Dumont. Nous ignorons donc l'origine de fragments identiques à la roche en question, étiquetés par Dumont lui-même, et que nous avons vus dans les collections. Il est très-probable que l'illustre géologue avait aperçu des traces de cette diorite avant que les habitants de la localité y fissent attention.

Quoi qu'il en soit de ce point de critique historique, la diorite se montre au champ Saint-Véron, dans une excavation de 16 à 18 mètres de longueur sur 6 à 15 de largeur. Elle a été exploitée jadis pour la confection de pavés. Actuellement l'ancienne exploitation est noyée et sert de réservoir aux eaux d'une distillerie. La partie accessible de ce gisement fait reconnaître une masse rocheuse cristalline, à la partie supérieure de laquelle on trouve des fragments ayant la structure sphéroïdale des roches éruptives, comme à

[1] M. Claes de Lembecq.

Digitized by Google

Quenast, à Lessines et à Hozémont. En dessous, la roche offre des bancs épais, fortement inclinés, orientés N 15° O, coupés transversalement par des fissures droites voisines de l'horizontale, et où le quartz, l'épidote, la chlorite et un mica biaxique ont cristallisé avec assez d'abondance. De plus, on a la preuve que des émanations métallifères ont suivi la consolidation de la roche amphibolique, car à l'époque de l'exploitation, on découvrit à l'extrémité N.-O. de la carrière, d'autres fissures quartzeuses où étaient enchâssés des morceaux volumineux de chalkopyrite passant à la malachite et assez bien de galène lamellaire. La roche devient schistoïde vers les parois nord et sud de la carrière, et passe à des couches d'amphibolite schisteuse, et à des quartzites. Ces bancs latéraux sont plus ou moins altérés, et dans quelques parties, la diorite est complétement désagrégée.

L'examen macroscopique de cette roche y fait reconnaître un agrégat granitoïde, où domine la hornblende, soit en prismes, soit en lamelles, avec une couleur noire brunâtre passant au vert de diverses nuances. Elle s'offre en cristaux de 2 à 3 millimètres, parfois de 8 à 10 millimètres de longueur d'un éclat métalloïde souvent très-vif, où l'on a lieu de reconnaître très-distinctement la forme fréquente mg^1 ($\infty P, \infty \bar{P} \infty$) avec les clivages très-sensibles correspondant aux faces du prisme de 124°30′, et dont l'angle est susceptible d'être vérifié au goniomètre.

Le deuxième élément est le feldspath, qui est ici très-inégalement réparti; certains fragments de couleur vert très-foncé offrant une telle prédominance de la hornblende, que le feldspath ne s'y décèle à l'œil nu que par un affaiblissement de la nuance, et passant ainsi à une véritable amphibolite : d'autres fragments, au contraire, plus rares, devenant très-feldspathiques, présentent des nuances rosées et grisâtres et passent à une sorte d'eurite. Parmi ces feldspaths les uns de couleur gris légèrement verdâtre accusent çà et là les stries de groupement des plagioclases. D'autres de couleur rosée ne montrent pas ce caractère hémitrope et sont probablement de l'orthose.

Le quartz en petits grains vitreux paraît assez clair-semé dans quelques échantillons, mais il est plus fréquent dans d'autres et on le voit en quantité relativement considérable dans les places où la diorite passe à l'eurite et prend une couleur plus pâle par suite d'une diminution dans la proportion des

Digitized by Google

minéraux ferrugineux. L'épidote se reconnait très-souvent dans les cassures. Elle constitue les masses grenues d'un vert beaucoup plus tendre que celui de l'amphibole, ou bien elle tapisse des plages de feldspath, ou bien elle forme de petits nids entre les autres minéraux. Il arrive à propos de la roche qui nous occupe, ce que nous avons signalé déjà dans les diorites quartzifères des grands massifs de Quenast et de Lessines : c'est que l'épidote grenue fibreuse ou bacillaire se développe particulièrement dans les portions euritiques comme dans les fissures. Enfin l'on distingue un minéral vert-poireau fibreux et écailleux très-facilement rayable en vert pâle, fréquemment associé à la hornblende, qui doit être la chlorite de Dumont; nous croyons ce minéral identique avec la viridite dont il va être question dans la description microscopique; cette viridite est très-probablement un produit de décomposition de la hornblende. — Comme il y a des raisons de penser que les minéraux chloriteux sont ici de formation postérieure, nous croyons que la diorite du champ Saint-Véron est plutôt une *diorite quartzeuse* qu'une *diorite chloritifère*. Le développement tout à fait remarquable que les chlorites prennent dans les fissures quartzeuses de cette roche milite en faveur de la même conclusion.

L'analyse d'un fragment de cette diorite a donné :

	(Ch. [1].)
Silice	49,23
Alumine	26,25
Oxyde ferrique	0,83
Oxyde ferreux	8,96
Chaux	8,00
Magnésie	1,37
Oxyde manganeux	1,09
Potasse	1,14
Soude (traces faibles)	
Acide phosphorique	0,05
Perte au feu	4,70
TOTAL	101,62

[1] Nous désignerons désormais par ces lettres les analyses faites par M. Chevron. Ce chimiste a suivi dans l'analyse des roches belges la méthode de H. Sainte-Claire Deville pour l'analyse des silicates. Il est entendu que lorsque l'oxyde ferreux n'est pas dosé il est, sous forme de Fe_2O_3, compris dans la quantité d'oxyde ferrique. M. Chevron a recherché l'acide phosphorique dans toutes les roches qu'il analysa; il a opéré sur une prise d'essai spéciale qui a varié de 8 à 13 grammes.



Nous avons soumis à l'étude microscopique des préparations taillées dans les échantillons recueillis par Dumont. Nous n'avons découvert aucun élément essentiel que l'examen macroscopique n'eût déjà fait connaître. Les lames minces étudiées n'ont point montré de pâte euritique. La hornblende joue le rôle principal. Elle est remarquablement mieux caractérisée qu'à Quenast; on découvre un grand nombre de sections brunâtres fortement dicroscopiques (pl. II, fig. 9) et dont les contours et les clivages sont nettement ceux de l'amphibole. Mieux que dans toutes les roches décrites dans ce mémoire on trouve les clivages nettement caractérisés; tantôt ils sont accusés par deux systèmes de lignes parallèles qui se coupent sous un angle d'environ 124°30′; tantôt, comme nous l'avons souvent observé à Quenast, le cristal est recouvert de traits parallèles aux côtés du prisme. La section fut faite alors suivant un plan plus ou moins parallèle au même axe vertical. La viridite environne quelquefois l'amphibole; nous la considérons comme produit de sa décomposition; en effet elle montre en quelques points un dicroscopisme sensible, et ce caractère et surtout son union intime avec la hornblende nous permettent de nous prononcer sur son origine probable.

Après la hornblende, c'est le quartz qui semble prendre le plus de part à la constitution de cette roche. Il est criblé d'enclaves liquides. L'élément feldspathique est tellement altéré qu'une détermination exacte de l'espèce de feldspath auquel il peut appartenir est devenue presque impossible. Nous n'avons vu qu'un seul cristal rappelant les plagioclases. Le produit de décomposition du feldspath est une substance blanchâtre légèrement transparente.

Les lames minces de la diorite du champ St-Véron montrent au microscope une grande analogie avec celle que nous venons de décrire. Ici les feldspaths sont généralement mieux conservés; nous en avons cependant observé peu qui fussent du 6me système. La hornblende s'y retrouve avec une netteté de forme vraiment remarquable. Ordinairement de fines aiguilles verdâtres sont associées à l'amphibole, les cristaux aciculaires sont réunis en groupe de dix à quinze et sensiblement dicroscopiques. On découvre un grand nombre de plages quartzeuses avec enclaves liquides. Comme minéraux accidentels, signalons l'apatite, l'épidote et le fer titané.



LE GABBRO D'HOZÉMONT

(HYPERSTHÉNITE DE DUMONT).

—

Dumont découvrit vers 1830, dans le terrain silurien du Brabant et à 200 mètres environ du calcaire dévonien de Horion-Hozémont (province de Liége), une roche cristalline à laquelle il a donné le nom d'Hypersthénite. Cette roche fut exploitée, dans le but d'en confectionner des pavés, en deux points situés entre le hameau de Hozémont et le château de Lexhy [1]. De ces deux carrières l'une est remblayée aujourd'hui; l'autre, abandonnée depuis des années, est dans un état de dégradation complète, et ne laisse guère apercevoir que des roches plus ou moins décomposées.

Cette dernière excavation, la seule où l'on puisse maintenant observer la roche en place, a de 20 à 25 mètres en longueur, sur une dizaine en largeur et trois ou quatre de profondeur. Elle n'atteint nulle part les limites latérales de la roche cristalline, et l'on ne voit pas affleurer les couches siluriennes dans le voisinage immédiat. Il est donc impossible d'apprécier les relations de cette roche cristalline d'Hozémont avec les couches encaissantes.

En s'approchant du massif, on s'aperçoit comme l'a dit Dumont, qu'il comporte des joints multiples, dont les uns sont rectilignes et les autres courbes. Ces derniers déterminent une structure largement sphéroïdale dans quelques endroits. On remarque également, dans les régions où l'altération est très-prononcée et surtout vers la superficie, des globes à calottes concentriques qui rappellent tout à fait ceux de Quenast et de Lessines.

Ces roches altérées offrent une texture terreuse, grossièrement granitoïde, qui résulte de l'agrégation de deux éléments principaux, dont l'un est un feldspath plus ou moins kaolinisé et devenu jaune brunâtre; l'autre, prisma-

[1] DUMONT, *op. cit.*, p. 196. — MALAISE, *Description du terrain silurien du centre de la Belgique* (MÉM. COURONNÉS PAR L'ACAD. DE BELGIQUE, t. XXXVII, p. 42).

Digitized by Google

tique ou écailleux, de couleur vert foncé ou brun, doit provenir évidemment d'un silicate décomposé et plus ou moins riche en fer.

Pour se procurer des fragments de cette roche à l'état à peu près intact, il faut recourir à quelques débris laissés au fond de la carrière, ou bien aux pavés d'une route voisine conduisant au château de Lexhy. Dumont, qui a vu la roche intacte dans la carrière dont nous venons de parler, la définit dans les termes suivants :

« L'hypersthénite est composée d'eurite compacte gris-verdâtre, mate, translucide; d'albite en cristaux simples ou maclés, clivables, vitreux, nacrés, blancs verdâtres, de 1 millimètre de largeur sur 3, 4 ou 5 de longueur, disposés en tous sens, et dont la cassure offre une surface plane ou formée de plans réunis à angle obtus et réfléchissant vivement la lumière; d'hypersthène en petites masses noires ou noir verdâtres et de chlorite d'un vert sombre. Elle renferme quelquefois des grains pyriteux, et des lamelles clivables d'un gris verdâtre, nacrées, qui paraissent être de la diallage[1]. » Le savant géologue ajoutait que la roche est dure, tenace, à cassure inégale, d'un vert grisâtre mêlé, et que les parties constituantes n'en sont pas toujours très-distinctes.

A part les désignations d'albite et d'hypersthène qui sont fautives, cette description macroscopique rend bien, à notre avis, l'aspect de la roche d'Hozémont. Nous observons cependant que Dumont y reconnaît de l'eurite compacte. Cette eurite, étant associée ici à des cristaux distincts, devrait déterminer une texture porphyrique que nous n'avons remarquée dans aucun des échantillons qui nous sont tombés dans les mains. Dans le nombre il en est dont le tissu est à grains plus fins; mais il nous a paru que la texture en était généralement granitoïde.

Le feldspath nettement plagioclase d'Hozémont est souvent en cristaux très-longs relativement à leur largeur. Il en est qui dans la cassure de la

[1] Dumont, *op. cit.*, p. 295. — Au même endroit il dit que les fissures sont tapissées de petits cristaux d'albite et d'asbeste fibreuse. L'état de la carrière ne nous a pas permis de retrouver ces particularités. M. Dewalque (*Prodrome d'une description géologique de la Belgique*, p. 298) signale à Hozémont l'existence de veines calcaires et dolomitiques et la présence du grenat.


Digitized by Google

roche sont en quelque sorte aciculaires. Cette disposition et leur couleur grise mêlée de la nuance vert d'eau rappellent moins l'albite ou l'oligoclase que les labradors associés à certains gabbros et à certaines hypersthénites.

Sans analyser les cristaux de feldspaths d'Hozémont, qu'il serait assez difficile d'obtenir purs, nous pouvons conclure de l'analyse de l'ensemble de la roche que son feldspath appartient au labrador.

Cette analyse que nous avons fait faire par M. le Dr Bischopink nous donne les résultats suivants :

SiO_2	46,07	24,57	
FeO	11,13	2,47	Quotient d'O 17,34.
Al_2O_3	18,21	8,50	
CaO	9,98	2,85	
MgO.	6,01	2,40	
K_2O	2,92	0,49	
Na_2O.	3,23	0,83	
Perte.	3,26	»	
	100,79		

Appuyés sur les chiffres qui précèdent, nous pouvons conclure que le plagioclase de la roche d'Hozémont est bien le labrador, ainsi que l'inspection macroscopique nous le faisait supposer. D'après Bischoff [1], une roche pyroxénique qui aurait plus de 57,5 p. °/₀ d'acide silicique doit renfermer un feldspath plus acidifère que le labrador, par exemple, de l'oligoclase. Si, au contraire, la somme de silice tombe au-dessous de 47,05 p. °/₀, et que la roche est intacte ou peu décomposée, on peut conclure à la présence de l'anorthite.

La roche d'Hozémont ne nous donne que 46,07 p. °/₀ de silice, c'est-à-dire un peu moins que 47 p. °/₀. Mais l'altération qui atteint plusieurs éléments de la roche doit avoir entraîné le déplacement d'une partie de la silice.

Il est donc hautement probable que la roche en question, à son état intègre, devait renfermer plus de 47 p. °/₀ de silice, c'est-à-dire qu'elle rentre dans la catégorie des roches pyroxéniques à feldspath labrador.

[1] BISCHOFF, *Lehrb. der Phys. und chem. Geologie*, vol. II, p. 630.

Digitized by Google

En ce qui concerne l'hypersthène considérée comme minéral essentiel, nous n'aurions pu contester l'opinion de Dumont sans recourir au microscope. La plupart des cristaux qu'il a désignés comme hypersthène ont la couleur noire et l'éclat métalloïde ordinaires de cette espèce, et se comportent souvent comme elle au chalumeau.

Dumont avait aussi constaté la diallage, mais seulement comme un simple accident minéralogique. Les cristaux que nous avons vus et qui rappelaient la diallage par leurs caractères extérieurs étaient malheureusement trop altérés pour que l'on en pût faire l'analyse optique.

Mais l'examen microscopique, comme on va voir, tranche la plupart des questions, et fait reconnaître dans la roche d'Hozémont un agrégat granitoïde de feldspaths plagioclase et de diallage, c'est-à-dire un gabbro. La roche d'Hozémont, comme tous les véritables gabbros, quels que soient leur grain et leurs éléments feldspathiques, plagioclase ou saussurite, se différencie complétement par sa microstructure des mélaphyres et des porphyrites : elle est caractérisée par l'absence complète de substance amorphe non individualisée, intercalée entre les minéraux cristallins [1]. Un fait général, digne d'être remarqué, est l'apparition de la structure granitoïde parfaite qui s'observe dans les roches à plagioclase dès que la diallage y entre comme partie constituante [2].

Il est important d'insister sur ce point; car la roche dont nous allons nous occuper offre un grand nombre de plages d'une substance verdâtre que nous étudierons en détail, et dont la nature généralement isotrope peut faire facilement croire à une anomalie pour la roche d'Hozémont. C'est en nous

[1] Dumont (*Mémoire sur les terrains ardennais et rhénans*, p. 575) rapporte la roche plutonienne d'Ehrenbreitenstein aux hypersthénites; l'étude des lames minces a démontré que cette roche contient de l'augite et une substance amorphe non individualisée intercalée entre les éléments cristallisés.

[2] Cette microstructure des gabbros est tellement caractéristique que l'interposition d'une substance amorphe non individualisée, observée par M. Streng (*Neues Jahrb.*, 1872, p. 261) dans quelques roches de la Saar et de la Nahe, justifierait à elle seule la dénomination de *palatinites* qui leur fut donnée pour les distinguer des gabbros ordinaires. Les recherches microscopiques ont donc confirmé ce nouveau groupe pétrographique introduit par M. Laspeyres, qui établissait surtout sa division, sur la différence d'âge géologique des gabbros et des palatinites, l'époque d'éruption de celles-ci tombant dans le Dyas.


Digitized by Google

appuyant sur le principe pétrographique que nous venons d'exposer et auquel on ne connaît d'exception pour aucun des gabbros étudiés jusqu'ici, que nous sommes parvenus à déterminer la nature assez problématique de la substance verte qui joue dans cette roche un rôle important.

D'après nos observations microscopiques, ce gabbro ne possède donc point la pâte euritique verdâtre d'aspect mat et cireux décrite par Dumont; sa microstructure est celle ordinaire aux roches de cette espèce, comme on peut le voir dans les lames minces. Cette roche est essentiellement un agrégat micro-granitoïde de feldspath et de diallage avec des plages nombreuses d'une substance verdâtre intercalées entre les grains cristallins de labrador et du minéral pyroxénique. Ces éléments sont disposés irrégulièrement dans tous les sens.

L'aspect du *labrador* d'Hozémont dans les lames taillées confirme un fait établi par les recherches microscopiques antérieures; c'est que les feldspaths des gabbros ont généralement subi moins d'altération que ceux des autres roches plutoniennes, telles que les granites, les gneiss, les syénites. Dans ce gabbro, le feldspath nous offre ordinairement une substance transparente; en plusieurs points il a l'éclat brillant et vitreux de la sanidine. Il est donc très-facile ici de reconnaître au microscope, à l'aide de l'appareil de polarisation, les macles du 6me système (pl. III, fig. 15); le minéral est cristallisé en lamelles allongées, plus rarement en tables. En général, les sections parallélogrammiques, assez régulièrement terminées, se détachent avec netteté des minéraux environnants; nous avons observé, dans quelques cas très-rares, des cristaux de labrador brisés, les fragments disloqués sont séparés par de petits intervalles; et ce qui est important pour notre interprétation, le feldspath est légèrement courbé; les éléments qui l'entourent et ceux dans lesquels il est enchâssé (pl. II, fig. 12), sont infléchis dans le même sens que le cristal et présentent l'aspect d'une masse entraînée dans une direction alors que la roche jouissait encore d'une certaine plasticité. Nous avons sous les yeux un exemple de la structure fluidale. Ce phénomène découvert en même temps par MM. Zirkel et Vogelsang et par M. Weiss [3]

[3] Zirkel, *loc. cit.*, p. 282. Vogelsang, *Philos. des Geolog.* Weiss, *Beiträge zür Kentniss der Feldspathbildg.* — Haarlem, 1866, p. 143.



est un fait assez ordinaire dans plusieurs roches éruptives. Il nous représente, comme on vient de le dire, le dernier mouvement de la masse au moment où elle se solidifia.

Dans quelques échantillons plus décomposés le labrador a subi une altération moléculaire; mais la transparence diminue rarement au point de voiler entièrement sa composition polysynthétique. Nous observâmes cependant la transformation de la substance feldspathique en une masse légèrement opaque et d'une teinte opaline. Parfois une substance verdâtre isotrope tapisse les fissures des feldspaths; elle s'infiltre entre les macles du cristal et domine à tel point dans certains cas qu'il ne reste plus de la matière primitive que de minces filets feldspathiques.

Souvent ces métamorphoses s'opèrent à partir du centre pour s'arrêter à une petite distance des bords; ceux-ci restent parfaitement limpides et forment une sorte d'encadrement transparent régulier d'une largeur de $0^{m},015$ en moyenne. Ce mode de décomposition n'est point sans présenter de l'analogie avec ce que von Struve et d'autres ont remarqué depuis longtemps dans les feldspaths de quelques granites à gros grains, où le minéral se transforme à partir du centre en une substance verdâtre et stéatiteuse [1]. Des faits analogues viennent d'être récemment encore constatés par M. Streng [2], dans ses recherches microscopiques sur les porphyrites de la Nahe.

La matière opaque blanchâtre tapisse d'abord toutes les fentes du minéral, qui prend un aspect mat; de forts grossissements du microscope permettent d'y découvrir une infinité d'aiguilles incolores ne dépassant pas $0^{m},05$ en longueur; elles s'attachent perpendiculairement aux fendillements du feldspath, comme nous voyons la limaille de fer se fixer au barreau aimanté. G. Rose, qui l'un des premiers a étudié au microscope les feldspaths du gabbro, fit les mêmes observations [3].

La *diallage*, telle qu'on l'observe dans les lames minces, est de couleur brun-jaunâtre ou verdâtre; ses contours sont toujours moins nets que

[1] Naumann, *loc. cit.*, p. 729.

[2] Streng, *Neues Jahrb.*, loc. cit., p. 239.

[3] G. Rose, *Uber die Gabbroformation von Neurode in Schlesien. Zeitschr., d. d. g. G.*, 1867, pp. 276 et seq.

Digitized by Google

ceux du feldspath; quelques sections assez rares sont rhombiques, ordinairement elles n'offrent aucune régularité, comme c'est fréquemment le cas dans les roches du type granitique. Des fendillements sillonnent ces cristaux et les recouvrent d'un réseau de lignes noires (pl. III, fig. 16), celles-ci se multiplient quelquefois à tel point que le minéral se laisse à peine en quelques plages traverser par la lumière. — Au milieu de ce lacis de lignes qui s'entre-croisent dans tous les sens, nous avons observé quelquefois une orientation bien accusée de ces fendillements répondant à h^1 (∞P∞ , plan de clivage facile), (pl. III, fig. 16), c'est le cas ordinaire; mais il n'est pas rare non plus de découvrir un autre système de clivage sensiblement perpendiculaire à celui que nous venons de mentionner. Ce second clivage ne se traduit que par des fendillements irréguliers et interrompus, il répond à g^1 (∞P∞ , plan de clivage moins facile), on n'observe donc jamais une structure réticulée régulière comme dans l'augite, et cette disposition des clivages permet de nous prononcer sur la nature du minéral pyroxénique. L'augite avec laquelle on pourrait confondre cette diallage présente des clivages parallèles au prisme rhomboïdal oblique. Nous n'insisterons pas trop sur le fait que les clivages observés dans notre minéral sont sensiblement perpendiculaires; nous savons combien ces appréciations sont sujettes à discussion lorsqu'elles s'appuient seulement sur l'étude des plaques minces au microscope. Mais un fait qui nous paraît décisif en faveur de notre interprétation, c'est la fréquence de sections à un clivage bien accusé, le second étant toujours moins marqué. Ce sont, en effet, les caractères propres aux clivages de la diallage dont le premier suivant h^1 (∞P∞), est facile et le second suivant g^1 (∞P∞), plus difficile.

Ce minéral ne possède pas généralement la structure fibreuse de la diallage ordinaire. Nous avons cependant observé des sections où ces lamelles parallèles étaient bien indiquées. Ce que nous n'avons point découvert dans nos préparations, ce sont les macles et les zones concentriques qu'on reconnaît dans la diallage des palatinites et des mélaphyres. De même les lamelles et les tables interposées parallèlement à l'orthopinakoïde et au klinopinakoïde (aux faces h^1, g^1) et signalées d'abord par Scherer, manquent ici [1].

[1] Scherer, *Ann. de Pogg.*, LXIV, 1845, p. 166.


Digitized by Google

La diallage de divers gabbros de la Silésie présente les mêmes caractères que celle d'Hozémont. Comme nous l'avons dit, nous ne pûmes obtenir d'éclat de diallage assez grand pour être étudié au microscope polarisant de Des Cloizeaux, et pour la distinguer ainsi de l'hypersthène, avec lequel elle a été jusqu'aujourd'hui généralement confondue [1]; mais l'ensemble des caractères observés et surtout le manque complet de dicroscopisme, propriété que l'hypersthène possède à un haut degré, ne laissent pas de doute au sujet de notre affirmation que le minéral en question n'est point de l'hypersthène.

La belle polarisation chromatique de ces sections diallagiques peut quelquefois rivaliser avec celle du quartz (pl. III, fig. 13). Ce qui n'est pas moins caractéristique pour la diallage, c'est son association avec la *hornblende;* nous retrouvons dans nos lames minces un phénomène analogue à celui que l'on observe dans l'ouralite dont le centre est quelquefois occupé par un noyau de pyroxène et dont les contours sont formés par une substance amphibolique (pl. III, fig. 13 et 14). Le fait de la réunion de la diallage et de la hornblende de la façon que nous venons de dire est ordinaire. L'examen macroscopique avait depuis longtemps appris à connaître l'association de ces deux minéraux. A la Presa, près de Bormeo dans la Valteline, la diallage est bordée par de l'amphibole fibreuse [2]. Les recherches microscopiques constatent tous les jours des faits identiques [3]. M. Rosenbusch le signale pour plusieurs gabbros de la Forêt-Noire; et M. Streng [4] vient de trouver récemment dans la porphyrite sous Bokenau, de la diallage non fibreuse eomme celle d'Hozémont encadrée par la hornblende. Dans notre roche ces filaments asbestoïdes peuvent atteindre en moyenne une longueur de 0,^{mm}3, ils s'allongent quelquefois en faisceau et pénètrent ainsi bien avant dans la substance verdâtre qui empâte souvent la diallage.

[1] M. Dewalque, en décrivant cette roche (*Prodrome d'une description géol. de la Belgique*, p. 298), a le premier émis l'opinion que les grains cristallins noirs verdâtres souvent éclatants que Dumont considérait comme de l'hypersthène pourraient bien être de la diallage.

[2] F. SENFT, *Kryst. Fels.*, p. 670.

[3] ROSENBUSCH, *loc. cit.*, p. 307.

[4] STRENG, *Mikrosk. Untersuchungen einiger Porphyrite u. verwandter Gesteine aus dem Nahe-Gebiet; N. Jarb.*, 1873, p. 235. Voir aussi R. HAAGE, *Mikrosk. Untersuchungen über Gabbro und verwandte Gesteine;* Kiel, 1871, p. 36.

Digitized by Google

Ces microlithes sont ordinairement parallèles (pl. III, fig. 13 et 14); cette disposition est constante pour tous ceux qui environnent un cristal de diallage. On les rencontre parfois isolés à quelque distance de ce minéral et enchâssés dans une masse serpentineuse, qui fut peut-être prise autrefois pour la pâte : ce sont alors des groupes de filaments légèrement ondulés de forme rubannée. Cette hornblende fibreuse est incolore, d'une transparence parfaite, d'une polarisation chromatique assez vive; nous y avons constaté un dicroscopisme sensible. Avec le grossissement de 80, ces microlithes ont encore l'aspect linéaire et se résolvent avec l'oculaire n° 4, objectif n° 8 de Hartnack, en formes prismatiques dont le sommet opposé au cristal qu'ils entourent est moins large que la base; comme ces cristaux aciculaires ne sont pas tous d'égale longueur, leur juxtaposition produit une dentelure figurée sur la planche III, fig. 14. Cette asbeste tapisse les fendillements de la diallage; on la retrouve au milieu de ce minéral comme aussi entre les lamelles du feldspath. M. Senft [1], en étudiant cette association, suggère une triple explication du phénomène. D'après ce pétrographe, la formation de l'asbeste peut se concevoir comme le résultat de la décomposition de la diallage; il suppose une absorption d'alumine et de protoxyde de fer avec dégagement simultané d'acide silicique et de chaux; ou bien, ces deux minéraux si intimement accolés se sont formés en même temps par la décomposition de l'augite autrefois élément constitutif de la roche et qui aurait disparu par métamorphose. Enfin la hornblende peut avoir donné naissance à la diallage par absorption de chaux et dégagement de protoxyde de fer. Ces deux dernières interprétations semblent très-peu probables. Faisons encore observer que cette association se montre souvent dans le voisinage des labradors en voie de décomposition.

Nous avons déjà appelé l'attention sur une *substance verdâtre* (pl. III, fig. 13) [2] intercalée entre les éléments cristallisés de la roche d'Hozémont; ses contours sont toujours limités par les minéraux qu'elle enchâsse. En certains points elle forme des plages de plusieurs millimètres de diamètre : d'au-

[1] Senft, *loc. cit.*, p. 670.

[2] Nous avons retrouvé la même substance avec tous ses caractères dans un gabbro du Trémadoc, identique quant à ses éléments avec la roche d'Hozémont.

Digitized by Google

tres fois elle apparait comme un mince filet cimentant les cristaux dont elle se sépare toujours avec une assez grande netteté. Entre les prismes de nicol croisés, elle paraît en grande partie isotrope (pl. III, fig. 4). Les brillantes couleurs de la diallage et des feldspaths tricliniques, se détachant avec éclat sur ce fond obscur, présentent alors un magnifique coup d'œil. Remarquons-le cependant, cette isotropie n'est point complète. Un examen attentif fait découvrir que cette substance est fibreuse; quelques-unes de ces fibres polarisent avec une coloration bleu de ciel; à la lumière ordinaire, on peut suivre facilement les limites de ces filaments cristallins; elles se dessinent par de faibles lignes noires, qui donnent à toute la substance l'aspect d'une masse traversée par des stries légèrement ondulées et plus ou moins parallèles. On pourrait, à première vue, identifier ce minéral avec la base vitreuse d'un grand nombre de roches éruptives; car elle n'offre pas du tout les caractères de la substance chloriteuse isotrope si fréquente dans les diabases.

Mais pour admettre cette interprétation tendant à établir dans la famille du gabbro une anomalie de structure pour la roche d'Hozémont, il faudrait une démonstration appuyée sur une série de caractères, dont est dépourvue la substance que nous décrivons.

D'abord elle n'est pas parfaitement transparente; elle est, en outre, composée de fibres juxtaposées, et il est à remarquer que parmi les produits de dévitrification des bases vitreuses décrits par M. Zirkel [1] il n'en est point qui offrent de l'analogie avec ce que nous observons ici.

Enfin elle montre souvent comme la serpentine des formes en réseau. L'isotropie qui distingue certaines parties de cet élément fut observée par M. Fischer [2] dans une substance serpentineuse, la maxite de Reichenstein; l'axe d'élasticité des diverses bandes du minéral verdâtre, considéré comme orienté différemment, voire même pour quelques-unes parallèlement à l'axe de polarisation, pourrait fournir une explication de ce phénomène optique. Nous nous rendrions compte ainsi de la teinte bleuâtre qu'offrent certaines parties entre les nicols croisés.

[1] F. Zirkel, *loc. cit.*, p. 472, ff.

[2] Ajoutons toutefois que les recherches optiques de MM. Des Cloizeaux et Websky semblent contredire celles de M. Fischer. Conf. Rosenbusch, *loc. cit.*, p. 373.

Digitized by Google

Nous sommes portés à considérer cette matière serpentineuse comme un produit de décomposition; nous n'avons pas vu néanmoins de restes de cristaux de péridot, si communs dans les gabbros et dont la présence aurait donné l'explication de la formation de la serpentine.

Rien n'est plus fréquent d'ailleurs que la présence de la serpentine [1] dans les gabbros; on les range alors dans la variété bien connue des euphotides ophiteuses de Brongniart. Léopold von Buch fit remarquer cette association dans des roches de la haute Italie, près de Briançon dans les Alpes françaises [2], et M. Delesse trouva des gabbros où la serpentine domine à tel point qu'on ignore si l'on doit ranger la roche parmi les euphotides ou parmi les ophiolithes. On sait d'ailleurs que pour les gabbros du Tyrol, la présence de ce minéral est caractéristique. L'asbeste de son côté est l'un des associés les plus ordinaires de la serpentine; on voit souvent celle-ci traversée par des veines de hornblende fibreuse, tous ses joints en sont tapissés. L'amphibole entoure aussi très-fréquemment les minéraux enchâssés dans la masse serpentineuse [3]. Cet ensemble de faits est certainement favorable à notre interprétation.

Dans cette substance se trouvent des microlithes prismatiques indéterminables, incolores et d'une parfaite transparence; leurs proportions ne dépassent point $0^{mm},003$. Plus souvent encore elle empâte des groupements radiés de prismes plus grands dont la disposition rappelle celle des cristaux d'épidote, et dont l'aspect au microscope ressemble aux concrétions de la diorite orbiculaire de Corse. Ces prismes ont en moyenne $0^{mm},70$ de longueur; leur polarisation chromatique est très-intense; quelquefois fixés sur un petit fragment de diallage, ils élargissent leurs formes en s'éloignant de ce centre, de façon à présenter au sommet du prisme une largeur double de celle de leur base (pl. III, fig. 15).

La nature de ces microlithes est très-difficile à établir avec certitude; ils

[1] Dans les *Tableaux d'analyses de roches* par Roth (art. Gabbro) on voit figurer un gabbro *serpentineux* analysé par M. Delesse; la teneur en magnésie de cette roche est presque aussi faible que le chiffre 6,01 p. °/o de notre analyse.

[2] Naumann, *loc. cit.*, p. 575.

[3] Senft, *loc. cit.*, p. 695.

Digitized by Google

rappellent le disthène : mais le dôme qu'on remarque quelquefois ne permet pas de les identifier avec ce minéral. Il est plus naturel de les considérer comme de la grammatite ou de l'actinote dont les cristaux présentent des groupements analogues dans les schistes chloriteux.

Ce qui confirme pour nous la justesse de ce rapprochement entre ces microlithes et l'actinote, considérée d'ailleurs par Léopold von Buch comme élément accidentel du gabbro, c'est ce fait bien connu de l'association fréquente de l'actinote avec la serpentine [1]. M. Senft rapporte que cette variété de hornblende se transforme souvent en serpentine, comme Breithaupt [2] l'a observé dans la mine d'Engelsburg près de Preisnitz. Nous avons pu vérifier dans nos plaques minces la justesse de cette observation; et cette métamorphose pourrait expliquer jusqu'à un certain point la formation des plages serpentineuses. — En général ces cristaux radiés ont des contours très-nets; on rencontre cependant des groupements où les microlithes sont traversés dans tous les sens par des fissures irrégulières; leurs formes sont échancrées, les prismes s'arrondissent, divers fragments se sont isolés et tous les interstices sont remplis par la substance verdâtre. Un coup d'œil suffit pour reconnaître dans ce cas avec évidence la métamorphose que nous venons de signaler.

L'*apatite* est assez abondante dans cette roche [3] : toutes nos préparations nous en ont montré; ses proportions sont en moyenne $0^{mm},2$ de longueur et 0,08 de diamètre. Elle nous apparaît ici avec cette régularité et cette netteté de lignes, observées déjà dans la diorite de Lessines et de Quenast. Ses formes sont le prisme hexagonal basé *mp* (∞ P avec le pinakoïde oP). Ces cristaux sont fréquemment divisés par des lignes de fracture parallèles à cette dernière face; ce qui donne à l'apatite l'aspect d'une colonne formée de solides hexagonaux superposés. Nous avons observé plusieurs prismes de ce minéral, composés de 8 à 10 de ces fragments, ajoutés bout à bout. On doit rapporter aussi au même minéral les nombreuses sections hexagonales

[1] NAUMANN, *loc. cit.*, p. 576.

[2] BREITHAUPT, *N. Jahrb. der Chemie u. Physik.* B[d] 63, p. 382, cité par SENFT, *loc. cit.*, p. 694.

[3] Un dosage spécial pour déterminer la teneur d'acide phosphorique de ce Gabbro donna 0,130 %.

Digitized by Google

d'un éclat vif et brillant qui s'éteignent entre les prismes de nicol croisés. L'apatite est enclavée dans la diallage et le feldspath; mais on l'observe surtout dans certaines parties de la substance serpentineuse.

Souvent un espace de quelques millimètres carrés est littéralement criblé de ces cristaux microscopiques; ils aiment à se grouper ainsi en un point et se rencontrent assez rarement isolés.

Nous retrouvons ici le *fer titané* avec ses sections rhombiques; elles sont ordinairement fort irrégulières, souvent allongées en lamelles dont la largeur maximum est de $0^{mm},5$. On doit lui rapporter aussi le grand nombre de points opaques qui apparaissent sporadiquement dans la roche; quelques-uns de ces grains sont de la pyrite de fer que l'examen macroscopique fait découvrir.

Le fer titané se présente dans le gabbro d'Hozémont avec le produit de décomposition déjà observé dans la diorite de Lessines et de Quenast, et il y est recouvert de cette substance blanchâtre qui entoure de toute part le minéral. Cette masse opaline légèrement translucide est un diagnostic des plus sûrs pour la détermination du fer titané. C'est ce qui a fait dire que ce minéral, grâce au produit de décomposition enveloppant, se reconnaît plus facilement dans les plaques minces lorsqu'il a subi cette altération que lorsqu'il a conservé toute sa fraîcheur [1].

Parmi les roches étudiées jusqu'ici au microscope, il n'en est peut-être aucune qui offre ce phénomène avec autant de netteté que la roche belge dont nous traitons en ce moment. On y voit même des plages de près de 2 millimètres recouvertes par cette masse opaline s'étendant autour des débris de fer titané. La substance primitive se détache du produit de décomposition, sans laisser apercevoir de zone intermédiaire (pl. VI, fig. 32).

La matière blanchâtre est parfaitement homogène. Étudiée avec les plus forts grossissements, elle produit sur l'œil l'effet d'une agglomération de sphères creuses infinitésimales.

En admettant que cette forme soit celle des particules de la substance en question, on expliquerait la teinte laiteuse qu'elle nous montre. Au microscope cette teinte serait due à la superposition de diverses couches de

[1] DATHE, *Mikroskopische Unters. über Diabase Inaugural. Dissertation*. Berlin, 1874, p. 26.

Digitized by Google

sphères creuses, et le point brillant de chacune d'elles répandant un demi-jour sur l'ensemble produirait la coloration opaline [1].

La première phase de décomposition du fer titané est représentée par l'apparition de veines blanchâtres sillonnant le minéral; une seconde phase nous le montre englobé dans la matière opaline : il ne reste plus du fer titané que des fragments allongés montrant quelquefois un parallélisme bien accusé; c'est surtout le cas de la roche d'Hozémont.

Enfin, la métamorphose peut être encore plus avancée et, comme nous l'avons vu à Quenast, le produit de décomposition a tellement pris le dessus que l'on n'aperçoit plus qne quelques points opaques à éclat métallique, derniers restes du fer titané, lequel occupait autrefois tout l'espace rempli maintenant par le nouveau minéral.

La composition chimique de ce dernier n'a pas encore été déterminée. M. Senfter [2] qui le signala le premier, croyons-nous, dans la diabase du tunnel de la Lahn, près de Weilburg, se borne à constater la présence d'un corps opaque blanchâtre recouvrant des cristaux hexagonaux de fer titané.

Lorsque nous le remarquâmes dans la diorite de Quenast et de Lessines, nous voulûmes nous assurer de sa nature. Nous avons essayé sous le microscope quelques réactions micro-chimiques et constaté son inaltérabilité par l'acide chlorhydrique. Ce n'est donc pas, comme l'avait pensé autrefois M. Zirkel [3], du carbonate de fer. Ajoutons que ce savant a déjà retiré cette opinion.

Ces recherches chimiques ont été reprises depuis avec beaucoup de soin par M. Dathe. Les résultats concordent avec les nôtres. M. Sandberger, dans la réunion des naturalistes allemands à Wiesbaden, en 1873, se déclara porté à admettre que ce produit de décomposition était un silicate de titane.

M. Gümbel [4] ne partage pas cette opinion, se fondant sur le fait que nous

[1] En parlant de ce produit de décomposition minéral, comme étant formé par l'agglomération de petites sphères creuses, nous n'affirmons pas que telle soit en effet sa structure. Nous n'entendons parler que de l'impression optique sous de forts grossissements du microscope. Des recherches ultérieures pourront élucider ce point curieux.

[2] R. Senfter, *N. Jahrb. für Mineral*, p. 680; 1872.

[3] F. Zirkel, *loc. cit.*, p. 409.

[4] *Die palaeolitischen Eruptivgesteine des Fichtelgebirges, Festschrift zu v. Kobells Jubilaeum*, p. 22. München; 1874.


Digitized by Google

avons relevé plus haut, de l'apparition de cette substance nettement séparée du fer titané sans zone intermédiaire; il n'y voit pas le résultat d'une métamorphose de l'ilménite; pour lui ce minéral blanc est un minéral titané auquel il propose d'appliquer le nom de Leucoxe. Cette manière de voir n'a pas été admise par d'autres géologues.

Comme élément accidentel notons encore le quartz; sa transparence, sa polarisation, ses fendillements irréguliers, et le grand nombre des enclaves permettent de le reconnaître avec facilité. Il empâte de petits globules vitreux d'une forme sphérique assez régulière. Ceux-ci se distinguent facilement des pores qui les accompagnent quelquefois; tandis qu'une ligne assez fortement ombrée limite ces derniers, les contours des enclaves vitreuses n'offrent qu'un simple trait sans dégradation de teinte. Ces phénomènes diagnostiques s'expliquent par la réfraction qu'éprouve la lumière à son passage à travers des milieux différents. — Nous croyons devoir considérer comme étant de formation secondaire les petites parties de carbonate de chaux observées au microscope. Leurs caractères sont les mêmes que dans la diorite de Quenast; la présence de ce minéral peut s'expliquer par l'action de l'acide carbonique de l'air atmosphérique sur la chaux résultant de la décomposition de la diallage.

Digitized by Google

PORPHYRE QUARTZIFÈRE DE SPA.

(EURITE ET HYALOPHYRE PAILLETÉS, DUMONT.)

—

On connait dans le terrain ardennais de Spa quelques intercalations de roches cristallines ou granito-compactes auxquelles Dumont a donné le nom d'eurite et de hyalophyre pailletés. Ces roches se présentent à l'extrémité de la promenade de Sept heures, où elles forment un filon bifurqué qui a été l'objet des discussions de la Société géologique de France en 1863 [1].

On les voit également constituer quelques lits interrompus au milieu des phyllades, et recoupés par les chemins de plaisance de la colline situés au nord de la promenade de Sept heures. Un peu plus loin vers le nord, on les constate dans le sous-sol du cimetière de Spa qu'elles paraissent traverser dans toute sa longueur. On en rencontre de temps en temps des traces sur le plateau entre Spa et Arbespine. De plus, à 500 mètres environs à l'O.-S.-O. du cimetière, la nouvelle promenade dite des Français recoupe quelques bancs massifs des mêmes roches. Enfin, elles sont mises à jour par la tranchée des chemins de fer près de la station de Spa.

La variété que Dumont a considérée comme hyalophyre est celle du cimetière, où malheureusement la roche n'apparait nulle part, et où l'on ne peut se procurer que des fragments plus ou moins désagrégés et terreux.

Malgré cet état de choses, la nature lithologique de la roche est bien reconnaissable. Ce hyalophyre de Dumont est, dans le cas présent, un porphyre quartzifère de couleur gris jaunâtre, à pâte d'eurite enveloppant des cristaux de feldspath, ne dépassant pas 3 millimètres, mais presque toujours beaucoup plus petits et qui paraissent être de l'orthose; de nombreux dihexaèdres de quartz blanc translucide d'une régularité remarquable et dont les dimensions se comportent à peu près comme celles des cristaux de feldspaths, enfin une espèce de chlorite en lamelles plus ou moins hexago-

[1] Conf. *Bulletin de la Soc. géol. de France,* 2e série, t. XX, pp. 790-795.

Digitized by Google

nales, ayant depuis $^1/_2$ millimètre ou moins jusqu'à 5 millimètres de grandeur, fréquemment allongées dans une direction, d'un vert bronzé métalloïde, mais trop peu transparentes, du moins dans nos échantillons, pour permettre l'examen optique. Ces paillettes chloriteuses sont disposées en tout sens, et il y a des raisons de penser que la chlorite dérive de quelque minéral antérieur, peut-être de la hornblende, ainsi que semble l'insinuer l'examen microscopique. Cette roche possède les caractères lithologiques d'une véritable roche éruptive, dont tous les minéraux ont cristallisé à la place où on les trouve. Il est regrettable qu'elle ne soit pas mieux à découvert et qu'elle ne fournisse pas d'échantillons intacts, car c'est le meilleur type de porphyre quartzifère que nous offre la Belgique.

La roche du cimetière de Spa montre dans les préparations microscopiques une pâte composée de grains de feldspath et de quartz. Les plaques présentent une teinte ocreuse due à l'oxyde de fer hydraté ; cette coloration et la kaolinisation très-avancée du feldspath de la pâte voilent la structure intime des éléments microscopiques; à l'aide de l'appareil de Nicol on se convainc toutefois que cette pâte montre encore les phénomènes de polarisation que nous offrent les agrégats. Elle enchâsse des cristaux d'orthose de 1^{mm} à $0^{mm},5$ en moyenne dont les contours sont mieux marqués ici que dans toutes les autres roches belges que nous avons à décrire.

Ces sections d'*orthose* sont des parallélogrammes allongés ou des formes quadratiques avec l'angle de 90°, et comme c'est l'ordinaire dans les porphyres quartzifères, ils ont presque tous la macle de Carlsbad. Il n'est pas rare de voir les cristaux sillonnés par des fendillements irréguliers suivant lesquels une altération moléculaire commence à s'opérer. Les enclaves de ce minéral méritent d'être mentionnées. Ses sections sont remplies de points noirs dont le contour bien accusé est ordinairement rhombique, quelquefois quadratique. Les dimensions des plus petits descendent quelquefois à $0^{mm},005$. Il n'y a rien de régulier dans la manière dont ils sont disposés relativement au cristal encaissant. Ces points sont ordinairement opaques comme le fer magnétique, mais leurs sections rhombiques ne nous permettent pas de l'identifier avec ce dernier; ils ne nous ont pas offert non plus le reflet métallique qui distingue la magnétite. Au centre de ces cristaux

Digitized by Google

opaques, on aperçoit souvent un point brillant, comme qui dirait une facette polie réfléchissante; ce phénomène se montre encore à la lumière réfléchie. Nous pencherions à y voir du fer titané si les contours de certaines sections ne nous indiquaient un minéral rhombique; on rencontre aussi ces microlithes dans la pâte.

Le *quartz* donne souvent des sections rhombiques criblées d'enclaves liquides. Un minéral vert jaunâtre se trouve jeté comme un réseau sur la pâte. On aperçoit rarement des formes prismatiques de la même substance qui ne décèlent aucun clivage; souvent ce sont des fibres juxtaposées présentant une certaine ondulation. Certains points sont dicroscopiques; on peut voir dans ce minéral très-altéré un produit de décomposition de la hornblende. C'est ce qui pourrait aussi se concilier avec le bord noir qui entoure ces sections verdâtres; il ne manque pas d'analogie avec la zone sombre qui se remarque autour de la hornblende décomposée. Cette substance verdâtre est parsemée de points noirâtres opaques qui sont d'une tout autre nature que les microlithes enclavés dans les feldspaths. Il nous paraît que ces grains irréguliers de la viridite furent formés par suite de la métamorphose d'un minéral dont elle occupe la place maintenant, tandis que dans le cas des microlithes dont nous avons parlé en décrivant l'orthose, on aurait affaire à des minéraux de formation primaire.

En divers points de nos plaques microscopiques on découvre de petites plages de chlorite nettement caractérisée; elles sont situées bien souvent le long de fendillements ou suivent à l'intérieur des feldspaths les plans de clivage naturels ou les crevasses de l'orthose. Tout indique ici pour la chlorite une origine secondaire.

Les éléments qui donnent la structure porphyrique à la roche que nous venons de décrire présentent au microscope une particularité qu'il est utile d'indiquer : les feldspaths et les quartz ont des contours très-accentués et se détachent nettement de la pâte, grâce à une bordure noire assez foncée qui entoure ces cristaux; cette zone de décomposition est caractéristique pour cette roche.

Le caractère éruptif de la roche de Spa nous paraît marqué d'une manière indubitable dans le pointement que nous avons signalé plus haut, à la pro-

Digitized by Google

menade des Français, et qui surgit dans la région donnée comme salmienne sur la carte géologique. C'est un massif mis à nu sur 4 à 5 mètres de longueur et 2 à 3 mètres de largeur. Mais il est évidemment d'une étendue plus considérable, car il a fallu l'entamer sur plusieurs mètres pour la construction de la route. Il est constitué essentiellement par une eurite très-quartzeuse, très-dure, mate ou faiblement vitreuse, d'une couleur grise légèrement bleuâtre, et dans laquelle on distingue rarement des grains brillants ou mats qui, vus à la loupe, se reconnaissent comme de très-petits cristaux de feldspath. Outre les veines et veinules fréquentes de quartz vitreux qui traversent cette eurite, on y observe un très-grand nombre de petits prismes aplatis, aciculaires, généralement inférieurs à 1 millimètre, dépassant rarement 2 à 3 millimètres, et formés d'un minéral gris noirâtre, un peu fibreux et qui ne nous est pas connu. Ce minéral est d'ailleurs altéré et nous paraît se rattacher à un silicate prismé plutôt qu'à un phyllite. Enfin, la même roche enveloppe vers son bord sud de nombreux fragments de phyllade noir de petite dimension, dont quelques-uns sont devenus très-luisants et comme vitreux.

Le massif est traversé par des filons quartzeux avec cristaux prismés.

Nous n'avons pas aperçu le contact de cette eurite porphyroïde avec les terrains voisins, mais elle est entourée de trois côtés et à très-peu de distance par des phyllades où l'on n'en voit plus de traces, et, de plus les bancs les mieux marqués paraissent placés en travers de la direction de ces mêmes phyllades. Les caractères géognostiques sont donc ceux d'un dyke éruptif, injecté dans une fissure : conclusion fortifiée par l'examen microscopique qui y fait reconnaître, comme on va le voir, la texture dite fluidale.

La microstructure et la constitution de la roche de la promenade des Français se rapprochent de celle du porphyre quartzifère du cimetière. La pâte consiste en une agglomération de grains microcristallins de quartz et de feldspath; ce dernier élément est généralement bien individualisé, car près des grains feldspathiques dont les contours n'offrent rien de régulier et qui constituent la majeure partie de la pâte, on voit des milliers de microlithes prismatiques qui n'ont guère plus de $0^{mm}1$ de longueur.

Ils se groupent ordinairement autour des grands cristaux d'orthose ou

Digitized by Google

de quartz, ou des plages d'un minéral brun verdâtre. Ces prismes s'alignent ordinairement suivant la direction du grand axe des cristaux qu'ils environnent, ou viennent butter contre eux (pl. II, fig. 11). Nous avons un nouveau cas de la structure fluidale observée déjà dans les lames minces du gabbro d'Hozémont. On voit que le magna en mouvement a déterminé cette disposition qui se remarque généralement auprès des cristaux dont les dimensions un peu plus grandes donnent à la roche son caractère porphyrique. Presque tous les grands feldspaths sont des orthoses; nous n'avons trouvé qu'un seul plagioclase et nous pouvons d'autant mieux nous prononcer ici que l'élément feldspathique est relativement peu altéré.

Le quartz contient des enclaves liquides et quelques lamelles de chlorite. L'élément qui joue après le feldspath et le quartz un rôle essentiel dans cette roche est une substance verdâtre en général légèrement fibreuse, affectant ordinairement des formes allongées, quelquefois elliptiques, peu dicroscopique, quelquefois sans effet sur la lumière polarisée; nous n'avons point constaté dans ce minéral verdâtre de clivages caractéristiques; la zone noire (pl. II, fig. 11) qui les encadre invariablement semble indiquer ici de nouveau la présence antérieure de l'amphibole. Quelques-uns de ces cristaux allongés ou discoïdes sont entièrement recouverts de points noirs qui par leur agglomération cachent complétement la substance verdâtre; nous avons affaire dans ce cas à une décomposition très-avancée du minéral primitif. Il n'est pas rare non plus de voir les sections que nous décrivons montrer des traces de structure fluidale, les microlithes venant donner contre les cristaux allongés les ont brisés et repliés; ces fragments se sont souvent alors accolés à peu près de la même façon que la hornblende du Pechstein de Monte Sieva décrit par Vogelsang [1]; on voit dans la pâte de nombreux points noirs qui doivent avoir une même origine que le bord opaque de ces sections verdâtres prismatiques ou elliptiques.

Le microscope permet de découvrir parmi les éléments secondaires de cette roche la chlorite et plus rarement le fer oligiste et la pyrite.

Nous retrouvons dans la pâte les points noirs à sections rhombiques quel-

[1] F. Zirkel, *Mikrosk. Beschaff...*, p. 286.

Digitized by Google

quefois très-régulières et dont nous avons parlé en décrivant les feldspaths de la roche du cimetière.

Le filon bifurqué de la promenade de Sept heures comprend, comme l'on sait, deux branches, dont celle de gauche est située dans le plan des phyllades, et celle de droite coupe ce plan en travers. Nous renvoyons pour les détails de ce gisement à Dumont et à la discussion précitée de la Société géologique de France [1]. Nous faisons seulement remarquer ici que la branche transversale de gauche offre des parties plus ou moins granitoïdes vers le centre, tandis que le restant possède une texture plus finement granulaire, et en second lieu, que la même branche empâte sur ses côtés assez bien de fragments schisteux plus ou moins vitreux, rappelant ceux qui sont emprisonnés dans l'eurite porphyroïde de la promenade des Français : deux circonstances qui sont favorables à l'interprétation de ceux qui admettent l'origine éruptive de cette roche. Nous nous rangeons à leur opinion comme très-vraisemblable.

M. Chevron a fait l'analyse de la roche de la promenade de Sept heures ; il a trouvé :

Silice	73,53
Alumine	19,00
Oxyde ferrique	traces
Oxyde ferreux	traces
Chaux	traces
Magnésie	0,56
Oxyde manganeux	0,26
Potasse	2,90
Soude	2,65
Lithine	traces
Perte au feu	2,27
	101,17

[1] Dumont, *op. cit.*, pp. 156, 157. — *Bulletin de la Société géologique*, 2e série, t. XX, p. 791.

Digitized by Google

Les préparations microscopiques du filon bifurqué nous permettent, malgré l'altération de la roche, de la rattacher pour la structure de la composition à celles du cimetière et de la promenade des Français; leur structure diffère légèrement, car elle est plus ou moins porphyroïde, tandis que celle du filon bifurqué est généralement micro-granitoïde et se rapproche davantage de celle de nos eurites. On retrouve cependant au microscope dans les plaques minces de cette roche des feldspaths quelquefois bien développés, des sections de quartz assez grandes et des plages d'un millimètre au moins appartenant au minéral verdâtre qui provient, comme nous l'avons dit, bien probablement de la décomposition de la hornblende. Les petits cristaux opaques rhombiques ne font point défaut non plus. Ces microlithes que nous n'avons rencontrés dans aucune autre roche que dans celle de Spa sont tellement caractéristiques qu'ils semblent nous permettre de considérer les différentes masses cristallines de cette localité comme des variétés d'une même roche. En effet la seule différence qu'elle nous offre consiste seulement dans le plus ou moins de développement de la structure porphyrique.

Ces roches de Spa affectent quelquefois une tendance à former des noyaux globuleux [1]. M. Dewalque a fait connaître [2] qu'on rencontre dans le prolongement du filon bifurqué, vers le haut de la montagne, des masses de la roche cristalline renfermant des globules très-durs. Il rapproche avec droit cette structure de celle que M. Delesse a signalée pour certains porphyres dans ses recherches sur les roches globuleuses [3]. Nous devons à l'obligeance de M. Dewalque d'avoir pu étudier un des globules recueillis par lui. L'examen que nous en avons fait montre qu'ils appartiennent à la catégorie *des globules normaux avec quartz* (Delesse); ils fondent difficilement au chalumeau. Dans l'échantillon que nous eûmes entre les mains, la forme extérieure du nodule était sensiblement sphérique; son diamètre ne dépassait pas deux centimètres; nous en fîmes tailler une plaque mince et nous pûmes constater qu'il était formé de grains de quartz, de feldspath et de petites lamelles de viridite; ces grains peuvent avoir en moyenne 00mm1 de diamètre; cette pâte

[1] Dewalque, *Prodrome*, p. 296.
[2] Dewalque, *Bullet. de la Soc. géol. de France*, 2e série, t. XX, p. 794.
[3] Delesse, *Mémoires de la Soc. géol. de France*, 2e série, t. IV, Mem. n° 5.

Digitized by Google

microgranitoïde est colorée par l'hydroxyde de fer. Le nodule présentait à l'intérieur un creux tapissé d'une légère couche de quartz; nous remarquâmes au centre une accumulation de points métalliques que l'on doit rapporter à la pyrite. Le globule est sillonné de quelques veinules quartzeuses d'un demi-millimètre d'épaisseur; elles s'avancent du centre vers la périphérie. Nous n'avons remarqué dans le nodule que nous étudiâmes aucun des caractères des poches amygdaloïdes remplies après coup. Nous sommes plutôt portés à considérer ces *sphérolithes* comme formés au moment même de la solidification de la roche; ils se rapprocheraient, quant au mode d'origine, des sphérolithes des obsidiennes, des pechsteins et des perlites [1].

[1] Zirkel, *Lehrb. der Petrographie*, 1 vol. pp. 543, 544.

Digitized by Google

LES PORPHYROÏDES DE FAUQUEZ, REBECQ-ROGNON, PITET [1].

(CHLOROPHYRE ET PORPHYRE SCHISTOÏDE, ALBITE PHYLLADIFÈRE DE DUMONT.)

—

Les terrains silurien et antésilurien de la Belgique et de l'Ardenne française se distinguent par la présence de roches feldspathiques à texture schisteuse et porphyrique à la fois, et qui paraissent régulièrement intercalées dans les couches de quartzite, de phyllades et de schistes, constituant la majeure partie du sous-sol. Ce fait géognostique, que l'on retrouve avec des variantes dans les terrains huronien, cambrien, silurien, peut-être même

[1] Nous désignons, par ce terme de *porphyroïde*, les roches sédimentaires possédant avec une pâte plus ou moins analogue à celle des porphyres, une texture feuilletée, ondulée, due à la présence d'un des minéraux du groupe des Phyllites, et offrant, en outre, un aspect porphyrique qui résulte chez elles des grains cristallins plus gros de feldspath et de quartz qui y sont disséminés. Conf. Lossen, *Zeitschrift d. d. geol. Ges.*, XXI, 1869, p. 281. Le terme de porphyroïde que nous appliquons aux roches qui possèdent la structure précitée ne décide pas dans notre pensée la question de leur origine. Il désigne simplement leur aspect lithologique ordinaire tel qu'il se présente à la vue et leur intercalation régulière dans les terrains stratifiés. C'est à l'examen plus détaillé de leur structure macroscopique et microscopique et de leurs rapports de position aux couches voisines qu'il appartient de trancher la question. Cet examen nous paraît militer en faveur d'une origine clastique pour quelques-unes de ces porphyroïdes, que nous proposons de désigner alors comme porphyroïdes *clastiques*. D'un autre côté, il existe beaucoup de porphyroïdes dont tous les éléments sont formés en place. De ce genre sont celles que M. Lossen a décrites dans le Harz, où elles suivent exactement le contour de certaines roches éruptives du type des diabases. On pourrait les ranger, dans ce cas, comme porphyroïdes cristallines. Nous ne nous dissimulons pas l'inconvénient de donner un même nom générique à des roches appartenant aux deux classes lithologiques les plus opposées que l'on puisse créer en géologie. Mais c'est un inconvénient qui tient à l'état de nos connaissances. La texture et la stratification des porphyroïdes les font généralement reconnaître avec plus ou moins de facilité; mais leur mode de formation peut être très-difficile à démêler. Dès lors il semble naturel de leur donner un nom qui rappelle leur texture porphyrique tout en les séparant des porphyres proprement dits, et qui réserve le problème de leur origine. Quand on est parvenu à se former une opinion sur ce dernier point, il est temps alors d'adjoindre au mot porphyroïde l'un des qualificatifs *cristallin* ou *clastique*.

Digitized by Google

dévonien de plusieurs contrées, telles que la Saxe, la Norwége, l'Écosse, le Nassau, a été très-diversement interprété en ce qui concerne le pays dont nous nous occupons ici.

Dumont paraît avoir vu indistinctement dans toutes ces porphyroïdes, autant de filons de roches plutoniennes injectées selon le plan des couches adjacentes.

M. d'Omalius et plusieurs de ses disciples, partisans d'une origine éruptive pour quelques-uns des gisements porphyriques dont il s'agit, tels que celui de Mairus, par exemple, dans l'Ardenne française, sont portés à reconnaître dans les autres le résultat d'une action métamorphique plus puissante et qui aurait affecté particulièrement certaines zones. Quelques géologues, comme Constant Prévost et Buckland, ne reconnaissent, même dans la roche porphyrique la plus massive de Mairus, qu'un conglomérat d'origine sédimentaire, contemporain du dépôt des couches voisines.

Enfin, M. Dewalque s'est demandé si plusieurs des porphyres schisteux du Brabant ne pourraient pas être rapprochés de ce que Murchison a nommé tour à tour les grès volcaniques (*volcanic grit*) et les cendres feldspathiques (*feldspathic ashes*), qui forment des couches dans le système silurien du Shropshire et des Galles, et qu'il croyait provenir d'éruptions sous-marines [1]. Nous allons examiner succinctement les caractères macroscopiques et le gisement des principaux porphyres schisteux du Brabant, et nous étudierons ensuite leurs caractères microscopiques.

Les porphyres schisteux (porphyroïdes) du centre de la Belgique sont répartis dans deux régions distinctes.

Les uns s'observent dans la vallée de la Méhaigne, entre Fumal et Fallais (Albite phylladifère de Pitet); les autres, a dit Dumont, se montrent en divers points d'une ligne de fracture dirigée O. 26° $^1/_2$ et à E. 26° $^1/_2$ S., et

[1] Conf. sur l'origine des roches schisto-porphyriques de la Belgique : DUMONT, *Mém. sur les terrains ardennais et rhénans* (MÉM. DE L'ACAD., t. XX, pp. 25, 85; t. XXII, pp. 294, 296, 311). — D'OMALIUS D'HALLOY, *Précis élémentaire de géologie*, t. VIII, pp. 506, 509. — GOSSELET, *Mém. sur les terrains primaires de la Belgique*, etc., pp. 34, 36, 39. — *Bull. de la Soc. géol. de France*, 1re série, t. VI, pp. 342, 344. — C. MALAISE, *Description des terrains siluriens du centre de la Belgique*, pp. 72, 73. — G. DEWALQUE, *Prodrome d'une description géologique de la Belgique*, pp. 296, 297, 300, 302.

Digitized by Google

qui court des environs d'Enghien à Monstreux, près Nivelles. Nous parlerons d'abord de ces derniers.

Ces porphyroïdes ne s'aperçoivent pas tout le long de la direction que nous venons d'indiquer, d'après Dumont. Elles n'apparaissent, au contraire, qu'en des points généralement éloignés les uns des autres et sur des espaces presque toujours fort resserrés. Cela tient à la présence du terrain tertiaire et bien plus souvent encore à celle du limon de la Hesbaye, qui ne laissent que rarement surgir quelque pointement de la roche ancienne. Dumont signale la présence des roches schisto-feldspathiques près de Marcq, près des fermes Sainte-Catherine, Grande-Haye, Petite-Haye, du Croiseau, à Chenois, aux Ardennes, dans le vallon de Fauquez et à l'Est du canal de Charleroi à Bruxelles.

M. Malaise a fait connaître un nouveau gisement des mêmes roches, et dans la même direction, sur la rive gauche de la Senne, à l'Ouest de Rebecq [1].

D'ailleurs on ne les voit bien à découvert qu'au Sud du village de Virginal, sur les bords d'un vallon qui descend de la colline sableuse où est planté le bois de la Houssière vers le hameau de Fauquez.

Partout ailleurs le porphyre schistoïde n'apparaît guère qu'aux talus de quelques chemins creux, ou sur une surface très-étroite, de sorte que l'alignement indiqué par Dumont n'est jalonné sur sa carte géologique que par quelques points de couleur rouge généralement très-espacés [2].

[1] Dumont, *op. cit.*, t. XXII, pp. 304, 307. — Malaise, *op. cit.*, p. 25. — La porphyroïde de Steenkuyp (le chlorophyre du *Vert-Chasseur* de Dumont), situé beaucoup plus au Nord, sera traité dans un paragraphe spécial.

[2] Nous considérons comme étant invraisemblable le pointillé à l'aide duquel Dumont a marqué sur sa carte géologique du sous-sol le gisement des porphyres schistoïdes du territoire de Rebecq. En dressant cette carte du sous-sol, Dumont donnait nécessairement prise à l'hypothèse, puisqu'il y suppose l'enlèvement de couches superficielles plus ou moins épaisses et très-répandues, et qu'il n'est pas de géologue, si habile qu'il soit, qui puisse voir au travers d'un mètre de limon. Quand il s'agit des terrains stratifiés ordinaires du sol belge, les erreurs possibles de la carte, ne portant que sur les limites mutuelles de terrains de sédiment, n'affectent pas la nature géologique des subdivisions adoptées par l'auteur. Mais, dans le cas présent, il n'en est pas de même. Dumont, en traçant sur le terrain silurien du Brabant supposé complétement à découvert, les affleurements reconnus des porphyres schisteux comme autant de points

Digitized by Google

Les couches porphyroïdes de Fauquez qui constituent la masse la plus visible de toute la série sont formées, d'après Dumont [1], d'une roche qu'il a nommée *Chlorophyre schistoïde*, laquelle est composée d'une pâte d'eurite gris-bleuâtre ou verdâtre, renfermant des lamelles de chlorite d'un vert sombre, des lamelles et des enduits de phyllade, et enveloppant des grains de quartz vitreux, et beaucoup d'orthose ou d'albite en cristaux de 1 à 3 millimètres, rarement de 5 millimètres de grandeur. Par la diminution de la quantité de chlorite et l'augmentation progressive de la matière phylladeuse, la roche passe au *porphyre schistoïde* ou phylladophyre (Dumont).

D'après les proportions variables des éléments colorés la roche est tour à tour verdâtre, gris bleuâtre foncé, gris brunâtre, ce qui lui advient souvent aussi par altération, et les cristaux de feldspath se détachent nettement sur ce fond, par leur couleur blanche ou jaune claire, parfois par leur vif éclat.

L'ensemble de cette agrégation minérale forme des strates où des espèces de dalles, plus où moins épaisses, suivant l'abondance de la matière phylladeuse. La texture est tantôt simplement porphyrique, tantôt schisto-porphyrique et en feuillets grossiers, irréguliers, interrompus, suivant que le phyllade est en petites lames irrégulières disséminées, où qu'il forme des enduits qui ne sont interrompus que par les plus gros cristaux de feldspath.

Dumont fait remarquer également que les portions les plus phylladeuses du massif passent insensiblement à la variété pétrographique qu'il a désignée sous le nom d'*albite phylladifère :* roche composée essentiellement de phyllade noir-grisâtre où gris-bleuâtre, feuilleté où compacte, et d'albite en cristaux nombreux de 2 à 3 millimètres de grandeur.

Dumont ajoute que ces roches renferment parfois un peu de calcaire, qu'elles se kaolinisent suivant les places, et que la disparition des cristaux de feldspath détermine chez elle la texture schisto-celluleuse.

singuliers, isolés les uns des autres, assignait par le fait à ces roches porphyriques le cachet stratigraphique des culots ou des dykes éruptifs, et tranchait ainsi d'une manière arbitraire une question d'origine, qui est très-douteuse. Pour nous, la liaison mutuelle et la continuité plus ou moins complète des porphyres schistoïdes de Sainte-Catherine, Grande-Haye, Croiseau, Chenois, est bien plus vraisemblable que la dispersion indiquée par Dumont.

[1] *Op. cit.*, pp. 303, 306.

Digitized by Google

Aux descriptions de Dumont, nous ajouterons les observations suivantes.

Dans le vallon de Fauquez les roches porphyroïdes couvrent une zone visible, de 80 à 100 mètres de largeur. Les couches régulières qu'elles forment varient en direction de E. 15° à E. 40° S., avec un pendage de 35° à 40° vers le NE. La partie inférieure est formée souvent de l'albite phylladifère de Dumont; la partie moyenne et supérieure de son porphyre schistoïde passant accidentellement au chlorophyle schistoïde. Toute la bande d'ailleurs peut offrir des échantillons susceptibles d'être confondus avec ceux qui proviennent du massif porphyrique de Pitet sur la Méhaigne : mais cela est particulièrement vrai de la partie inférieure. Elle est en bancs plus ou moins schistoïdes, phylladeux, de couleur gris ou gris-verdâtre, d'aspect terreux, du moins dans les talus où elle est accessible et qui sont criblés d'innombrables cristaux de feldspath ne dépassant guère 1 millimètre.

Quelques bancs ont conservé de la cohésion; d'autres sont tout à fait friables et se délitent en un sable argileux et jaunâtre qui laisse échapper des milliers de petits cristaux [1] de feldspath altérés, que l'on peut recueillir au pied des talus. On découvre également, dans ces mêmes bancs, des noyaux, de petites masses où des lits interrompus, assez nettement séparés du reste de la roche et dont le grain est beaucoup plus gros que celui de la masse voisine : les cristaux y atteignent 3 et 4 millimètres et sont enchâssés dans une sorte de pâte très-feuilletée, de couleur vert-foncé. Ces portions à gros grains, que nous retrouvons exactement de même à Pitet, ressemblent bien à des fragments de transport.

La partie moyenne et supérieure de la roche de Fauquez possède une texture moins feuilletée que la précédente : ses feldspaths reconnaissables sont des plagioclases [2].

Non-seulement on y voit beaucoup de petits fragments et, pour ainsi dire, de particules de phyllade où de schiste noir, mais on peut y découvrir, du moins dans certains bancs, des morceaux transportés de schiste phylladique

[1] Un grand nombre de ces cristaux sont arrondis sur les angles et les arêtes: mais nous ne pouvons pas affirmer que l'arrondissement ici n'est pas souvent le résultat de l'altération chimique.

[2] Nous en avons vu qui avaient plus d'un centimètre de grandeur.

Digitized by Google

ayant plusieurs centimètres de longueur et dans ce cas disposés plus ou moins à plat, selon le sens de la stratification. Parmi ces schistes il en est qui renferment quelques grains feldspathiques, mais la plupart ne diffèrent pas sensiblement des schistes feuilletés des terrains siluriens adjacents. C'est là, selon nous, un fait capital. On peut recueillir des échantillons dans lesquels les fragments schisteux enchâssés sont privés de toute modification apparente et qui se séparent avec la plus grande netteté de la roche à cristaux de feldspath qui les enveloppe. Ce caractère pétrographique que l'on retrouve tout le long de la bande de Fauquez est en opposition complète avec l'explication que l'on a hasardée de celle-ci par le métamorphisme. Si l'assise en question n'était qu'un schiste silurien, mais affecté par une transformation plus complète que les couches voisines, comment renferme-t-elle dans sa masse tant de morceaux schisteux qui ont échappé à la cristallisation feldspathique? Il est clair que le métamorphisme, comme on l'entend communément, ne peut nous révéler le secret de cette formation singulière. La petitesse ou l'altération des feldspaths ne nous permettent guère de prononcer sur leur origine. Toutefois quelques cristaux nous ont paru être des fragments. Il s'ensuivrait que la roche serait en partie clastique. Cependant certains minéraux de la roche de Fauquez ont dû se former depuis le dépôt originaire. Ainsi l'élément minéralogique en lames ondulées, luisantes, que Dumont appelle phyllade, et qui contribue principalement à donner à la roche sa structure schisteuse, nous paraît différer par son origine des fragments phylladeux ou schisteux empâtés. Ceux-ci sont disséminés sans ordre et sont d'origine antérieure : l'autre élément est en relation intime avec la répartition actuelle des minéraux du porphyre, il s'applique exactement sur les cristaux de feldspath en les entourant; il est intimement uni à la pâte d'eurite; en un mot, il a les caractères d'un minéral qui s'est formé le dernier et à la place même où il se trouve. Quelquefois, il a les apparences de certains phyllades : d'autres fois, l'éclat soyeux de la substance, son toucher un peu onctueux, sa fusibilité en émail blanchâtre, rappellent beaucoup la séricite qui est souvent associée, comme on sait, dans le Taunus à des schistes feldspathiques.

Les bancs de la roche porphyroïde de Fauquez conservent une structure


Digitized by Google

stratoïde prononcée, même quand ils s'épaississent jusqu'à former des blocs très-cohérents d'un mètre en tous sens. Dans ce cas la roche offre beaucoup de ténacité; la surface des cassures provoquée par le marteau ne suit plus les joints schistoïdes, mais les coupe en travers. Cependant ces bancs n'ont jamais l'aspect des roches massives. Outre leur structure schistoïde, on les dirait formés par l'agrégation de fragments polyédriques schisto-feldspathiques et fortement soudés. Il en est qui ont à la surface l'aspect d'un banc de poudingue. Il est vrai que les altérations essentiellement inégales qui atteignent les diverses parties d'une roche feldspathique et les découpures qui en résultent chez cette dernière, expliquent dans une certaine mesure cet aspect de conglomérat de quelques assises de Fauquez [1].

Cependant la cassure fait voir que l'intérieur de la roche est très-hétérogène; et il est permis de se demander si l'attaque inégale des agents atmosphériques à la surface ne fait pas ressortir en cette occasion la disparité primitive d'éléments dissociés à l'origine.

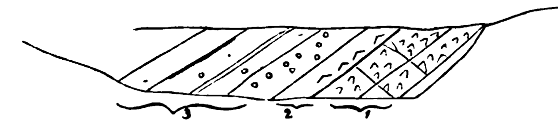
Beaucoup de bancs de la roche de Fauquez sont picotés de petites cavités à leur surface, provenant de la disparition du feldspath. Assez souvent le calcaire s'est développé en petits cristaux, en masses lamellaires et en concrétions. On le remarque dans les fissures, les cavités, ou à la surface extérieure des bancs. Les lits très-altérés sont fréquemment riches en calcaire : ils donnent lieu à une effervescence très-vive avec les acides. Toutes ces circonstances démontrent que le calcaire de Fauquez est un élément de formation postérieure. Il est à croire qu'il dérive ici, comme dans beaucoup de cas analogues, de la décomposition d'une partie des minéraux de la roche feldspathique et notamment des plagioclases, qui sont, comme on sait, à base de calcium. Des observations de même genre s'appliquent aux filons, aux veines et aux incrustations quartzifères que l'on constate aussi dans plusieurs de ces bancs porphyroïdes.

[1] Les porphyroïdes de Fauquez qui forment les escarpements latéraux de la vallée devaient offrir une résistance très-variable aux agents extérieurs. Des portions considérables ont disparu. D'autres, en place ou à demi éboulées sur la pente, se dressent en pyramides ou restent dans des positions d'équilibre singulières, qui ne sont pas sans analogie avec celle des blocs erratiques.


Digitized by Google

Il est impossible d'observer dans la vallée de Fauquez les limites supérieure ou inférieure de la série des roches porphyroïdes. Mais en se portant à 900 mètres de distance, dans un chemin creux, situé au Nord-Est de l'écluse n° 40 du canal de Charleroi à Bruxelles, on rencontre une petite carrière actuellement abandonnée, où l'on a exploité jadis les derniers bancs supérieurs de la roche porphyrique.

Cette ancienne exploitation met à découvert la limite des porphyres et leurs relations avec les couches stratifiées qui les surmontent. Le diagramme suivant donne une idée de la manière dont les bancs se suivent dans cette carrière.



1. Bancs de porphyroïde schisto-compactes : dir. = E. 50° S., incl. NE. = 35° à 40°. Les bancs sont d'un gris bleuâtre tacheté de blanc ou de blanc jaunâtre. Ils renferment de nombreux cristaux de plagioclase de 1 à 2 milimètres. Beaucoup de ces derniers paraissent arrondis sur les bords. On rencontre dans ces bancs des fragments de schiste phylladeux noir, de plusieurs centimètres de longueur, et des filons de quartz dont l'un a 15 centimètres d'épaisseur.

2. Banc d'eurite quartzeuse schisto-compacte gris-bleuâtre mêlée de fragments de quartzite et de schiste, surmontant la roche porphyrique et séparé d'elle par une ligne très-nette et ondulée.

3. Série de bancs d'eurite plus ou moins quartzeux, compactes, interrompus par des lits plus schistoïdes, et passant au quartzite. Plusieurs de ces bancs enveloppent des noyaux et des fragments de toutes dimensions jusqu'à 25 centimètres, formés de porphyroïde à cristaux de feldspath ayant jusqu'à 3 millimètres.

Cette coupe nous paraît avoir une grande importance non-seulement pour la série de Fauquez, mais pour la plupart des porphyres schistoïdes de la Belgique.

Les bancs supérieurs (n° 3) sont incontestablement des couches stratifiées d'origine sédimentaire. Ces mêmes bancs renferment des fragments porphyriques à gros grains, qui contrastent complétement avec la masse minérale qui les enveloppe. Nous en concluons que ces fragments sont des débris remaniés des roches porphyriques sous-jacentes, et disséminés avec le sable et les boues feldspathiques, au moment de la sédimentation des cou-

Digitized by Google

ches supérieures. On ne pourrait guère combattre cette déduction, qu'en attribuant au métamorphisme la structure des nodules à gros grains cristallins, enchâssés dans les couches stratifiées. Mais cette explication n'est pas acceptable. Car le passage de ces nodules renfermant des cristaux à la roche entourante se fait brusquement, et l'on n'accordera pas qu'une action modificatrice générale puisse s'exercer d'une manière aussi inégale sur un même banc de roche dont, à part les nodules porphyriques qu'il renferme, la composition minéralogique paraît assez uniforme. De plus, les bancs n° 1 et n° 2 de la coupe préfigurée renferment, comme on l'a dit, des fragments de schiste, qui sont incontestablement de transport et qui ont conservé l'aspect normal. Donc, en cet endroit, l'agent métamorphique ne paraît pas avoir transformé le schiste silurien en porphyroïde; c'est pourquoi la coupe précédente nous paraît établir que la bande schisto-porphyrique de Fauquez n'est pas un porphyre d'intrusion, postérieur, ainsi que Dumont le pensait, et qu'elle n'est pas davantage un simple résultat du métamorphisme, comme on l'a dit ensuite.

Nous pensons que c'est une roche conglomérée, d'origine inconnue, mais contemporaine du terrain silurien du Brabant, et qui, du moins dans les endroits où nous l'avons étudiée, est en grande partie clastique. D'ailleurs, tout en rejetant l'explication de ces roches schisto-feldspathiques par le métamorphisme, nous reconnaissons qu'elles ont été grandement modifiées depuis le premier rassemblement de leurs parties constituantes. Nous admettons pour elles une action modificatrice de même ordre que celle qui a transformé dans le Brabant les grès en quartzites et les schistes terreux en schistes phylladeux souvent aimantifères. Il nous paraît démontré, notamment, que les feuillets sériciteux qui enveloppent, comme nous l'avons dit, les cristaux de feldspath et impriment à l'ensemble le caractère schistoïde, se sont développés depuis que les principaux éléments sont dans leurs rapports actuels : ce sont des produits postérieurs, explicables à l'aide des actions physico-chimiques et mécaniques que l'on invoque à propos du métamorphisme [1].

[1] Plus loin, en parlant d'une porphyroïde très-analogue à celle de Fauquez, et qui apparaît au village de Monstreux, à l'ouest de Nivelles, nous signalerons une preuve très-forte de la postériorité de l'élément sériciteux dans certaines porphyroïdes.


Digitized by Google

Les bancs supérieurs mentionnés à la coupe indiquée ci-dessus passent à des phyllades verdâtres un peu satinés, que l'on voit à quelque distance, plus au nord, et ces phyllades à leur tour sont surmontés, à 250 mètres plus avant dans le même chemin, d'une nouvelle série de porphyroïdes non mentionnée par Dumont en cet endroit, et dont on n'observe que les premières têtes de bancs auprès d'une maison. Il existe donc dans les terrains siluriens au sud de Virginal plusieurs bandes successives de porphyroïdes : fait qui se reproduit à Pitet. La carte géologique du sous-sol indique aussi par un double alignement du pointillé rouge l'existence de plusieurs bandes de roches porphyroïdes au S. de Virginal et de Rebecq.

Ces divers affleurements, en y comprenant ceux de Chenois, ne laissent apercevoir que quelques bancs généralement très-altérés, mais qu'il est toujours facile de rapprocher minéralogiquement de certains bancs du massif de Fauquez. Tantôt la roche appartient surtout à la variété dite albite phylladifère (Chenois); tantôt à celle que Dumont appelait proprement porphyre schistoïde (Grande Haye et Chenois); tantôt la pâte est une eurite feuilletée vert foncé, pointillée de cristaux de feldspaths avec des grains de quartz (Croiseau et Grande Haye). Cette dernière variété, qui pourrait bien être une des premières déposées, semble avoir fourni quelques-uns des fragments verdâtres disséminés dans la base de l'assise de Fauquez.

Les roches de Fauquez présentent au microscope une grande ressemblance de structure et de composition avec certaines variétés de Pitet, que nous décrirons tout à l'heure avec plus de détail. Toutefois leur altération profonde et le métamorphisme auquel elles furent soumises, rendent leur détermination plus difficile que celles des porphyroïdes clastiques dont nous devons traiter dans la suite.

Les échantillons de la masse centrale ont fourni des préparations microscopiques dont la pâte microcristalline est composée de grains de feldspath presqu'entièrement kaolinisé et de quartz. Elle est d'une texture si serrée qu'à la lumière ordinaire elle paraît homogène, tachetée de points noirs ou verdâtres; avec l'appareil de polarisation on y distingue aisément le quartz. Les grands cristaux de feldspath sont presque toujours des plagioclases. On peut ordinairement constater leur structure polysynthétique. Dans certains cas ils

Digitized by Google

sont tellement décomposés que c'est à peine s'ils conservent quelque influence sur la lumière polarisée. Transformés le plus souvent en une matière blanchâtre, presque opaque, ils ont quelquefois un centre moins décomposé, alors que les bords du cristal se comportent comme une substance amorphe; l'intérieur de ces cristaux est souvent transformé en une substance pinitoïde verdâtre. Les contours des feldspaths n'y ont point la netteté des minéraux cristallisés *in situ;* mais on doit se prononcer sur la question relative au mode de formation de la roche, avec plus de réserve que nous ne le ferons pour les porphyroïdes de Pitet. Ces plagioclases disloqués, échancrés, troués et quelquefois traversés par de larges fentes, sont de vraies ruines de cristaux; à peine ont-ils résisté au polissage. Après un examen attentif, nous n'hésitons pas à déclarer cependant que si le transport a concouru pour une large part à cette mutilation, la décomposition sur place doit avoir joué le rôle le plus considérable. M. Zirkel, à qui nous avons soumis cette opinion et les préparations sur lesquelles nous l'avions basée, n'a pas hésité à confirmer notre manière de voir. La difficulté que l'on éprouve à bien établir ce point provient aussi en partie de ce que le quartz qui subit moins la décomposition et dont les formes fragmentaires résistent mieux aux agents métamorphiques, est beaucoup moins représenté ici qu'à Pitet.

Les cristaux sont entourés d'une substance fibreuse, en tout semblable à la séricite que nous décrirons en donnant la microstructure des roches de Pitet, où cette substance est représentée d'une manière type; les limites des éléments porphyriques sont ordinairement marquées par une ligne fortement accusée de couleur brunâtre foncée. Nous trouvons associés aux feldspaths tricliniques quelques cristaux d'orthose, dont les sections montrent les phénomènes optiques de la macle de Carlsbad.

Nous croyons pouvoir distinguer dans l'élément quartzeux des formes anguleuses qui devraient être attribuées à l'action mécanique du transport, et d'autres arrondies ou ellipsoïdales qui sont très-probablement dues à la cristallisation *in situ* de l'acide silicique. Ces dernières, souvent très-transparentes, ne peuvent point être confondues avec les fragments irréguliers qui nous paraissent de nature clastique et dont nous parlions tout à l'heure. Autant ceux-ci ont leurs contours nettement accusés, autant ceux-là les ont

Digitized by Google

vagues au contact des éléments qui les entourent. On les voit en quelque sorte passer insensiblement à la pâte, sans qu'il soit possible de distinguer une ligne de démarcation entre celle-ci et le quartz formé sur place. Ce minéral contient habituellement des enclaves liquides. — Les points verdâtres, observés dans la pâte qu'ils obscurcissent un peu, doivent se rapporter au minéral que nous nommons viridite [1] et dont on observe des plages de 1 à 3 millimètres. Entre les nicols croisés, elle s'éteint laissant apercevoir en quelques points un reflet bleuâtre qui rappelle le phénomène observé pour la substance serpentineuse du gabbro d'Hozémont. Elle ne montre aucune trace de dicroscopisme. Nous avons observé souvent dans ces parties verdâtres certains centres absorbant fortement la lumière (pl. III, fig. 18). — Des grains métalliques décomposés ont donné naissance aux taches ocreuses noires et opaques répandues dans la masse.

Au sein de la pâte sont enchâssés une infinité de petits prismes incolores; ils ont en moyenne $0^{mm},2$ de longueur et $0^{mm},05$ d'épaisseur. Ordinairement réguliers dans leurs formes, ils polarisent la lumière à peu près comme le ferait le feldspath. Ils ont subi l'altération que montrent les grands cristaux, et leurs arêtes sont effacées; leur grand axe est sensiblement parallèle au plan suivant lequel la pâte montre une tendance à se feuilleter.

Des préparations taillées perpendiculairement à cette direction ne nous montrent que très-exceptionnellement ces microlithes; il est donc naturel d'admettre que cette disposition concourt avec l'élément phylladeux à déterminer la structure plus ou moins schistoïde de la roche. Bien que situés dans un plan, ils ne sont pas parallèles entre eux. Ces microlithes que nous considérons comme étant de nature feldspathique ne manquent point de ressem-

[1] Cette expression empruntée à M. Vogelsang (*Zeitsch. d. deustchen geologischen Gesellschaft*, t. XXIV, pp. 529; 1872) servira désormais pour désigner dans nos descriptions microscopiques un minéral verdâtre isotrope que dans bien des cas il est impossible d'identifier sûrement avec un minéral macroscopique. Le terme de viridite nous permettra de ne rien préjuger, et ne doit servir pour un cas particulier que jusqu'au moment où des recherches ultérieures auront mis dans la possibilité de rattacher à une espèce connue le minéral que nous désignons ainsi. L'isotropie qu'offrent certaines plages verdâtres écailleuses ou fibreuses, est un caractère important sur lequel nous nous établirons pour distinguer la viridite des phyllites que nous rencontrerons dans nos roches.



blance, quant à leur disposition, avec les petits cristaux aciculaires découverts par M. Zirkel dans les schistes argileux et les phyllades siluriens et dévoniens [1]. Cependant ces cristaux aciculaires sont beaucoup plus petits que les nôtres; leur coloration brune contraste aussi avec ce que nous observons dans les petits prismes de Fauquez. Tout en admettant, comme nous sommes portés à le faire, la clasticité d'une partie des éléments qui donnent la structure des porphyres à cette roche, nous ne croyons pas que des microlithes de proportion aussi faible aient résisté à l'action de transport en conservant les contours polygonaux que nous leur voyons; pas plus qu'il n'est possible de voir en eux des fragments d'individus plus considérables brisés et dont les débris seraient enchâssés dans la pâte. Dans cette supposition, comme il est bien facile de le voir, nous ne trouverions pas l'explication de ces formes prismatiques communes à un si grand nombre de microlithes. Nous sommes donc portés à les considérer comme formés en place; ils auront cristallisé après le dépôt des matières arénacées et des cristaux de nature clastique qui constituent, à notre avis, la grande masse de ces roches porphyroïdes.

Les lames taillées dans des fragments pris vers le milieu de la bande montrèrent au microscope une pâte analogue à celle que nous venons de décrire pour les roches de la masse centrale. Ce que nous en avons dit tout à l'heure pour les feldspaths peut encore s'appliquer aux plagioclases que nous découvrons dans les lames minces dont nous allons parler. Ici l'orthose s'associe quelquefois aux feldspaths du système clinaxique.

Les formes circulaires du quartz qui se fondent avec la pâte semblent nous indiquer qu'il a cristallisé sur place; nous penchons d'autant plus à admettre cette interprétation qu'il enclave des bourrelets de viridite semblables à ceux que nous signalerons dans le quartz des porphyroïdes de Pitet. La présence au sein du quartz de ces formes arrondies ne se comprend, comme nous le montrerons, qu'en admettant la formation *in situ* des cristaux du minéral qui les enveloppe. Ces préparations offrent en outre de la séricite entourant les feldspaths, et des plages de viridite terminées par des droites qui représentent la forme de cristaux métamorphosés et remplacés

[1] J. Zirkel, *Ann. de Pogg.*, t. CXLIV, 1871, p. 319, et *op. cit.*, p. 490.


Digitized by Google

aujourd'hui par ce produit isotrope. Ces plages de viridite atteignent quelquefois jusqu'à 3 millimètres. Les microlithes prismatiques, observés dans les préparations des roches de la masse centrale, apparaissent de nouveau dans la pâte des fragments du milieu de la bande porphyroïde.

Les fragments du dernier banc, visible du nord-est, ont fourni des lames minces où se retrouvent les divers éléments déjà observés pour cette roche dans les lames taillées que nous avons étudiées tout à l'heure. La microstructure est la même que dans les cas précédents, avec la seule différence qu'ici les parties constitutives descendent à des proportions plus petites; le quartz tend à disparaître, les sections de feldspath se rencontrent plus souvent; en général, nous observâmes peu de séricite. On trouve dans ces préparations des formes circulaires enchâssées au milieu de la viridite. Ces sections, limitées par une circonférence assez régulière, montrent leur biréfringence par la polarisation chromatique. Il est assez habituel de les voir entourées d'une bande de points noirs opaques où les plus forts grossissements du microscope ne parviennent pas à découvrir des contours réguliers; cette bande opaque limite ordinairement ces formes circulaires. Quelquefois aussi ces points opaques se groupent vers le milieu de la section et en obscurcissent le centre. Le diamètre de ces plages circulaires ne va guère au-dessus de $0^{mm},6$.

Toutes les plaques minces de Fauquez nous ont montré au microscope un grand nombre de plages calcareuses avec les stries et les clivages caractéristiques du calcaire.

Cette partie des roches de Fauquez accuse un métamorphisme des plus prononcés; cependant l'examen microscopique n'y dévoile aucun trait d'où l'on ait le droit de conclure à une origine éruptive; l'analogie, au contraire, est intime avec certains schistes cristallins.

Dumont a signalé sur la rive gauche de la Méhaigne et près du hameau de Pitet deux gisements d'une porphyroïde offrant beaucoup d'analogie avec celles de Virginal et de Rebecq. Dans ses écrits il a nommé ces gisements les typhons de Pitet. Le premier apparaît dans le monticule au



sommet duquel est l'église ruinée de St-Sauveur; le second est situé à 500 mètres plus au sud et forme un escarpement qui se dresse sur la rive gauche de la Méhaigne.

D'après Dumont et M. Malaise [1], la prolongation de ces deux massifs se retrouve plus ou moins indiquée sur la rive droite de la même rivière. Il nous paraît probable qu'ils poussent également leur prolongation du côté opposé, c'est-à-dire vers l'est; mais le limon diluvien, les alluvions récentes et les cultures empêchent de vérifier la chose. Ces massifs porphyriques auraient ainsi une disposition longitudinale, et seraient plus étendus que ne le fait soupçonner la carte géologique [2].

Dumont, dont nous résumons ici la description [3], dit que la roche de Pitet est composée d'une multitude de cristaux d'albite blancs, translucides, de 1 à 2 millimètres, entremêlés d'une quantité plus ou moins grande de phyllade compacte en feuillets, mat ou nacré, de couleur grise un peu verdâtre, et de quelques grains de quartz vitreux. La roche qui en résulte est schisto-lamellaire, gris-pâle ou gris-verdâtre, renferme des fragments de phyllade et passe graduellement, par l'atténuation progressive des éléments, à une eurite phylladeuse dure, compacte, cohérente, d'un gris clair mat dans lequel se distinguent parfois des grains phylladeux comme autant de points noirâtres.

En somme, d'après Dumont, la roche cristalline de Pitet est une albite phylladifère passant à l'eurite phylladifère.

A ces observations, nous ajouterons premièrement que les minéraux phylladeux renfermés dans la porphyroïde de Pitet semblent unis intimement à une sorte de pâte euritique qui est elle-même feuilletée, et qui nous paraît dominer dans les bancs où le grain de la roche s'atténue. De plus, les surfaces de cassure qui concordent généralement avec les joints du schiste

[1] Dumont, *op. cit.*, pp. 310, 311. — Malaise, *op. cit.*, pp. 40, 41.

[2] Il y a lieu, selon nous, de faire à propos de la manière dont les massifs feldspathiques de Pitet sont représentés sur la carte du sous-sol, des observations identiques à celles que nous avons produites ci-dessus relativement aux porphyroïdes de Rebecq. Ainsi, par exemple, la direction des bancs centraux du massif de St-Sauveur est voisine de E. 10° S. Si la roche reste fidèle à cette direction, elle peut s'étendre sous les alluvions et les prairies du ruisseau de Dreye, et échapper à la vue.

[3] *Op. cit.*, pp. 309, 311.

Digitized by Google

ont une couleur grisâtre, passant au gris bleuâtre ou gris verdâtre pâle, avec un éclat soyeux, *nacré*, comme dit Dumont, qui rappelle singulièrement les feuillets des roches à séricite du Taunus.

En second lieu, nous remarquons que les enduits euritiques ou phylladeux embrassent ordinairement le contour des cristaux de feldspath, qui sont des plagioclases souvent plus ou moins arrondis sur les arêtes et placés en tous sens. Il en résulte dans la cassure transversale l'apparence réticulée, entrelacée, si souvent rencontrée dans les roches cristallines stratifiées des époques très-anciennes. On pourrait nommer cette disposition la *texture gneissique*, par allusion à la roche qui la reproduit avec le plus de perfection et qui offre le plus grand développement dans la croûte du globe. C'est là encore un caractère fréquent des roches à séricite du Nassau, dont nous avons vu des échantillons très-ressemblants à quelques-uns de ceux que l'on peut recueillir à Pitet.

Dumont décrit en deux mots, mais avec son exactitude accoutumée, le massif de St-Sauveur. « Il consiste, dit-il, en albite phylladifère à grands cristaux, passant à une eurite compacte, grisâtre, qui renferme parfois de petits paquets cristallins d'albite phylladifère. »

Ce massif, où l'on a ouvert quelques carrières, se présente aujourd'hui à découvert sur une longueur de 80 à 100 mètres, cette distance étant prise perpendiculairement à la direction des bancs.

Ces bancs, dont quelques-uns sont assez épais, se succèdent régulièrement, comme les assises d'une roche stratifiée, et paraissent concorder avec les couches siluriennes du voisinage. Ceux qui sont situés vers le nord et que nous regardons comme étant les plus anciens, renferment d'assez grands morceaux de schiste ou de phyllade plus ou moins feldspathisé. A part les irrégularités locales, le grain moyen de la roche paraît diminuer de grosseur quand on s'avance dans la direction opposée, c'est-à-dire vers le sud. Dans cette dernière région, ce qui domine est une eurite quartzeuse plus ou moins schistoïde, où l'on voit briller de temps en temps de très-petits cristaux de feldspath. Mais cette eurite comprend, jusqu'au sud du massif, des bancs où l'on peut observer les paquets cristallins d'albite phylladifère mentionnés par Dumont. Les masses se distinguent de la roche finement grenue ou compacte

Digitized by Google

qui les encadre, par la grandeur de leurs cristaux de feldspath qui ont cent fois le volume de leurs congénères de l'eurite grenue, par la fréquence de grains vitreux de quartz, par une pâte feuilletée, ondulée, d'un vert plus ou moins foncé. Ils passent d'ailleurs souvent au jaune et au brun de rouille par suite d'une altération particulière et ils dessinent alors des taches sur le fond gris de la masse rocheuse. Ils forment des noyaux, des fragments, parfois de petites couches minces assez souvent parallèles à la stratification. Parmi ces paquets à gros cristaux, les uns sont assez semblables à la roche qui constitue quelques-uns des bancs inférieurs de la série : d'autres sont à grains plus gros, et trouveraient plutôt des analogues dans quelques échantillons verdâtres des porphyroïdes de Fauquez et de Rebecq.

Quoi qu'il en soit, en considérant leur séparation presque toujours nette et tranchée avec la roche principale, en remarquant combien leur structure minéralogique est indépendante de la grosseur ou de la finesse des grains de la masse entourante, et en tenant compte du parallélisme qu'ils présentent souvent avec le plan des bancs, nous regardons comme très-probable que ce sont des fragments clastiques provenant de quelques lits de porphyroïde antérieurement formé. Ces fragments ont pu être transportés, disséminés et ressoudés dans les couches feldspathiques à grains plus fins en voie de formation.

En partant de cette manière de voir relativement à l'origine des paquets à gros grains qu'il renferme, on doit conclure que le massif de St-Sauveur n'est pas un typhon véritable, et qu'il n'a pas fait éruption à travers les couches siluriennes. Du même coup, on est conduit à laisser de côté l'interprétation purement métamorphique qu'on a essayé d'en donner. Nous l'envisageons comme contemporain de l'époque silurienne elle-même, durant laquelle il a dû s'édifier par couches successives du Nord au Sud, d'après l'ordre de la sédimentation. La structure gneissique décrite plus haut, qui est propre aux roches stratifiées cristallines et que l'on peut constater dans de nombreux échantillons de Pitet, nous conduit à une conclusion identique, en même temps qu'elle nous démontre la formation sur place de certains minéraux tels que les feuillets d'aspect sériciteux.

L'hypothèse d'un dyke ou filon éruptif est aussi en opposition avec la struc-

Digitized by Google

ture générale du massif de S[t]-Sauveur, les bancs dont les cristaux sont volumineux étant généralement placés vers le bord nord du gisement, tandis que les bancs centraux ont un tissu plus serré. On sait, au contraire, que la règle dans les dykes d'origine éruptive est une texture granitoïde au centre, tandis que les parties latérales deviennent micro-cristallines ou compactes. (Conf. Credner, *Elemente der Geologie*, p. 247.) L'analogie des caractères avec Fauquez milite également en faveur de la même interprétation. Enfin l'examen microscopique par lequel nous terminons cette revue des roches schisto-porphyriques de la Belgique, achèvera de montrer, du moins nous l'espérons, que notre manière de voir est la plus probable dans l'état de la science.

Le deuxième massif porphyrique de Pitet constitue un escarpement d'une vingtaine de mètres de largeur sur 12 à 15 mètres de hauteur : mais une portion notable de cette surface est couverte de débris. Nous nous arrêterons peu sur ce gisement parce que sa grande ressemblance lithologique avec celui de S[t]-Sauveur entraîne pour lui les mêmes conclusions que pour ce dernier.

C'est en effet à beaucoup d'égards un raccourci du massif de S[t]-Sauveur : apparaissant du côté nord avec des bancs d'une porphyroïde à cristaux bien distincts de plagioclase entremêlés de fragments de schiste et de phyllade; puis passant à une eurite grenue ou compacte à mesure qu'on s'approche du Sud.

De ce côté, le massif a l'avantage de montrer sa jointure avec les roches siluriennes. Dumont et plus tard M. Malaise, préoccupés l'un et l'autre de l'origine éruptive, ont remarqué à ce propos que le phyllade joignant la roche euritique est compacte, à cassure écailleuse, et qu'il rappelle les roches qui ont éprouvé l'action de la chaleur. Nous pensons que le fait de la compacité des phyllades en cet endroit est susceptible d'une explication différente. Des couches schisteuses d'origine sédimentaire peuvent prendre cet aspect sous la seule influence du métamorphisme ordinaire des terrains anciens. Il suffit, par exemple, qu'il soit entré une proportion considérable de matière feldspathique dans la composition du limon primitif pour qu'il prenne avec le temps l'aspect d'une roche schisto-compacte, pétro-siliceuse, fusible en verre transparent. Rappelons à ce sujet la *pierre carrée* du bassin houiller de la

Digitized by Google

Loire, que l'on trouve régulièrement au mur et au toit des couches de charbon des environs de Chalonne; de même que certaines euritines à grains fins des environs de Thann et où l'on trouve les empreintes de *Stigmaria ficoïdes* [1].

On a remarqué aussi que les roches plongent d'un côté au Nord du second massif de Pitet, et de l'autre au Sud : ce qui indiquerait que c'est un typhon postérieur à ces roches et qu'il les a redressées [2].

Les premières apparences sont telles en effet : les bancs euritiques et les phyllades situés au Sud pendent vers le Sud, tandis que les têtes des bancs peu accessibles du reste, qui sont du côté du Nord, paraissent plonger vers le Nord. Mais il importe de savoir que ce ne sont pas les assises normales du terrain silurien qui semblent plonger vers le Nord, mais bien les bancs mêmes de la roche porphyroïde. La disposition en V renversé, attribuée par hypothèse à un soulèvement parti d'en bas, existe donc dans les bancs mêmes de la roche supposée soulevante; ce qui ne nous paraît pas conciliable avec le rôle qu'on lui attribue. On sait combien l'on a rarement l'occasion de constater un soulèvement de strates sédimentaires par une roche éruptive. Nous n'hésitons pas à dire que, dans le cas présent, un plissement ou une faille pourraient expliquer l'état des choses, comme nous croyons que c'est le cas à Monstreux [3].

L'étude microscopique des roches de Pitet confirme d'une manière décisive les déductions que l'on vient de lire, et permet de se prononcer avec une très-forte probabilité sur l'origine de ces masses porphyroïdes [4].

[1] Conf. Dufrenoy et Elie de Beaumont, *Expl. de la carte géol. de France,* p. 224. *Métamorph. des roches de Thann*, par Koechlin-Schlumberger, *Bull. de la Soc. géol. de France*, 2me série, t. XVI, p. 683. — Cordier, *Description des roches,* pp. 102, 103 et *passim.*

[2] Malaise, *op. cit.,* p. 41.

[3] Une faille oblique sur le bord Nord nous paraît rendre raison des apparences stratigraphiques de l'eurite porphyroïde de Monstreux, comme nous le montrerons dans la suite. Ces mêmes apparences sont à notre avis beaucoup moins explicables dans l'hypothèse de Dumont qui y voyait un culot. Nous soupçonnons quelque cassure assez analogue dans la constitution du second massif de Pitet, mais nous n'avons pu le constater jusqu'à présent : ce qui tient peut-être en partie à la difficulté de l'accès.

[4] Avant d'aborder cette question il ne sera peut-être pas inutile de faire observer que nous nous engageons dans une voie où nous trouvons peu de devanciers. Si les recherches microsco-

Digitized by Google

Les deux massifs de Pitet offrent dans leurs diverses parties, malgré leurs analogies, d'assez grandes variations de structure et de composition. Étudions d'abord les préparations microscopiques fournies par les roches de la partie septentrionale du massif sur la rive gauche de la Méhaigne. Mieux que partout ailleurs s'y montrent certaines particularités qu'il s'agit d'expliquer et dont la description peut s'appliquer aux autres parties. Les plages micro-cristallines, qui semblent tenir lieu de pâte et enchâssent les cristaux qui donnent à la roche la structure des porphyres, sont composées de grains de quartz et de feldspath et offrent avec l'appareil de Nicol les phénomènes optiques des agrégats (*agregat-polarisation*). Elle enchâsse des cristaux de ces mêmes minéraux, dont les dimensions dépassent souvent plusieurs millimètres. Les plages micro-cristallines et les éléments qui font prendre à la roche son aspect porphyrique sont cimentés par un minéral phylladeux jaunâtre, vert pâle ou quelquefois incolore, dont la présence donne à la roche une schistosité assez marquée; cette phyllite est en tout semblable à la séricite des schistes du Taunus [1]. Enfin on découvre en quelques points une substance verdâtre écailleuse s'éteignant en partie sous les nicols croisés; elle tapisse quelquefois l'intérieur des feldspaths et nous y voyons alors un produit de décomposition de ces derniers.

piques sur les roches clastiques ne font l'objet que d'un très-petit nombre de travaux, cela tient en partie aux difficultés inhérentes à ce sujet. En effet les roches que nous allons soumettre à l'examen microscopique renferment des éléments importants qui dans l'état de nos connaissances offrent très-peu de caractères individuels; ainsi une détermination exacte au microscope ordinaire, des diverses espèces de séricite, de talc, de chlorite, et de mica, n'est presque pas possible. — Une seconde difficulté qui souvent se fait sentir dans l'examen de lames minces de roches deutogènes, est la distinction des éléments clastiques, la perception de signes non équivoques attestant leur transport. Nous avons appliqué toute notre attention à ce point fondamental. Grâce à la structure porphyroïde de quelques-unes de nos roches et aux dimensions assez grandes de quelques éléments dont les contours pouvaient être exactement vérifiés, nous sommes arrivés à pouvoir formuler nos conclusions avec certitude. Afin de mieux établir encore la question d'origine, nous n'avons pas négligé d'appuyer nos recherches sur l'étude de préparations microscopiques de roches étrangères dont personne ne met en doute la clasticité; nous verrons bientôt les rapports de ces types avec les roches belges dont nous allons décrire la microstructure.

[1] Nous reviendrons avec plus de détail sur la séricite, lorsque nous décrirons les porphyroïdes des Ardennes françaises, où la séricite est représentée d'une manière caractéristique et beaucoup plus développée que dans la porphyroïde clastique dont nous nous occupons en ce moment.

Digitized by Google

Tous les feldspaths que nous avons pu observer par centaines sont indistinctement ou brisés aux deux bouts ou échancrés; de larges crevasses les sillonnent, leurs angles sont émoussés [1]. A leur vue on n'hésitera point à admettre que le transport est la seule cause possible de la fragmentation, qu'on observe sur un aussi grand nombre de cristaux. Ce qui permet de bien juger ce fait, c'est l'abondance de sections feldspathiques tricliniques que présentent les lames minces de cette roche. Leurs lamelles polysynthétiques que met en évidence l'appareil de Nicol font reconnaître que des plagioclases où l'on peut compter de dix à vingt lamelles sur une largeur de $1^{mm},00$, ont tout au plus $0^{mm},20$ de hauteur, ce qui fait supposer que ces feldspaths sont brisés aux deux bouts, d'autant plus que ceux-ci montrent dans leurs den-

[1] Si nous parcourons les cas où l'examen à l'œil nu et le microscope nous montrent dans les roches des cristaux incomplets ou fracturés et dont l'anomalie s'explique par une autre cause que le transport, nous trouverons pour chacun d'eux un ensemble de circonstances qui fait entièrement défaut ici. — Au point de vue de la cause des formes irrégulières, les cristaux atrophiés ou fracturés peuvent être divisés en cristaux atrophiés *au moment de leur formation*, et en cristaux modifiés *après l'acte de cristallisation*. Nous plaçons dans le premier groupe les formes cristallines incomplètes dues au manque de substance cristallisable; dans ce cas les molécules s'orientent suivant les lois d'attraction de leur système cristallographique, dont elles rendent par leur disposition les lignes fondamentales : ce sont alors de vrais squelettes, des charpentes de cristaux offrant presque toujours une régularité de lignes remarquable. Ces solutions de continuité, cette disposition linéaire, nos feldspaths ne les ont pas. Le manque de substance cristallisable ne peut donc expliquer leur irrégularité de forme. Il arrive aussi que des cristaux, formés en place, qui se présentent simples sur une portion de leur contour, offrent dans d'autres directions des dentelures et des angles rentrants qui décèlent le groupement d'un certain nombre d'individus parallèles à un même axe. Ces cristaux se montrent donc simples par un bout et multiples par un autre. Le fait est commun dans les groupements directs de cristaux de quartz, il est assez fréquent aussi chez les feldspaths des roches. Mais les échancrures terminant quelques-uns de nos cristaux de Pitet ne rappellent en aucune façon le mode de développement que nous venons d'indiquer. Ces cristaux ne montrent pas non plus ces formes arrondies, que nous ferons connaître pour les porphyroïdes des Ardennes. — Ces irrégularités, avons-nous dit, sont *contemporaines* de la solidification du minéral. Il en est d'autres attribuables à une action *postérieure* à la cristallisation; c'est celle des cristaux brisés, disloqués sous l'action du mouvement de la masse accusé par ce que nous nommons la structure fluidale; cette interprétation ne peut s'appliquer dans notre cas; tout comme on ne peut pas admettre que la fragmentation s'est opérée sur place par les mouvements mécaniques, auxquels la roche aurait été soumise. Nous croyons donc pouvoir nous établir sur cet ensemble de faits pour attribuer au transport les phénomènes que nous montrent presque tous les grands cristaux de cette porphyroïde.


Digitized by Google

telures des traces de fragmentation. Les fragments de feldspath portent presque tous les macles du sixième système. Les débris d'orthose sont plus rares. En général, leur altération est assez avancée, elle paraît intimement unie au développement de la substance micacée qui les entoure et qui pourrait bien, à notre avis, être considérée comme produite par la décomposition du feldspath. Il est vrai que nous la remarquons aussi sur les contours du quartz; cependant elle ne s'y est jamais montrée aussi abondante ni aussi constante que dans le voisinage des plagioclases et des orthoses (pl. III, fig. 17).

Si l'on excepte l'intercalation de ce minéral, les feldspaths n'ont pas d'enclaves proprement dites, mais ils sont criblés de cavités microscopiques dont les dimensions varient de $0^{mm},05$ à $0^{mm},001$. Avec les faibles grossissements, ce sont des points noirâtres donnant au cristal un aspect nuageux. Ces cavités renferment de l'air ou quelque autre gaz. Peut-être ces pores étaient-ils occupés autrefois par de la vapeur condensée dans la suite. Il se peut aussi que ce soient des espaces vides. Ce qui nous permet de nous prononcer sur leur nature, c'est l'absence de libelle et les fortes ombres qui les limitent. On voit au centre un point brillant entouré d'une zone beaucoup plus sombre que celle des enclaves liquides. La forme des pores des plagioclases de Pitet est plus ou moins sphérique [1].

Dumont [2] a donné à l'élément feldspathique de la roche que nous décri-

[1] L'origine de ces bulles s'explique aisément, quel que soit le mode de formation du cristal. Si le minéral a cristallisé dans une solution aqueuse, on comprend facilement qu'il puisse être ainsi criblé de pores; l'eau, en effet, absorbe les gaz à diverses températures. En outre, dans des cristaux d'origine hydro-thermale, des enclaves liquides au moment de la formation, peuvent par évaporation perdre totalement ou partiellement la solution enclavée; c'est même ordinairement le cas pour les minéraux à clivages très-accentués. D'un autre côté, l'absorption des gaz par les substances en fusion est un fait bien connu; le refroidissement et la solidification viennent-ils à se produire, les gaz dissous se dégagent, et c'est ainsi que se forment les cavités dans les obsidiennes et dans les minéraux d'origine ignée. (Conf. Rosenbusch, *op. cit.*, p. 22.)

[2] Dans son Mémoire sur les terrains ardennais et rhénans, p. 576, Dumont signale l'analogie des roches de Pitet avec celle d'Ober-Tiefenbach, qu'il désigne aussi sous le nom d'albite phylladifère. Dans son travail sur les roches du Taunus, M. Lossen lui substitue le nom de *gneiss à séricite;* les éléments de cette roche sont outre l'albite, quelque peu de quartz et la chlorite. (*Zeitschrift d. deutsch. geol. Gesellschaft*, t. XIX, 1867, p. 581.)



vons, le nom d'albite; mais, comme le fait remarquer M. Dewalque [1], ce savant entendait par cette dénomination les feldspaths clinaxiques; c'est dans ce sens qu'on doit prendre cette expression dans son mémoire sur le terrain ardennais et le terrain rhénan. Si nous prenons ce terme dans un sens beaucoup plus restreint que ne le faisait Dumont, et si nous désignons ainsi des cristaux entièrement terminés de feldspath à base de soude, il est peu vraisemblable que l'élément feldspathique de cette porphyroïde soit l'albite. Il est vrai que cette roche de Pitet fut rapprochée par Dumont des roches du Taunus où l'on a trouvé de l'albite comme élément essentiel; mais le mode de formation de notre porphyroïde diffère de celles du Taunus et du Harz [2]. On sait d'ailleurs que l'albite est un minéral très-rare dans les roches éruptives; elle apparait le plus souvent, comme formation secondaire, par voie hydro-thermale, et il n'est pas naturel de penser qu'une roche clastique, comme celle de Pitet, soit formée de fragments d'albite.

En attendant une détermination définitive, nous grouperons donc ces feldspaths parmi les plagioclases, l'analyse microscopique ne nous permettant pas de pousser plus loin notre investigation ; ce point d'ailleurs n'a aucune importance quant aux conclusions fondamentales sur le mode de formation de la roche que nous révèle la microstructure.

Outre les grains microcristallins de la pâte, les lames minces présentent le quartz en fragments beaucoup plus considérables; ce minéral occupe une

[1] G. Dewalque, *Prodrome d'une description géologique de la Belgique*, p. 295. Il serait avantageux, croyons-nous, de n'employer le mot *albite* que dans le sens précis de feldspath à base de soude, et non pour désigner tous les plagioclases, comme on le fait encore en Belgique. Lorsque Dumont écrivait, on croyait généralement que l'albite était un élément constitutif ordinaire des roches éruptives (diorites, diabases, etc.); on a établi depuis que d'autres feldspaths jouent dans ces roches le rôle qu'on attribuait à l'albite. Les recherches de M. Lossen ont cependant démontré sa présence dans quelques roches du Taunus; mais en général ce feldspath est rare, comme élément constitutif, dans les roches cristallines. Il est donc important de n'employer ce terme que dans le sens que nous venons de dire; les Allemands ne le prennent jamais dans le sens de plagioclase, et les minéralogistes français, comme Dufrenoy ou Des Cloizeaux, n'emploient pas non plus le mot *albite* pour désigner indistinctement tous les feldspaths tricliniques.

[2] Lossen, *Zeitschr.*, loc. cit., pp. 659 et seq. D'autres roches qui contiennent l'albite comme élément essentiel sont indiquées dans ce Mémoire à la page 685. Voir aussi Rosenbusch, *loc. cit.*, p. 353.


Digitized by Google

place aussi étendue que l'élément feldspathique, et bien des détails relevés tout à l'heure à propos des plagioclases peuvent lui être appliqués.

Aucun des fragments n'est terminé par des faces cristallographiques ayant conservé leur intégrité; parmi ces débris irréguliers, une forme semble dominer, c'est la forme plus ou moins triangulaire. Souvent une plage du minéral est sillonnée par de nombreuses fissures; souvent encore, elle ne présente qu'une agglomération de grains dont les dimensions dépassent celles du quartz de la pâte, et dont chacun d'eux offre alors à la lumière polarisée une coloration différente produite par l'irrégularité de l'épaisseur. Il n'est pas rare non plus de voir un individu se colorer, entre les prismes de Nicol, d'une série de couleurs dont les teintes intimement unies nous indiquent que le cristal a été brisé en biseau.

La séricite les entoure, mais elle paraît moins abondante sur leurs bords qu'auprès des plagioclases. Les enclaves du quartz sont de nature liquide. Dans les préparations de la roche formant cette partie du massif, nous n'avons pas observé de grandes plages de quartz dont les caractères tendraient à faire admettre que ce minéral a cristallisé *in situ*. Il se pourrait cependant qu'on doive attribuer ce mode d'origine à une partie du quartz répandu dans la pâte; nos observations ne permettant pas de le constater, nous nous bornons à indiquer cette manière de voir qui a pour elle quelque probabilité.

Nous avons en effet sur ce point l'opinion d'un micrographe de premier ordre. M. Sorby a reconnu dans des roches dont l'analogie avec celle de Pitet est admise par les pétrographes les plus compétents, la présence de fragments de quartz clastique associés à d'autres parties de ce même minéral ayant cristallisé sur place. C'est un heureux hasard que parmi le peu de roches clastiques étudiées au microscope, M. Sorby [1] ait choisi pour objet de ses recherches quelques fragments de schiste à séricite des environs de Wiesbaden. Le célèbre micrographe parvint à distinguer, dans une roche assez profondément altérée, l'élément quartzeux clastique et les plages où ce

[1] SORBY, *On the original nature and subsequent alteration of mica-schist.* (QUART.-JOURN. OF GEOL. SOC., 1863, p. 404.) — Il constata encore l'association du quartz clastique et du quartz cristallisé *in situ* dans un mica-schiste des Highlands d'Écosse.

Digitized by Google

minéral a cristallisé sur place. Il n'est pas inutile d'ajouter qu'il ressort du texte où sont décrites ces observations, qu'elles ont porté sur les parties microcristallines composant avec le feldspath ce que nous avons appelé la pâte [1].

M. Sorby se fonde dans ses déductions non-seulement sur les contours du quartz, mais il ajoute un nouvel élément à sa détermination, c'est la différence de constitution physique que doit présenter un fragment arraché à une roche préexistante et transporté, et un minéral de date plus récente, formé dans d'autres conditions. Relativement à ce dernier point, il constate que le quartz formé sur place est incolore et transparent; les fragments de transport, outre qu'ils contiennent un grand nombre d'enclaves liquides et de cristaux aciculaires microscopiques, ont une teinte laiteuse ou brunâtre. Avec un condensateur parabolique de Wenham, il leur reconnut des traces de fragmentation. Le quartz de formation postérieure cimente les grains de sable; il a donné par son interposition la structure cristalline à ces matières arénacées.

Nous n'avons pu pousser nos investigations aussi loin que le géologue anglais; mais nous avons observé en certaines parties de nos plaques minces des amas de petits grains quartzeux juxtaposés à de grandes plages du même minéral. Cette disproportion dans la dimension de ces points quartzeux intimement réunis et groupés n'est pas, croyons-nous, un fait ordinaire dans les roches éruptives; il s'explique mieux dans une roche d'origine clastique [2].

L'élément phylladeux doit être rapporté *à la séricite*. Nous aurions donc dans cette roche, nommée *albite phylladifère* par Dumont, une variété por-

[1] Voir aussi von Lasaulx, *Ann. de Pogg.*, t. CXLVII, p. 141, et *Neues Jahrbuch für Mineralogie*, 1872, p. 840.

[2] En admettant ce mode de formation pour notre porphyroïde ainsi que pour les schistes à séricite étudiés par MM. Sorby et von Lasaulx, nous ne prétendons point trancher la question d'origine pour toutes les roches porphyroïdes ou pour les schistes à séricite. Il est possible que ces observateurs aient étudié au microscope des fragments de roches clastiques du Taunus, car M. Lossen admet (*loc. cit.*, p. 584 et p. 643, *B. Krystallinisch-klastische geschichtete Gesteine*), qu'il existe dans cette région des roches remaniées où les quartz ont des formes anguleuses dues aux fractures du transport. Il divise les quartz en grains clastiques et en grains formés *in situ* (p. 692), mais il n'a pas encore trouvé des fragments brisés de feldspath, car le Taunus n'est pas

Digitized by Google

phyroïde des schistes taunusiens connue, depuis les travaux de List [1], sous le nom de *Sericitschiefer;* ils contiennent, comme la roche de Pitet, du feldspath, du quartz et un minéral blanc jaunâtre ou verdâtre longtemps confondu avec le talc, le mica ou la chlorite [2].

Le minéral que nous désignons par le nom de séricite a dans les lames minces l'aspect de la séricite du Taunus (pl. III, fig. 17). Il est ordinairement presque incolore, sans traces de dicroscopisme. Sa structure est plutôt fibreuse que lamellaire. Le manque de parallélisme de ces fibres, qui ordinairement sont entrelacées les unes dans les autres, ne permet pas de le confondre avec le mica. Il s'attache de préférence au feldspath et, comme nous le disions tout à l'heure, il nous paraît plus abondant près des plagioclases que près du quartz; il prend quelquefois une teinte jaunâtre due à l'oxyde de fer hydraté qui le recouvre.

Quelques plages d'une matière verdâtre fibreuse ou écailleuse, presque toujours parfaitement isotrope et se décolorant par l'acide chlorhydrique, doivent être distinguées de la séricite. Cette substance, répandue dans la pâte ou intercalée entre les cristaux, sera désignée dans le cours de ces descriptions sous le nom de *viridite* [3].

En étudiant les plaques minces des divers points des massifs, nous rencontrons toujours, avec des variations assez notables de structure, les éléments décrits pour la roche de la partie septentrionale du massif situé sur la rive gauche de la Méhaigne.

très-riche en grauwacke; tandis que dans le Harz, M. Lossen a trouvé de ces roches remplies de feldspaths clastiques. Il fait remarquer que partout où ces grauwackes deviennent phylladeuses, elles présentent certaines analogies avec les gneiss, et lorsque les feuillets phylladeux passent à la séricite, on a des pseudo-gneiss à séricite, des grauwackes schisteuses gneissiques analogues à certaines roches du même nom que l'on trouve dans les Alpes et dans les Carpathes. Ce sont ces roches clastiques sériciteuses qui se rapprochent le plus des porphyroïdes entendues au sens de M. Lossen et dans lesquelles ce savant n'a jamais retrouvé les caractères qui nous font admettre pour la roche de Pitet une origine clastique.

[1] List., *Jahrb. der Vereins für Naturkunde im Herz. Nassau*, VI Heft, 1850, p. 126, et VIII Heft, 1852, p. 128; et Naumann, *op. cit.*, t. I, p. 538.

[2] On trouve quelquefois la chlorite avec la séricite, par exemple, dans le schiste sériciteux tacheté de Wiesbaden.

[3] *Zeitsch. d. deutsch. geol. Ges.*, t. XXIV, 1872, p. 529.


Digitized by Google

Les lames minces des roches de la partie centrale et la plus profonde du massif qui enveloppent quelques débris ressemblant à des phyllades plus ou moins altérés, offrent au microscope une masse microcristalline à grains très-fins; avec l'appareil de polarisation, on reconnaît qu'elle est composée d'une agrégation de feldspath et de quartz; la schistosité disparaît avec l'élément phylladeux qui n'est plus représenté que par quelques rares filaments et la pâte est comme imprégnée d'une substance vert-jaunâtre. C'est bien certainement de la viridite colorée par de l'oxyde de fer hydraté.

Les fragments de quartz prennent le dessus sur ceux de plagioclase; ils sont anguleux sans contours cristallographiques, extrêmement irréguliers quant à leurs lignes terminatrices. Quelquefois ces lignes perdent beaucoup de leur netteté, car les fragments sont bordés par une zone de petits points de la substance obscurcissant la pâte, de sorte que leurs limites semblent se confondre avec l'élément qui les entoure. Nous serions portés à voir dans ces formes plus ou moins arrondies celles du quartz cristallisé sur place. Leur dimension est d'environ $0^{m},5$ en moyenne. Les débris de feldspath ont à peu près les mêmes proportions que ceux du quartz; ordinairement ils portent encore les stries des plagioclases. Nul doute que cette partie ne soit franchement clastique. Cette interprétation s'impose lorsqu'on compare les lames minces avec celles des roches clastiques de la collection de M. Zirkel. Il est telle lame mince d'une grauwacke du Harz qu'il est impossible de distinguer, au microscope, des préparations de la variété de Pitet que nous venons de décrire.

La roche qui constitue la majeure partie du *massif de la chapelle Saint-Sauveur* a fourni des lames minces dont les éléments sont analogues à ceux que nous avons fait connaître pour le massif de la rive gauche de la Méhaigne; la pâte est microcristalline, les grains de feldspath y abondent et semblent dominer sur ceux de quartz.

Les débris de cristaux de feldspath sont arrondis sur les bords; ils descendent ordinairement au-dessous d'un millimètre; plusieurs, malgré l'altération, montrent encore leur constitution polysynthétique. Le quartz en fragments anguleux y occupe une place aussi grande que l'élément feldspathique; généralement ses dimensions sont inférieures à celles des plagioclases. Nous

Digitized by Google

avons remarqué dans nos préparations très-peu de séricite. La chlorite répandue dans la masse et quelquefois représentée par des plages d'un millimètre montre un dicroscopisme sensible. La pâte renferme aussi de petits cristaux aciculaires de $0^{mm},4$ de longueur sur $0^{mm},02$ de largeur; ils sont incolores. Il ne nous a pas été possible de les déterminer.

Nous avons étudié ensuite les parties de la roche situées au nord du massif elles renferment de gros grains de feldspath avec des fragments de schiste. L'état d'altération assez avancé du schiste n'a pas permis d'en faire des préparations. Cette variété ressemble beaucoup à la roche de la partie septentrionale décrite en premier lieu ; tous les caractères signalés alors peuvent s'appliquer ici; ajoutons seulement que les éléments sont un peu plus volumineux, qu'ils refoulent la pâte microcristalline et que la séricite s'y observe en assez grande quantité. On en découvre des fibres dans presque tous les interstices, entre les feldspaths et les quartz. Comme dans toutes les variétés examinées jusqu'ici, ces feldspaths doivent être rapportés aux plagioclases; ils sont très-altérés; cette décomposition se traduit généralement par une zone d'une matière foncée ou opaque qui les entoure, et qui se montre aussi dans les interstices des clivages; ce produit est d'ailleurs intimement uni à la séricite qui commence à se distinguer plus nettement au moment où la teinte sombre s'est affaiblie au point de devenir transparente. Nous avons reconnu quelquefois l'orthose à la macle de Carlsbad sans stries polysynthétiques.

Le quartz en fragments moins volumineux que le feldspath renferme des cavités liquides.

Quelques-uns des paquets cristallins disséminés à diverses hauteurs dans l'eurite porphyrique qui parait surmonter les couches précédentes ont été soumis à l'examen microscopique. Les préparations que nous en avons étudiées ne nous ont pas montré de partie microcristalline : cette pâte est remplacée par une substance écailleuse d'un vert pâle à la lumière transmise.

Les plagioclases fragmentés comme dans les autres parties du massif sont ici généralement mieux développés, ils atteignent quelquefois 5 à 6 millimètres; tous ces feldspaths observés appartiennent au système triclinique; cette détermination a été facile à cause de l'état de conservation de ces minéraux;

Digitized by Google

leur transparence est peu voilée. Nous y découvrons les pores décrits dans le passage relatif à la variété schistoïde de la partie septentrionale du massif situé sur la rive gauche de la Méhaigne.

Quelques plages de quartz ont ici les allures d'un minéral qui a cristallisé sur place. Leurs contours sont arrondis [1], mais ce qui est plus significatif encore, c'est de les voir traversés en tous sens par de longues ramifications de viridite, dont la forme présenterait des difficultés sérieuses à qui voudrait l'expliquer en admettant une origine clastique pour le quartz dans lequel la viridite est emprisonnée. Celle-ci pénètre profondément les plages quartzeuses; c'est d'abord un mince filament qui, traversant la pâte, s'infiltre dans le quartz : il s'élargit à mesure qu'il s'approche du centre de la section et il s'y termine par un large bourrelet hérissé de spicules. Le même phénomène se représente à Fauquez et nous l'avons reproduit sur la planche IV, figure 19. Ces enclaves rappellent d'une manière frappante certaines formes organiques. On ne comprend pas bien comment il est possible que le quartz ait été fracturé de façon à offrir ces fissures terminées au centre du cristal par des formes circulaires qui se répètent cinq ou six fois avec une uniformité remarquable pour chaque plage observée, tandis qu'une cristallisation simultanée des deux éléments explique le phénomène. Quelquefois, ces enclaves sphériques ou elliptiques sont complétement isolées au sein du quartz. Nous leur attribuons cependant une forme analogue à celle que nous venons de décrire. Il est très-probable, en effet, que le filament qui les relie avec la viridite extérieure a été enlevé par le polissage ou qu'il est parallèle à l'axe du microscope.

Le quartz abonde en enclaves liquides. Il renferme aussi quelques cristaux aciculaires, de dimensions microscopiques, ressemblant à l'apatite, mais comme nous n'avons jamais rencontré de sections suivant la base (le pinakoïde), les données nous manquent pour les identifier avec ce minéral.

La viridite fibreuse forme souvent une zone autour des grands éclats de cristaux; fréquemment elle est colorée de jaune par l'oxyde de fer hydraté.

Résumant les divers caractères que l'étude des roches des deux massifs de

[1] M. Daubrée a montré que les grains de sable de très-petite dimension, charriés par les eaux courantes, restaient toujours angulaires. (*Bull. soc. géol. de France*, t. XV, p. 274.)


Digitized by Google

Pitet vient de faire connaître, nous pouvons les exprimer d'une manière générale en disant qu'elles sont composées d'une pâte microcristalline de quartz et de feldspath d'un grain ordinairement assez fin, entremêlé de viridite. Cette pâte prend par l'interposition de la séricite une structure schisteuse. Son facies porphyrique est dû à la présence de fragments plus volumineux de feldspath et de quartz. Ces roches ne manquent pas d'une certaine analogie d'aspect avec les gneiss à séricite du Taunus. Quelquefois le minéral phylliteux disparaissant, elles offrent une ressemblance avec les porphyres quartzifères, mais elles se séparent toujours de celles-ci par le caractère essentiellement fragmentaire de leurs éléments feldspathiques et quartzeux. Ce fait concorde avec les observations microscopiques de MM. Sorby et de von Lasaulx qui ont trouvé dans quelques roches à séricite des environs de Wiesbaden des roches essentiellement clastiques [1].

Nous voyons donc dans les séries feldspathiques de Pitet, comme dans celles de Fauquez, des roches clastiques d'origine sédimentaire, où l'action métamorphique s'est exercée dans la même mesure que dans les strates siluriennes du voisinage. Ce sont donc des porphyroïdes clastiques. Des porphyroïdes de cette nature impliquent l'antériorité dans la mer silurienne où elles se déposèrent de masses cristallines ayant cristallisé en place. Ainsi elles purent recevoir une grande partie de leurs matériaux constituants de dykes éruptifs, tels que le sont probablement les gisements dioritiques de Lembecq,

[1] La roche à grains fins du gîte méridional de Pitet (rive gauche de la Méhaigne) a été analysée par M. Chevron, qui a obtenu : SiO_2 74,76, Al_2O_3 et Fe_2O_3 16,30, FeO 0,60, CaO 0,31, MgO 0,60, MnO 0,48, K_2O 1,21, Na_2O 3,68, Po_5 0,01, perte 1,80, total 99,95. — Cette analyse vient appuyer notre interprétation relative au mode de formation de la pseudo-porphyroïde de Pitet. En effet si on compare ces chiffres avec ceux des analyses de porphyroïdes du Harz ou du Thüringerwald, on ne remarque pas d'analogies de composition entre la roche belge et ces roches cristallines. Les porphyroïdes de la Thüringe (Katzhütte) sont plus riches en potasse (environ 9 %), elles sont aussi plus acides (SiO_2 de 74 à 88 %). Tandis que l'analyse de M. Chevron se rapproche beaucoup plus de celle d'une grauwacke sériciteuse schistoïde de Friesdorf dans la zone de métamorphisme régional au S.O du Harz. Cette roche clastique, schistoïde par l'interposition de membranes de séricite, ressemble à s'y méprendre comme celle de Pitet aux porphyroïdes cristallines. L'analyse de la roche de Friesdorf que nous citons ici fut faite par M. Kinkeldey et nous fut communiquée par M. K. Lossen. Voici les chiffres obtenus par M. Kinkeldey SiO_2 76,73, TiO_2 0,43, Al_2O_3 11,75, Fe_2O_3 1,26, FeO 0,37, MgO 0,69, CaO 0,43, Na_2O 2,51, K_2O 2,59, H_2O 2,05, So_3 0,12, Po_5 0,25 = 99,16 P.S. 2,529.

Digitized by Google

ou de masses porphyriques étendues en nappes comme le sont peut-être les diorites de Lessines ou de Quenast.

C'est pourquoi nous ne serions point surpris qu'en poursuivant l'étude des bandes de porphyroïdes on pût saisir leur rapport immédiat avec quelque masse où tous les minéraux ont cristallisé en place et qui porte un caractère éruptif.

Les porphyroïdes de Pitet et de Fauquez renferment, comme on l'a dit à plusieurs reprises, des morceaux de schiste phylladeux qui offrent parfois un éclat plus gras ou plus luisant, une texture plus compacte que le schiste ordinaire du terrain silurien, mais qui très-souvent seraient difficiles à distinguer de ce dernier. Bien que ces débris ne portent pas d'indice sûr d'une modification par la chaleur, le fait de leur enveloppement dans la masse porphyrique était un argument favorable au mode de formation par intrusion postérieure, tel que Dumont l'envisageait. Pour nous qui voyons dans ces porphyroïdes des roches contemporaines du terrain silurien, leurs fragments schisteux ont été charriés par l'eau aussi bien que leurs cristaux de feldspath. Sans pouvoir l'affirmer positivement, nous regardons comme probable que plusieurs de ces fragments proviennent des couches siluriennes voisines dont ils se rapprochent minéralogiquement. Dès lors on est conduit à se dire que la transformation du limon primitif en schiste plus ou moins compacte ou feuilleté a pu se produire dans la mer silurienne beaucoup plus rapidement qu'on n'a coutume de l'enseigner, puisque le schiste aurait acquis une grande partie de ses caractères actuels au temps où la sédimentation s'opérait encore dans l'antique bassin du Brabant. On peut même se demander si une telle transformation a jamais eu lieu, du moins dans les termes où on l'entend habituellement, et si l'état demi-cristallin, demi-clastique de ces schistes argileux siluriens n'est pas à peu de chose près originaire. C'est précisément l'ordre d'idées vers lequel inclinent quelques pétrographes contemporains, à la tête desquels se place M. Zirkel [1].

La microstructure de la *roche de Chenois* est au fond la même que celle des porphyroïdes de Fauquez, quoique le caractère clastique soit plus difficile

[1] T. Zirkel, *Die mikroskopische Beschaffenheit, etc.*, pp. 490-495.

Digitized by Google

à constater, vu l'état d'altération très-avancé des divers éléments. Sa pâte, dans laquelle les grains de feldspath semblent dominer est microcristalline; en certains points la viridite la remplace; on en voit de grandes plages cimentant les fragments de cristaux. Elle obscurcit quelquefois la pâte et s'intercale entre les éléments microcristallins. Nous remarquons ici, comme dans certaines variétés de Fauquez, de très-petits prismes feldspathiques enchâssés dans la pâte ou dans la viridite. Les plagioclases ont l'aspect aussi fragmentaire que ceux des roches de Pitet.

Ce fait est sensible surtout dans des préparations taillées dans les roches du bord sud du massif. Le quartz ne montre jamais de formes cristallines; nous avons constaté pour plusieurs individus des traces assez nettes de fragmentation. La séricite borde souvent comme à Pitet et à Fauquez les fragments de cristaux répandus dans la pâte ou dans la viridite. Signalons encore la présence dans cette roche du fer *titané* (pl. VI, fig. 35); nous en avons dessiné à la lumière réfléchie un magnifique cristal où les clivages de 120° accusés avec une netteté exceptionnelle sont marqués par des lignes blanchâtres, nous montrant ce minéral dans une phase de décomposition déjà assez avancée. Elle s'est fait jour dans les interstices entre les plans de clivage.

L'examen microscopique nous conduit donc à admettre pour ces roches une microstructure identique à celle des porphyroïdes que nous avons décrites.

Digitized by Google

PORPHYROIDE DE STEENKUYP

(CHLOROPHYRE SCHISTOÏDE DE VERT CHASSEUR DE DUMONT).

—

On trouve à 500 mètres au S.-O. du coude que fait la grand'route de Bruxelles à Enghien, à l'est du hameau de Steenkuyp, un pointement de roche cristalline désigné dans les mémoires de Dumont comme chlorophyre schistoïde du Vert Chasseur. La roche porphyrique forme au milieu des couches épaisses du limon de Hesbaye, un îlot qui n'occupe pas 100 mètres carrés de surface; ajoutons que la très-grande partie de cette faible étendue est aujourd'hui inaccessible, étant occupée par une cavité remplie d'eau.

Dumont dit que la roche consiste en une pâte d'eurite chloriteuse verdâtre renfermant des lames de chlorite vert sombre et quelques grains de quartz vitreux. La roche est granitoïde ou strato-granitoïde [1].

Des feldspaths que nous avons pu distinguer à la vue simple sont des plagioclases. Nous n'avons pas remarqué les minéraux amphiboliques de la diorite de Quenast. Quelques cristaux de feldspath nous ont paru arrondis dans la pâte. Tous les bancs accessibles de la roche sont stratoïdes et forment des dalles superposées et inclinées de 30° à 35° vers le N.-E. Tous les échantillons que nous avons pu recueillir sont essentiellement schistoïdes. Les lamelles d'aspect chloriteux intimement unies à la pâte verdâtre euritique ont, comme celle-ci, une structure feuilletée, ondulée, qui est un caractère des schistes cristallins et des porphyroïdes. Malgré le champ exceptionnellement restreint de l'observation et le défaut de toute relation visible avec les couches siluriennes, nous ne regardons pas le gisement de Steenkuyp comme un simple dyke éruptif, mais comme un porphyre étendu en nappes, ou comme une porphyroïde. On peut trouver à la grande Haye ou au Croiseau des fragments feldspathiques très-altérés, il est vrai, mais ayant de l'analogie avec la roche de Vert Chasseur, et il y aurait de l'intérêt à découvrir les relations mutuelles de ces gisements.

[1] *Op. cit.*, p. 304.

Digitized by Google

Dumont nommait cette roche « chlorophyre schistoïde » et la rapprochait par cette dénomination de la diorite quartzifère de Quenast.

L'étude microscopique n'a point dévoilé d'analogies qui tendraient à faire voir dans la roche du Vert Chasseur une variété schistoïde de celle de Lessines et de Quenast. La constitution microscopique de la roche que nous décrivons la rangerait plutôt parmi les porphyroïdes. La pâte, à vrai dire, est à peu près la même que celle de la diorite de Quenast, mais l'élément feldspathique est représenté surtout par l'orthose bien terminé, entouré et traversé par un minéral verdâtre; rarement au microscope on observe un plagioclase. Comme dans la plupart de nos roches, les feldspaths sont obscurcis par l'interposition d'une substance blanchâtre peu transparente.

Le quartz possède tous les caractères d'un minéral cristallisé *in situ*. Ses sections polygonales généralement régulières sont souvent des sections de dihexaèdres. L'absence de l'élément amphibolique ne permet pas non plus de ranger cette roche parmi les diorites; nous n'avons pas vu de minéral que l'on pourrait rattacher à la hornblende ou considérer comme un produit de sa décomposition.

On découvre ici une substance vert-tendre, qui se décolore sous l'action de l'acide chlorhydrique; dans l'épreuve avec un nicol elle ne montre pas de trace de dicroscopisme; nous la considérons comme une matière chloriteuse. Cet élément forme ordinairement une zône autour du feldspath et du quartz; quelquefois il est enclavé dans ces minéraux.

Nous avons observé une section parfaite d'un dihexaèdre de quartz avec une enclave de cette matière que le cristal dut saisir au moment de sa cristallisation, car la section de l'enclave présente des contours exactement parallèles à ceux du minéral englobant. Cette matière verte est biréfringente. Ces plages verdâtres n'offrent point de sections polyédriques; elles sont généralement terminées par des lignes courbes. Avec de forts grossissements du microscope, ces points se résolvent en fines aiguilles d'environ $0^{mm},005$ de diamètre; ces cristaux aciculaires se superposent et s'enchevêtrent dans tous les sens; quelquefois agglomérés, ils déterminent une teinte verdâtre un peu plus foncée qui se fond à mesure que ces aiguilles superposées diminuent en nombre. Elles sont souvent disposées comme les hachures employées

Digitized by Google

pour représenter les reliefs sur les cartes géographiques. Nous ne pouvons trouver de meilleur terme de comparaison pour rendre la disposition et l'effet produit au microscope par le groupement de ces microlithes (pl. II, fig. 10).

Quelques grains répandus souvent sur les bords des cristaux de feldspath ou enchâssés dans ce minéral, appartiennent à l'épidote.

Une particularité caractéristique de cette roche, c'est l'abondance des cristaux d'apatite. Il n'y a pas un espace d'un centimètre carré où l'on n'en puisse rencontrer quelques-uns. Leurs proportions y sont quelquefois beaucoup plus grandes que dans les autres roches belges où nous avons découvert ce minéral. Nous en avons mesuré au micromètre dont le diamètre de la section, suivant la base, avait $0^{mm},93$. On observe encore quelques grains noirs opaques, mais trop mal individualisés pour se prêter à une détermination.

Digitized by Google

LES ARKOSES.

Nous ne nous étendrons pas longuement sur les couches d'arkose reconnues par Dumont dans le terrain silurien inférieur du Brabant et particulièrement dans la subdivision qu'il appelait système Gédinnien. Ce géologue nous a donné de ces roches d'excellentes descriptions macroscopiques dans ses mémoires [1].

Il en a passé en revue les principaux gisements à Hal, Lembecq, Tubize, Clabecq, lesquels étaient, pour la plupart, plus visibles de son temps qu'ils ne le sont aujourd'hui, parce que l'exploitation des arkoses était plus active.

Dumont s'est exprimé nettement sur l'origine des arkoses du Brabant. Il y a vu des grès argileux ou psammites, devenus feldspathiques et chloriteux par l'influence métamorphique de masses plutoniennes sous-jacentes; et il trouvait la preuve de l'existence de ces masses en desscus de tous les terrains quartzo-schisteux du Brabant, dans les porphyres massifs ou schistoïdes qui avaient été injectés, selon lui, au travers de leurs couches redressées [2].

Cette interprétation des arkoses a été généralement adoptée par les géologues qui se sont occupés des roches belges [3].

Mais l'étude que nous avons faite des arkoses ne nous conduit pas à y reconnaître des roches cristallines métamorphiques où tous les minéraux ont cristallisé en place (roches protogènes de Naumann).

[1] *Op. cit.*, pp. 251 et suiv.

[2] *Op. cit.*, pp. 317-318.

[3] Cependant M. Gosselet (*Mém. sur les terr. prim. de la Belgique*, p. 31) paraîtrait avoir regardé certaines arkoses comme des porphyres stratifiés. De son côté, M. Malaise pense qu'elles proviennent probablement de matières geysériennes feldspathiques (*Descript. du terr. silur.*, p. 17).

Digitized by Google

Il est évident pour nous que le feldspath et une grande partie de quartz y sont de transport. L'examen fait en grand des arkoses y fait reconnaître trois circonstances opposées à la doctrine de Dumont.

La première de ces circonstances est la présence dans les arkoses pisaires de Hal, de Lembecq et de Clabecq, de cristaux de feldspath ayant plusieurs millimètres de longueur qui sont brisés et arrondis en grains de gravier. Il n'est pas permis de douter que plusieurs de ces cristaux ont été brisés et charriés dans l'eau courante, et ils font immédiatement soupçonner un mode de transport semblable pour le grand nombre des cristaux de la même espèce renfermés dans la roche, mais dont les dimensions sont trop petites pour que l'on puisse se rendre compte sans le microscope de leur véritable caractère.

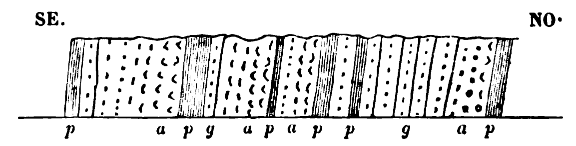
Une deuxième circonstance défavorable à l'interprétation purement métamorphique est l'existence fréquente de fragments de schistes ou de phyllades peu ou point feldspathisés et développés quelquefois dans l'arkose pisaire; ensuite l'altêrnance de bancs massifs d'arkose avec des lits phylladeux parfois très-minces, ces derniers étant d'aspect identique avec les phyllades situés en dehors de la zone feldspathique.

Comment admettre qu'un métamorphisme général capable de développer d'innombrables cristaux de feldspath, dont beaucoup de 3 et 4 millimètres de longueur, dans des bancs ayant jusqu'à 8 à 10 mètres d'épaisseur (Clabecq), puisse s'arrêter si brusquement contre quelques feuillets schisteux?

En troisième lieu, les arkoses à gros grains (arkoses pisaires D.) passent graduellement à des arkoses à grains plus fins (arkoses miliaires D.), et celles-ci à des grès, à des psammites compactes et à des phyllades du terrain silurien. Dans quelques gisements, comme dans la grande carrière de Rodenen au sud de Hal, les passages de l'arkose grossière à l'arkose sableuse, aux grès et aux phyllades se reproduisent à plusieurs reprises et à peu près dans le même ordre, sur un intervalle de 25 à 30 mètres. Cette périodicité est un caractère bien connu des sédiments où le volume des éléments est sujet à des variations notables. On la constate souvent, par exemple, dans la série des poudingues, des grès et des schistes de Burnot. A Rodenen, on observe trois

Digitized by Google

ou quatre alternances semblables de roches à gros grains et à grains fins, et dont le diagramme ci-contre peut donner l'idée.



p. Phyllade vert, parfois aimantifère; *g.* Quartzite et psammite compacte; *a.* Arkose.

La direction des bancs qui sont presque verticaux est N. 26° E. A chaque reprise, les lits d'arkose à gros grains et enveloppant de petits fragments schisteux s'appliquent brusquement vers le N.-O. contre des lits de phyllade, tandis que le grain des arkoses s'amincit plus ou moins graduellement dans la direction du S.-E. et passe à la texture des roches quartzeuses et phylladeuses normales. Nous pouvons en conclure que les couches les plus anciennes sont au N.-O. et que l'ordre décroissant d'ancienneté est au S.-E.

De son côté, l'examen par le microscope fait voir, comme nous allons le montrer, que les plaques minces extraites des bancs les plus massifs de Clabecq et de Lembecq et que l'on a pris pour des porphyres, accusent le caractère le plus décidément clastique, du moins quant au feldspath et à la plus grande partie du quartz. L'action de la lumière polarisée fait voir également qu'une partie des minéraux lamellaires verdâtres que Dumont a regardés comme de la chlorite, proviennent de la décomposition de l'amphibole, quelquefois encore reconnaissable. La grande majorité des feldspaths sont des plagioclases. D'après tout ce qui précède, nous considérons ces arkoses comme des couches sédimentaires contemporaines du terrain silurien, lesquelles dérivent probablement de roches éruptives du type dioritique déjà émises à la même époque et plus ou moins semblables à celles que nous avons décrites ci-dessus, si toutefois ce ne sont pas les mêmes. Rappelons sous ce rapport les paroles d'un des géologues qui ont le plus étudié le terrain silurien du Brabant, M. Malaise : « Les arkoses se trouvent dans le voisinage ou dans le prolongement de certaines roches plutoniennes (diorite de Lembecq, chlorophyre de Quenast) [1]. »

[1] *Op. cit.*, p. 17.

Digitized by Google

Soumises au microscope, les arkoses ne laissent pas de doute sur leur origine clastique. Les plaques minces de ces roches montrent une structure et une composition identiques à celles des grauwackes siluriennes et dévoniennes du Harz, de la Saxe, de la Thuringe et du terrain rhénan. Comparées avec les lames polies d'un schiste de l'île d'Arran (carrière de Glen Chalmadael), nos préparations offrent tant d'analogie qu'il est impossible de les distinguer au microscope. Les détails que nous avons donnés en parlant des porphyroïdes de Pitet sur les caractères distinctifs de roches détritiques nous permettront d'être bref dans la description de la microstructure des arkoses.

ARKOSE DE TUBIZE.

La pâte peu abondante est microcristalline; les grains microscopiques de quartz et de feldspath sont cimentés par une matière verte que nous rapportons à la chlorite. Cette matière conserve encore sa biréfringence; elle est parfois dicroscopique (pl. IV, fig. 20). Les éclats de quartz beaucoup plus nombreux que les fragments de feldspath, sont environnés ordinairement d'une substance micacée. Le quartz contient de nombreuses enclaves liquides.

Les plagioclases très-décomposés décèlent cependant leur constitution polysynthétique; avec les prismes de Nicol on aperçoit assez souvent de nombreuses lamelles accolées formant des cristaux de feldspath dont les contours indiquent d'une manière évidente la fragmentation.

Dans un grand nombre de points le mica se présente en lamelles parallèles légèrement courbées. Enfin le fer titané est représenté par plusieurs sections rhombiques opaques avec lignes nettement accusées et sans trace d'altération. On découvre souvent des taches brunâtres d'oxyde de fer hydraté.

PARTIE LA PLUS MASSIVE DE LA GRANDE CARRIÈRE DE CLABECQ.

La pâte est identique à celle des préparations de l'arkose de Tubize. Nous remarquons la prédominance du quartz sur le feldspath; cette pâte est répandue en très-petite quantité entre les divers fragments de plagioclases et de

Digitized by Google

quartz. Les plages de quartz offrent souvent une mosaïque composée de grains irréguliers accolés les uns aux autres sans interposition de pâte ou de viridite. Aux fragments quartzeux sont associés des plagioclases qui rappellent tout à fait ceux des diverses variétés de Pitet; leurs bords sont garnis d'une substance noire opaque, leurs stries sont bien visibles. Un fragment de feldspath de 2 millimètres nous a permis de compter plus de soixante-dix lamelles! Cette arkose est riche en mica et en grains métalliques opaques dont les contours irréguliers ne permettent pas de décider s'ils appartiennent au fer magnétique ou au fer titané.

PARTIE ALTÉRÉE DES ARKOSES JOIGNANT LES PHYLLADES DE CLABECQ.

La microstructure de cette roche est analogue à celle de la partie la plus massive de la carrière de Clabecq; ses éléments constitutifs sont les mêmes, sauf la hornblende dont nous avons une fois observé la présence.

La pâte offre aussi quelques filaments verdâtres qui paraissent être de nature chloriteuse; ils montrent un dicroscopisme très-sensible. Les deux tiers de la masse sont composés de quartz, il contient quelquefois de petits prismes incolores dont la longueur est de $0^{mm},03$. Les enclaves liquides avec libelles mobiles sont très-fréquentes dans les plages quartzeuses. L'élément feldspathique est généralement représenté par des plagioclases.

BANCS D'ARKOSE DU CHEMIN SUD DE CLABECQ.

L'altération assez profonde de cette arkose permit à peine de la soumettre au polissage. Malgré la décomposition on reconnait encore parfaitement sa nature clastique. La pâte est analogue à celles des arkoses déjà décrites. Les fragments de feldspath sont presque indéterminables, plusieurs ont perdu toute action sur la lumière polarisée. Elle contient plus de chlorite et de fer titané et moins de mica que les autres arkoses.

Digitized by Google

LE GABBRO DE GRAND-PRÉ

(HYPERSTHÉNITE DE M. MALAISE).

M. Malaise, dans son *Mémoire sur le terrain silurien du centre de la Belgique* [1], a signalé le premier l'existence d'une roche plutonienne près de la ferme de Grand-Pré (commune de Mozet), dans la bande silurienne du Condroz, et il a rapproché avec beaucoup de justesse cette roche de celle d'Hozémont. C'est donc, à nos yeux, un gabbro que M. Malaise a découvert à Grand-Pré.

Le gabbro en question doit constituer, suivant nous, un massif considérable qu'il est malheureusement difficile d'étudier dans l'état actuel des choses, par suite de la continuité des cultures et faute d'excavation convenable. On est réduit à l'examen des nombreux débris détritiques du sol superficiel. Nulle part jusqu'à présent, nous n'avons pu découvrir au jour des bancs intacts de cette roche. Mais autant qu'il est permis d'en juger par l'abondance des débris, elle doit former presque la totalité d'une colline ellipsoïdale, qui commence à 100 mètres E.-N.-E. de la forme de Grand-Pré, et la même roche doit s'étendre à 250 ou 300 mètres vers l'est, et peut-être au delà.

Les schistes et les grès siluriens dont la direction moyenne dans la contrée est E., 20° à 30° N., semblent affectés de dérangements au voisinage de la colline, et offrent avec leur direction normale des écarts de 30 à 40 degrés.

On rencontre dans le chemin des Tombes à Grand-Pré et vers le sommet de la colline précitée des fragments de gabbro dont quelques-uns ont de 40 à 50 centimètres de diamètre. A s'en rapporter à ces fragments, ce gabbro est une roche cristalline, à texture granitoïde, parfois granulo-compacte;

[1] Pages 62-70 et *passim*.

assez dure pour rayer le verre, tenace, d'une couleur gris verdâtre pâle, tacheté de vert foncé. Quoique assez mate dans l'ensemble de la cassure, elle renferme communément un grand nombre de parties vitreuses, allongées, parfois aciculaires. A l'aide de la loupe, on reconnaît dans ces derniers un feldspath clinaxique maclé, blanc grisâtre ou verdâtre, en cristaux étroits ayant de 2 à 6 millimètres de longueur, disposés en tous sens, si semblables d'aspect à leurs correspondants d'Hozémont, que l'on peut avec beaucoup de vraisemblance les rapporter au labrador. D'autres grains vitreux clivables, de couleur pâle, très-intimement associés au feldspath sont des lamelles de calcaire spathique. Ce dernier minéral est beaucoup plus fréquent ici que dans le gabbro d'Hozémont : tous les fragments que nous avons essayés décèlent sa présence par une effervescence assez vive. Le calcaire y forme non-seulement des grains cristallins disséminés dans la masse granitoïde, mais aussi des veines qui ont jusqu'à 15 millimètres d'épaisseur. Suivant en cela l'opinion de la plupart des lithologistes, il nous paraît extrêmement probable que le calcaire, si développé dans la masse de ce gabbro de Grand-Pré, provient d'une décomposition des silicates ; et par conséquent que l'état primitif de la roche n'est donné dans aucun de nos échantillons.

Un troisième élément visible, et qui nous paraît ici aussi essentiel que le premier, est un silicate prismatique, en petites masses lamello-fibreuses, avec un clivage distinct et offrant une moindre dureté que le feldspath. Sa couleur est d'un vert foncé passant quelquefois au noir brunâtre et présentant un faible éclat métalloïde. Les cristaux de ce minéral, du moins dans les fragments recueillis, ne sont pas aussi distincts que ceux de la diallage d'Hozémont : ce qui tient en partie à l'altération plus grande de la roche et à son grain plus serré. Néanmoins nous les rangeons dans l'espèce diallage en nous appuyant sur l'examen microscopique. Ajoutons que l'on voit souvent de très-petites lamelles d'un brun pâle avec éclat métalloïde et des grains submicroscopiques de pyrite.

La plupart des fragments ont une sorte de croûte où l'altération est très-avancée. La roche devient terreuse, prend une couleur jaune, ou brun de rouille plus ou moins foncé avec des taches noirâtres, et s'accompagne d'enduits limoniteux. Dans cet état, elle ne fait plus effervescence avec les

Digitized by Google

acides. Malgré cette décomposition, on reconnait encore parfois les traces des feldspaths et celles des cristaux de diallage. — Enfin, l'on peut remarquer à Grand-Pré, bien qu'avec moins de netteté qu'à Hozémont, une sorte de tendance du gabbro à s'altérer par zones et à se détacher par calottes concentriques.

La structure de ce gabbro, telle qu'on la voit au microscope, est granitoïde. C'est un agrégat de cristaux de plagioclase, de diallage, de serpentine entrelacé par quelques lits de calcaire spathique et de quartz, auxquels viennent s'associer le fer magnétique, le fer titané et l'apatite.

Les cristaux de plagioclase sont très-décomposés, comme d'ailleurs tous les éléments de cette roche. On peut appliquer aux feldspaths tout ce que nous avons dit des labradors d'Hozémont.

La diallage est peu transparente, sa polarisation chromatique est très-affaiblie par suite de la profonde altération moléculaire qu'a subie le minéral. Le manque complet des phénomènes dicroscopiques, les fendillements irréguliers, les clivages qui, dans bien des cas, rappellent exactement les angles des pyroxènes, la couleur et l'éclat, font reconnaître la diallage.

On voit dans les lames minces de nombreuses plages de serpentine. A la lumière ordinaire, elles sont colorées en vert jaunâtre; en tournant le prisme de Nicol, elles passent à une teinte bleuâtre, semblable à celle que nous avons remarquée dans la roche d'Hozémont pour les parties serpentineuses. On reconnaît dans ces plages le facies caractéristique de la serpentine dans les préparations microscopiques de la lherzolithe, des ophites et des roches à structure éozonale. Cette serpentine de Grand-Pré est tachetée de petits points métalliques affectant quelquefois des formes quadratiques et que nous rapportons au fer magnétique.

De grandes sections opaques sont quelquefois terminées par des contours qui paraissent appartenir à un minéral cristallisant dans le système hexagonal, bien évidemment le fer titané. Le produit de décomposition de ce minéral, si fréquent et si bien marqué à Hozémont, est rare dans le gabbro de Grand-Pré. Quelques cristaux de fer titané, cependant, sont recouverts d'une légère couche opaline que l'on distingue lorsqu'on se sert d'un faible éclairage.

Digitized by Google

Les petits prismes d'apatite se sont montrés en très-grand nombre dans toutes les plaques observées.

L'oxyde de fer hydraté recouvre par place d'enduits rouge-brunâtre les éléments cristallins.

Nous admettons que la serpentine, le quartz, la chaux carbonatée, l'oxyde de fer hydraté et le fer magnétique sont des produits secondaires dérivés surtout de la décomposition de la diallage. Elle est, en effet, avec l'hypersthène, considérée par les pétrographes comme une espèce minérale serpentinogène des plus importantes; et l'on obtient, en effet, comme produits résultant de sa décomposition tous les éléments secondaires qui viennent d'être énumérés. La diallage abandonne aussi la chaux et de la silice, et il reste enfin une masse hydratée contenant peu d'acide silicique et de fer. Cette masse constitue alors un silicate de magnésie dont la composition se rapproche beaucoup de celle de la serpentine. La présence de la grande quantité de calcaire spathique dans ce gabbro peut s'expliquer aussi par la décomposition du labrador. Ce feldspath, étant riche en chaux, doit se décomposer aisément; la chaux se dégage et, sous l'influence des eaux chargées d'acide carbonique, elle forme la chaux carbonatée.

Digitized by Google

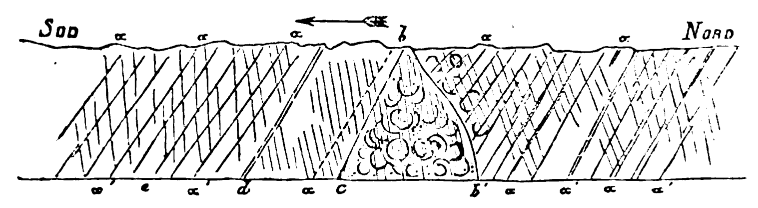
PORPHYROIDE DE MONSTREUX

(TYPHON D'ALBITE PHYLLADIFÈRE DE DUMONT).

—

Dumont a signalé [1] l'existence d'un typhon d'albite phylladifère dans le village de Monstreux, à 2,000 mètres à peu près des remparts de Nivelles. La roche feldspathique, intercalée dans le terrain silurien du Brabant, se montre dans un chemin creux qui conduit de Monstreux au hameau du Chêne. Dumont y a vu une roche éruptive en forme de culot triangulaire qui aurait modifié les couches du terrain silurien du Brabant à son contact en transformant les phyllades ordinairement gris bleuâtres, en phyllades rouges zonés de vert. Il insiste sur l'intérêt géologique que présente cette transformation due « à l'action métamorphique des masses plutoniennes. »

Cette interprétation de la roche feldspathique de Monstreux ne nous paraît pas exacte. Nous ne reconnaissons pas dans cette roche les vrais caractères d'une roche éruptive, et nous interprétons autrement que ne l'a fait Dumont, l'apparence transversale qu'elle présente relativement aux schistes qui la joignent au nord. Voici comment nous comprenons la coupe de ce point intéressant.



a, a du diagramme ci-dessus représentent 12 à 15 mètres de schistes très-feuilletés, mais terreux. Leur couleur dominante est le rouge lie de vin, zoné de bandes minces d'un gris verdâtre pâle. On y trouve intercalés quelques lits minces de psammites schistoïdes. Les variations de couleur, de même que celles de la composition, correspondant au joint de stratification, incli-

[1] *Op. cit.*, pp. 208 et *seq.*, et *passim.*

Digitized by Google

nent vers le sud sous un angle qui passe de 65° à 75°. Il importe de prendre garde à ce caractère parce que toute cette assise, au nord comme au sud de la roche feldspathique, est recoupé par un feuilletage et un système de joints transversaux (xx', xx'....), inclinés vers le nord de 50° à 60° et qui sont beaucoup plus apparents que le vrai joint de stratification. Il en résulte un aspect losangiforme très-remarquable dans toute cette série schisteuse. Dumont d'ailleurs, malgré l'erreur où il est tombé suivant nous, a parfaitement vu cela.

bb' est un joint de séparation légèrement sinueux, fortement accentué, grâce au contraste complet des roches adjacentes, lesquelles sont d'une part les schistes rouges précités, les autres une masse grenue d'un gris verdâtre ou jaunâtre très-clair que Dumont, fidèle à sa nomenclature, a rapproché avec raison de Pitet et appelé albite phylladifère. Elle offre une section en triangle de 3 mètres de hauteur sur 2^{m},50 à 3 de largeur, le côté nord du triangle étant formé par la ligne indiquée *bb'*, le côté sud par la ligne *bc*, très-peu marquée, qui a échappé à Dumont, et qui est inclinée vers le sud suivant le sens exact de la stratification des couches [1]. La roche comprise dans le triangle *bb'c* est essentiellement constituée : 1° de feldspath plagioclase en cristaux maclés, ne dépassant guère 1 à 2 millimètres de longueur, généralement plus petits, ayant perdu presque toute translucidité et tout éclat vitreux, par suite de l'altération kaolineuse, paraissant plus ou moins émoussés sur les angles et disposés en tous sens; 2° d'une phyllite en lamelles entourant les grains de feldspath, et que sa texture, son éclat, sa couleur et sa disposition relativement aux minéraux voisins, nous font sans hésiter rapporter aux phyllites correspondantes de Pitet et à la séricite du Taunus. Cet élément sériciteux affecte en dépit de l'irrégularité des contours un parallélisme d'alignement sensible à la vue et qui donne une texture feuilletée à la roche. Ce feuilletage fait suite au feuilletage oblique des couches sédimenteuses adjacentes et leur est plus ou moins parallèle. On peut rencontrer en

[1] Dumont, dans son Mémoire (p. 308), donne à la section triangulaire de la roche « éruptive » de Monstreux une largeur de 5 mètres à la base, parce qu'il y a fait rentrer 2 mètres de couches schisteuses de couleur pâle, placées au sud qu'il a réunies à la porphyroïde, faute d'avoir aperçu la ligne *bc* qui sépare la partie grenue de la partie schistoïde.

Digitized by Google

outre quelques grains de quartz anguleux et généralement très-petits dans cette roche de Monstreux. D'après ce que l'on vient de dire, nous la considérons comme une porphyroïde très-voisine de celle de Pitet.

Cette porphyroïde est surtout kaolinisée à la partie supérieure et vers le contact *bb'*. A quelque distance de ce contact elle enveloppe des fragments de schiste terreux. On remarque que le grain de la roche s'atténue graduellement vers le bord sud. De plus, des zones curvilignes ferrugineuses et manganésifères assez dures découpent plus ou moins la roche feldspatique en masses irrégulières globuleuses. Cette dernière particularité n'a rien de commun, à notre avis, avec la structure sphéroïdale si frappante à Quenast, à Lessines, à Hozémont. Elle nous semble due simplement à un phénomène de concrétion. Des faits semblables s'observent constamment dans les couches sédimentaires imprégnées par des matières ferrugineuses, par exemple dans les couches tongriennes, rupéliennes et diestiennes.

De *c* en *d* du diagramme s'étend sur 2 mètres d'épaisseur une espèce d'eurite schistoïde, tour à tour cohérente ou terreuse, présentant aussi quelques zones ferrugineuses, et dont on retrouve l'analogue dans quelques lits à grains fins de Pitet. Elle passe graduellement au schiste ordinaire du terrain silurien à mesure qu'on s'avance vers le Sud. Vers *d* un banc schisto-compacte, de couleur gris verdâtre clair, contient des cavités dont quelques-unes pourraient bien provenir de fossiles disparus. A partir de *d*, commence une série de schistes rouges et verts *e*, semblable à celle qui borde la porphyroïde au nord. Tous les bancs qui constituent la bande *cd* inclinent régulièrement au sud parallèlement à la ligne *cb* limite méridionale de la porphyroïde. Ils offrent en outre le même système de feuilletage et de joints obliques à la stratification (xx') signalés dans la série *a*. Ajoutons que cette sorte de clivage transversal aux couches est un fait fréquent dans les schistes siluriens du district de Monstreux.

Voici les conclusions les plus plausibles qui nous paraissent découler de cet ensemble de faits :

1° La porphyroïde de Monstreux a une nature analogue à celle des autres porphyroïdes du terrain silurien de Belgique. Sa grande ressemblance avec la roche cristalline de Pitet indique qu'elle ne doit pas être rangée parmi les

Digitized by Google

roches éruptives; mais que c'est une sorte de conglomérat feldspathique, qui renferme beaucoup d'éléments de transport dont l'origine nous est inconnue, qui est régulièrement interstratifié dans les couches sédimentaires adjacentes et partant qui leur est contemporain.

2° La disposition transversale de la roche cristalline de Monstreux relativement au plan des couches schisteuses le long de la ligne *bb'*, doit être attribuée à un glissement ou à une faille le long de cette ligne. Car si l'on admet qu'il en est autrement et que la porphyroïde forme un culot transversal, injecté de haut en bas, on ne comprend pas qu'en buttant contre la tranche des couches, elle ne les ait affectées d'aucun dérangement, et que la stratification maintienne sa direction invariable jusqu'à la ligne de contact *bb'*. Au contraire, en admettant un glissement le long d'une cassure, on conçoit facilement que les couches conservent leur direction des deux côtés de la fente. Des exemples à l'appui se rencontrent à chaque pas dans les terrains à failles.

3° La transition à peu près graduelle des couches euritiques aux couches schisteuses placées au sud, diffère complétement de la séparation si brusque avec les schistes placés au nord. Ce caractère est contraire à la disposition plus ou moins symétrique que l'on doit s'attendre à trouver dans un filon éruptif. D'un autre côté, il concorde entièrement avec l'explication par une cassure au nord, et avec l'idée d'une porphyroïde datant de l'ère silurienne, régulièrement interstratifiée et passant aux strates normales par l'action continue de la sédimentation.

4° On a fait remarquer plus haut que la porphyroïde possède une structure feuilletée due au parallélisme général des lamelles de séricite, et que le plan de feuilletage est parallèle à celui des couches sédimentaires adjacentes en *a* et en *e* du diagramme. Cette concordance au clivage schisteux incontestablement dû au métamorphisme de structure, nous prouve que la séricite s'est développée à Monstreux postérieurement au dépôt des couches et même *après qu'elles avaient acquis à très-peu près leurs relations actuelles*. Nous avons déjà dit, en nous appuyant sur d'autres raisons, que l'élément séériciteux des porphyroïdes pouvait être considéré en grande partie comme métamorphique. Nous trouvons l'entière confirmation de cette vue dans le parallé-

Digitized by Google

lisme des phyllites de la série des couches schisteuses et porphyriques de Monstreux.

5° La coloration rouge et verte des schistes adjacents a été attribuée par Dumont au métamorphisme de contact. Cette coloration se retrouve souvent dans la série sédimentaire et dans les terrains les moins affectés par le métamorphisme provenant des roches éruptives. Elle peut être due à la nature primitive du dépôt, ou à des infiltrations ferrugineuses de date postérieure et favorisées par les cassures que nous admettons dans ce terrain. Il est probable que c'est à de telles émanations qu'il faut attribuer les zones concrétionnées sphéroïdales qui découpent, comme on l'a dit, la masse feldspathique de Monstreux.

Les conclusions auxquelles nous amènent les caractères stratigraphiques de la roche de Monstreux, ses analogies de structure et de composition avec les porphyroïdes de Pitet, qui se décèlent à l'examen macroscopique sont confirmées par l'étude des lames minces. Quelques rares échantillons de la roche ont conservé assez de consistance pour être soumis au polissage. Ils nous ont fourni des plaques, qui nous ont montré que cette porphyroïde est un conglomérat feldspathique et quartzeux. Ces éléments de nature clastique sont généralement cimentés par une phyllite verdâtre, quelquefois incolore.

Les nombreux détails que nous avons donnés à propos de la porphyroïde de Pitet nous permettront d'être brefs dans la description de la roche de Monstreux.

La pâte dans laquelle sont enchâssés les fragments de feldspath et de quartz a perdu toute transparence. A la lumière ordinaire elle offre un aspect laiteux ; les éléments qui la composent sont en quelque sorte fondus les uns dans les autres ; toute trace d'individualisation semble avoir disparu. Cette masse est sillonnée par des filaments phylladeux, elle est par places teintée en brun par l'oxyde de fer hydraté. A la lumière polarisée, on voit se détacher de ce fond quelques points quartzeux, dont les dimensions descendent jusqu'à $0^{m},02$.

Les cristaux de feldspaths qu'on découvre à la loupe doivent se rapporter pour l'ordinaire aux feldspaths plagioclases. Au microscope, on observe quelques cristaux d'orthose. Mais l'altération de ces minéraux est généralement

Digitized by Google

si profonde que les caractères optiques bien tranchés dans les feldspaths clinorhombiques et clinoédriques ne sont presque plus reconnaissables dans les plaques. Cependant, dans notre meilleure préparation de cette roche, la distinction des deux feldspaths est encore possible. Ils ont identiquement les caractères des feldspaths brisés de Pitet. Les contours des orthoses et des plagioclases sont toujours irréguliers, échancrés, frangés, quelquefois arrondis, et leur fragmentation est nettement indiquée surtout par des sections parallélogrammiques irrégulières, où la hauteur du cristal est réduite, par exemple, à 0mm,15, tandis que la dimension en largeur offre quelquefois jusqu'à 1 millimètre. Cette disproportion dans le rapport de ces deux dimensions est un indice que nous avons affaire à des cristaux fragmentés. Toutefois, dans bien des cas on peut encore reconnaître le système cristallin des feldspaths alors que leurs proportions ne descendent pas en dessous de 0mm,2, limite à partir de laquelle ils semblent s'identifier avec les éléments constituant la pâte. Ordinairement la zone extérieure des cristaux est profondément métamorphosée; elle est presque opaque, tandis que le centre demeure transparent. Cette zone, où la décomposition est très-avancée, est intimement soudée à l'élément phylladeux. La kaolinisation des feldspaths ne permet pas de bien juger de leurs enclaves.

Les grains de quartz, d'environ 0mm,5 à 0mm,2, n'ont presque point subi d'altération. Ils sont moins nombreux qu'à Pitet, et nous apparaissent quelquefois sous la forme de triangles très-irréguliers ou de polygones dont les côtés sont terminés par des courbes dues à la cassure conchoïde du minéral. Les lignes terminatrices des grains de quartz, presque constamment nettes, semblent dans quelques cas, assez rares du reste, s'effacer un peu et présenter de légères traces d'altération moléculaire. L'homogénéité du quartz n'est troublée que par l'interposition d'un grand nombre d'enclaves liquides d'environ 0m,05 à 0m,09 en moyenne; elles renferment une bulle gazeuse, dont le diamètre ne dépasse guère un millimètre. La mobilité de ces libelles est incessante. Les plus grandes d'entre elles sont ordinairement immobiles, ou elles subissent sur place une légère trépidation : elles sont comme collées aux parois de l'enclave. Pour celles de moindre dimension, l'agitation et le transport sont continuels. Chaque cristal de quartz offre ainsi des milliers

Digitized by Google

de bulles gazeuses sans cesse en mouvement, dont le mode de progression rappelle à s'y méprendre celui des organismes inférieurs.

Pour autant que l'altération de la roche nous permet de juger, nous rapportons à la séricite l'élément phylladeux de cette porphyroïde. Son aspect microscopique se trouve ici à peu près comme à Pitet.

L'oxyde de fer hydraté est très-abondant dans la pâte, il imprègne les grains microcristallins et entoure souvent d'une zone brunâtre les sections plus grandes de quartz et de feldspath.

La difficulté de réduire en lames minces cette porphyroïde très-peu consistante nous a conduit à étudier au microscope des éléments minéralogiques, d'après la méthode de Cordier. Nous avons examiné des parties ténues égrenées de la roche. Les préparations que nous nous procurâmes de cette manière ne nous firent point découvrir d'autres éléments minéralogiques que ceux que nous venons de signaler.

Digitized by Google

EURITE QUARTZEUSE DE GRAND-MANIL

(DUMONT).

—

On trouve au hameau de Grand-Manil, près de Gembloux, une roche porphyrique passant à des bancs d'eurite quartzeuse régulièrement interstratifiée dans les schistes et psammites siluriens adjacents. Ces roches feldspathiques ont été exploitées à plusieurs reprises et sont négligées actuellement. La carrière où on les observe était beaucoup mieux à découvert il y a douze à quinze ans qu'aujourd'hui. C'est pourquoi nous nous contentons d'insérer ici la coupe détaillée de cette carrière, telle que M. Dewalque l'a donnée dans son rapport sur la session extraordinaire de la Société géologique de France en Belgique pendant l'été de 1863 [1].

« Voici ce que l'on constate en allant du sud au nord :

» 1° Roche feuilletée, gris blanchâtre, grossière, à feuillets plans, renfer-
» mant des empreintes de graptolithes ; ils deviennent bientôt gris, gris
» bleuâtre à l'intérieur et passent ainsi graduellement vers le sud, à un
» schiste quartzeux. C'est évidemment une roche métamorphique. Div. 79
» degrés, incl. S. 72, puissance, 2^{m},00.

» Roche siliceuse noirâtre, dure et tenace, subgrenue, avec quelques
» points bruns, en bancs minces. C'est un quartzite altéré, parallèle aux
» schistes précédents, 1^{m},00.

» 3° Roche mixte peu accessible, 0^{m},30.

» 4° Eurite hétérogène, grisâtre, en bancs irréguliers, marqués de zones
» minces, plus foncées, obliques, qui semblent la trace d'une fausse stratifi-
» cation, les bancs sont séparés par quelques lits terreux dont un, friable et
» blanc, ressemble à du kaolin, 1^{m},00.

» 5° Eurite compacte ou subgrenue, gris jaunâtre, à cassure conchoïde

[1] *Bull. de la Soc. géol. de France,* 11e série, t. XX, pp. 830, 831.

Digitized by Google

» ou écailleuse : en bancs d'épaisseur moyenne parallèles à la stratification » des assises précédentes, quelquefois traversés par des fissures remplies de » quartz fendillé, montrant çà et là des zones plus grises, parallèles aux » joints qui séparent les bancs, et des cubes de pyrite ou de limonite épi- » gène. Cette roche, qui forme la masse exploitée, est difficilement fusible » sur les bords des écailles minces, et colore en jaune la flamme du chalu- » meau. Environ 12^m,00.

» 6° Partie recouverte d'éboulis, qui paraît être une eurite analogue » à 4°, 8^m,00.

» 7° Roche noirâtre, dure et tenace : quartzite, semblable à 2°, mais en » un seul banc massif, en partie visible. M. Gosselet lui a trouvé 1^m,00.

[1] » 8° Eurite porphyroïde, non exploitée, formée d'une pâte compacte, » blanc jaunâtre ou grisâtre, dure et tenace, renfermant de gros cristaux » feldspathiques, reconnus comme orthose par Dumont et M. Delesse, » altérés et presque toujours transformés en kaolin blanc mat, susceptible » de disparaître, en laissant une grande cavité irrégulière. Elle est divisée » par quelques joints dont l'allure n'est pas nette, mais qui semblent pour- » tant parallèles aux joints des autres assises. Environ 5^m,00.

» 9° Eurite schistoïde grise, avec petits cristaux feldspathiques, passant » à un schiste bleu-gris, parallèle au reste, 5^m,00.

M. Bischopinck a fait l'analyse de l'eurite du banc 5 de la coupe :

SiO_2 . . .	74,57	=	39,77	θ.
FeO . . .	0,57	=	0,13	
Al_2O_3 . .	13,65	=	6,17	
CaO . . .	traces		»	
MgO . . .	0,21	=	0,08	
K_2O . . .	6,86	=	1,17	
Na_2O . . .	2,62	=	0,72	
Perte au feu	0,94		8,27	θ des bases.
	99,42 °/₀.			

[1] Entre 7 et 8 un lit d'eurite très-schistoïde, où l'on trouve assez bien des cristaux d'orthose de plusieurs millimètres de longueur, parmi lesquels il s'en trouve où la *macle de Baveno* est reconnaissable.

Digitized by Google

M. Chevron a analysé cette même eurite et il a trouvé :

Perte au feu	0,46
SiO_2	84,10
Al_2O_3	10,06
K_2O	0,27
Na_2O	6,10
	101,09

Les chiffres que donnent cette analyse diffèrent beaucoup de ceux obtenus par M. le Dr Bischopinck. D'après l'analyse de M. Chevron, l'eurite de Grand-Manil doit se rapprocher des *roches albitiques normales*, et il est presque nécessaire qu'elle soit composée de feldspaths clinoédriques. Les observations microscopiques ne permettent point dans ce cas une détermination du système cristallin du feldspath, les plages observées étant très-mal individualisées. Nous ne pouvons expliquer cette divergence des résultats obtenus par l'analyse sans admettre que le banc n° 5 est formé de variétés d'eurite de composition bien différente.

Nous avons soumis au microscope bon nombre de lames minces taillées dans l'eurite de Nivelles et de Gembloux; toutes ont montré une structure microgranitoïde sans interposition de substance amorphe. Les grains de quartz comme ceux de feldspath qui constituent cette roche sont mal individualisés. Quelques écailles verdâtres répandues dans cette pâte doivent être rapportées à la chlorite.

Nous trouvâmes enclavé dans un bout de l'eurite de Grand-Manil un fragment de roche de 7 à 8 centimètres. Cette roche n'apparaît nulle part à notre connaissance en Belgique; elle ressemble à certains gneiss à grains fins de la Scandinavie. Nous en avons fait tailler des lames minces, qui montraient au microscope des bandes quartzeuses alternant avec d'autres composées de grains de feldspath et de quartz. Cette disposition semble indiquer que la roche d'où provient ce fragment a une origine sédimentaire; car nous ne pensons pas qu'on ait jamais rencontré dans une roche éruptive un parallé-

Digitized by Google

lisme des éléments qui ne fût point produit par l'alignement d'un minéral micacé ou par la structure fluidale.

Dumont signale au n° 3 de la coupe (*op. cit.*, p. 313) que l'eurite compacte porphyroïde renferme en ce point de grands cristaux de feldspath kaolinisés et des fragments de phyllade compacte, gris translucides, d'un aspect cireux. Ces fragments, souvent gris jaunâtre, gras au toucher et finement feuilletés, présentent une transformation intéressante de parties schisteuses en une substance micacée pinitoïde, qui n'est pas sans analogie avec la séricite. M. Kayser rapporta en Allemagne des fragments de Grand-Manil renfermant ces portions schistoïdes. M. Lossen en fit faire l'analyse à l'Académie des mines de Berlin. Nous donnons ici les résultats de cette recherche encore inédite et qui nous fut obligeamment communiquée par ce savant :

SiO_2	46,73
Al_2O_3	28,19
Fe_2O_3	8,18
MgO	1,13
K_2O	9,78
Na_2O	0,63
H_2O	5,24
	99,90

P. S. 2.814.

C'est seulement à la chaleur rouge que l'H_2O fut chassée ; 3,9588 grammes de cette substance perdirent :

A 100°	en deux heures		0,0110	0,0144
A 150°	»	»	0,0002	
A 250°	»	»	0,0032	
A 350°	»	»	»	
Chaleur rouge			0,1930	0,1930

On le voit, la composition de ce minéral se rapproche fort de celle d'un mica potassique ou d'une pinite ; mais elle est un peu moins riche en silice

Digitized by Google

que la séricite (51, 59 %), et elle contient un peu moins d'alumine. Ces fragments de phyllade altéré présentent quelque analogie d'aspect avec la séricite, mais celle-ci est moins compacte, moins cornée et possède une texture plus feuilletée. Toutefois ces légères différences pourraient bien ne porter que sur des caractères purement extérieurs, et en admettant la transformation du phyllade en séricite, nous nous rapprocherions des idées de M. Lossen, qui considère, dans quelques cas, la séricite comme développée par le métamorphisme des sédiments qui constituent les schistes argileux.

Digitized by Google

EURITE QUARTZEUSE DE NIVELLES.

—

Dumont a signalé [1] l'eurite aux environs de Nivelles, en quatre places qui sont sensiblement alignées suivant une droite orientée E. 20° S. Il soupçonnait que ces gisements alignés faisaient partie d'un même filon. Les travaux entrepris depuis trente ans ont fait rencontrer l'eurite à quatre ou cinq autres places échelonnées dans la même direction et situées entre les points extrêmes indiqués par Dumont, notamment dans l'intérieur de Nivelles au-devant de l'église, entre la route de Nivelles et le chemin de fer de Manage, à 300 mètres à l'ouest de ce dernier point sur la rive gauche du ruisseau de la Thines, etc. On peut en conclure avec toute assurance que l'eurite de Nivelles forme une bande continue et non pas interrompue comme l'exprime la carte géologique du sous-sol.

Nous ne croyons pas que l'eurite des environs de Nivelles y constitue un typhon comme l'a écrit Dumont. Le contraire nous paraît résulter :

1° De la disposition de cette eurite en strates d'une grande netteté et constance, variant d'épaisseur et plus ou moins de nature minéralogique comme les autres couches stratifiées, et en concordance parfaite avec les schistes siluriens d'aspect normal que l'on trouve à peu de distance. Nous signalons comme exemple l'exploitation, partie à ciel ouvert et partie en galeries, qui est située à 100 mètres environ au nord de l'endroit où le chemin de Monstreux traverse le ruisseau de Thines. Les couches euritiques sont orientées N. 550 et plongent vers le sud de 60° à 65°, comme les schistes siluriens qu'elles supportent à très-peu de distance.

2° De l'existence des ondulations nommées *ripple marks* à la surface des couches d'eurite stratoïde et schistoïde exploitées dans une grande carrière ouverte à la rive gauche de la Thines et 1,000 mètres environ à l'ouest des

[1] *Op. cit.*, p. 311.



anciens remparts de Nivelles. Les ondulations se répètent à la surface de plusieurs bancs, tandis que l'on observe entre ces derniers d'autres lits euritiques où le même phénomène ne se montre pas. Cette circonstance se reproduit communément dans les couches à *ripple marks* les mieux caractérisées, telles que, par exemple, les psammites du Condroz. Ajoutons que les *ripple marks* constatés ici dans l'eurite sont fréquents dans les autres couches siluriennes des carrières des environs de Nivelles. On sait d'ailleurs que l'existence des ondulations précitées, quand elle est bien constatée, fournit la preuve la plus décisive de l'action sédimentaire. D'après cela, les bancs d'eurite de Nivelles seraient des couches contemporaines du silurien, et déposées sous l'eau à la manière des roches quartzeuses et argileuses qui les avoisinent, l'origine des grains feldspathiques nous restant complétement inconnue jusqu'à présent.

D'un autre côté, nous ne pouvons attribuer à une action métamorphique ou à une imprégnation postérieure au dépôt les caractères minéralogiques qui distinguent les bancs d'eurite des environs de Nivelles; car certains bancs d'eurite poudinguiforme (notamment dans la grande carrière aux *ripple marks*) empâtent des débris clastiques, tels que des fragments de schiste de plusieurs centimètres de longueur, qui paraissent très-peu feldspathisés.

Nous sommes donc amenés à admettre l'existence de bandes à la fois feldspathiques et quartzeuses déposées dans l'ancienne mer silurienne du Brabant et qui se sont mélangées dans des proportions très-variables avec les matières minérales habituelles aux terrains de cette époque. Les quelques lits de schiste et de phyllade plus ou moins imprégnés d'eurite que l'on voit dans la tranchée de la station d'Ottignies ont, à nos yeux, le même mode de formation.

Dumont dit que « l'eurite de Nivelles est généralement compacte, dure,
» assez fragile, à cassure droite ou largement conchoïde, écailleuse, à bords
» tranchants, d'un aspect mat, translucide, blanche ou jaunâtre par altération
» vers la surface du sol. Elle est quelquefois subgrenue, à cassure inégale,
» ou subcelluleuse, et ressemble beaucoup, dans tous les cas, à certains
» silex crétacés du calcaire de Maestricht. Lorsqu'on expose un fragment
» de cette roche au feu du chalumeau, il blanchit, ou prend une couleur

Digitized by Google

» orangée dans les parties qui n'ont pas subi l'action d'un feu violent; » lorsque le fragment a été préalablement mouillé par la solution de nitrate » cobaltique, il se colore en bleu violâtre [1]. »

Nous ajouterons à cette excellente description : que les proportions des éléments feldspathiques et quartzeux paraissent varier dans l'eurite de Nivelles; que le quartz s'y dispose fréquemment en très-petites masses ou en petites zones ondulées et disposées parallèlement au plan des couches. Le quartz se distingue alors par un éclat un peu vitreux et une couleur grise, du fond feldspathique plus mat et blanc de lait ou blanc jaunâtre.

[1] *Op. cit.*, p. 312.

EURITE SCHISTOIDE D'ENGHIEN.

(PORPHYRE SCHISTOÏDE DE DUMONT).

—

Cette roche apparait au nord du village de Marcq, à 1,000 mètres environ à l'ouest de la petite ville d'Enghien.

C'est, dit Dumont, une eurite stratoïde ou schistoïde d'un gris un peu verdâtre, renfermant des cristaux de feldspath ou de petites cavités paraissant provenir de leur destruction; en outre, des grains de quartz vitreux et de la pyrophyllite nacrée jaunâtre qui s'étale à la surface des feuillets.

Nous n'avons pas découvert d'échantillon de cette roche dans lequel les cristaux indiqués par Dumont soient visibles à l'œil nu. Si nous avions aperçu de tels cristaux, nous aurions rangé la roche avec les masses de Fauquez et de Pitet dans les porphyroïdes : mais nous n'avons reconnu à Marcq qu'une véritable eurite, renfermant des grains de quartz, beaucoup plus rarement des grains de pyrite, et qui montre généralement à la cassure une structure ondulée du type de celle que nous avons nommée gneissique par suite de la présence d'une phyllite, tantôt d'un blanc argenté et qui rappelle le talc, plus souvent gris verdâtre pâle et jaunâtre, et se rapprochant alors de la séricite. Ces phyllites d'ailleurs ne possèdent pas les caractères pyrognostiques de la pyrophyllite. Les proportions des trois éléments bien visibles, l'eurite, la phyllite et le quartz, sont très-variables. Par suite de cette circonstance la roche prend, dans certains lits, une texture finement feuilletée, qui la rapproche beaucoup des phyllades.

Sur la carte géologique du sous-sol l'eurite schistoïde d'Enghien se montre au jour sur 1,000 à 1,200 mètres de longueur. Les cultures et d'autres circonstances tenant à l'état des lieux ne nous ont pas permis de la constater sur plus de 500 mètres.

Le point où elle apparait le mieux est situé auprès du chemin de fer d'Ath, le long des escarpements sur lesquels il est construit au nord de

Digitized by Google

Marcq. En explorant ces escarpements, auprès d'une petite chapelle située dans une prairie au nord du village, on voit le passage parfaitement graduel des phyllades gris-bleuâtre siluriens au phyllade euritique et à teinte feuilletée. Il y a transition insensible et concordance parfaite entre les bancs de la roche silurienne normale et de l'eurite schistoïde. En poursuivant l'effleurement vers l'est, on voit se succéder des bancs tantôt feuilletés, tantôt plus stratoïdes. On y remarque à certaines places des noyaux de quartz ayant depuis quelques centimètres jusqu'à 40 à 50 centimètres de longueur. Dans certains endroits ces rognons paraissent contigus à des filons quartzifères transversaux, par exemple auprès d'un viaduc passant sous le chemin de fer, à 450 mètres au nord-est du clocher de Marcq.

Les relations de ces couches feldspathiques avec les autres assises siluriennes, la texture générale de la roche tout à fait étrangère à celle que l'on observe dans les roches éruptives d'intrusion, enfin le caractère microscopique dont nous allons parler, nous font considérer le massif d'Enghien comme contemporain de l'époque silurienne et comme dû, en grande partie au moins, à l'action sédimentaire.

Les analogies de microstructure et de composition de la roche de Marcq avec celles des eurites belges, que nous avons étudiées au moyen des lames minces, sont très-prononcées. La présence d'une phyllite, dont le rôle est assez considérable, et le développement des cristaux de quartz sont toutefois deux caractères qui doivent ranger la roche que nous décrivons, à part de celles qui sont comprises simplement sous le nom d'eurites.

La pâte de l'eurite schistoïde d'Enghien est souvent composée presque exclusivement de grains de quartz et de feldspath. Dans d'autres échantillons elle est entièrement refoulée par les lamelles séricitcuses qui s'intercalent dans la roche. Les plages de feldspath étant ordinairement très-petites et assez altérées ne permettent pas une détermination du système cristallographique auquel elles appartiennent.

L'élément quartzeux est représenté par des sections qui, dans nos plaques taillées, dépassent souvent un millimètre. Les formes cristallines du quartz ne sont point nettement terminées. Avec l'appareil de polarisation on remarque des plages quartzeuses formées par un agrégat de fragments irréguliers inti-

Digitized by Google

mement soudés. Ce minéral est riche en substances enclavées. Certaines parties renferment d'innombrables cristaux aciculaires longs d'environ $0^{mm},05$, dont l'épaisseur paraît un simple trait, même avec de forts grossissements du microscope. Leur mode de groupement en houppes, leur intercalation dans le quartz nous porte à voir en eux des filaments d'abeste.

L'élément phylladeux rappelle exactement la séricite que nous avons décrite en parlant des porphyroïdes de Pitet et de Fauquez. Ici toutefois elle est beaucoup plus répandue que dans les roches précédemment décrites.

Le fer oligiste est un élément secondaire assez constant de la roche de Marcq. Il s'y montre sous la forme de lamelles irrégulières; nous n'en avons rencontré que très-rarement qui fussent hexagonales; quelquefois les sections de ce minéral sont rhombiques et elles enclavent du quartz. La forme cristalline ne permet point de confondre ces sections de fer oligiste avec celles du fer magnétique, et leur transparence les distingue de l'ilménite. A la lumière transmise, ces petits grains métalliques sont d'un rouge un peu sombre et par places, suivant l'épaisseur de la section, deviennent presque opaques avec une faible teinte rougeâtre. Les plus grandes plages que nous observâmes ne dépassent guère $0^{mm},5$.

Signalons encore la présence de petites veines de viridite qui se retrouvent ici, comme nous les avons observées à Pitet, à Fauquez, etc. On découvre aussi au microscope des sections quadratiques ou irrégulières de pyrite.

—

Digitized by Google

FRAGMENTS DE ROCHES CRISTALLINES ENCLAVÉES DANS LES POUDINGUES DE BOUSSALE ET DE BURNOT.

—

Dumont a dit que certaines masses plutoniennes des terrains anciens de la Belgique étaient antérieures au poudingue anthraxifère du bassin septentrional parce que l'on rencontrait parmi les cailloux de ce poudingue des fragments de chlorophyre, d'eurite minéralogiquement identiques aux chlorophyres et autres eurites du Brabant (*op. cit.*, pp. 316, 317). Un argument du même genre peut être invoqué pour établir que des roches cristallines avaient apparu sous les terrains anciens de Belgique à une époque encore plus reculée. On trouve à la base du poudingue à gros éléments de Boussale, des fragments roulés de roches cristallines, qui remontent évidemment à une époque antérieure à ce poudingue. Or ce dernier est placé à la base de la grande série d'assises du bassin méridional. Dumont, dans sa carte géologique, a fait rentrer le poudingue de Boussale, identique à celui d'Ombret et d'Hermalle-sous-Huy, dans son étage E^1 du système eifelien. Mais des raisons très-probantes tirées de la stratigraphie et des caractères lithologiques, raisons habilement développées par M. Gosselet, font rentrer le poudingue de Boussale et d'Hermalle-sous-Huy dans l'horizon du poudingue de Fepin qui est, comme on sait, à la base de tout le terrain dévonien du bassin méridional et à la base du terrain rhénan de Dumont.

Le fragment de roche cristalline recueilli par nous à Boussale avait la forme d'un caillou roulé, de 2 à 3 centimètres de diamètre. A première vue on y reconnaît une roche dont l'aspect extérieur ne rappelle aucune des roches plutoniennes que nous avons décrites. L'élément essentiel est la hornblende noire à éclat brillant, sans contours réguliers, mais avec clivages assez distincts; ces prismes amphiboliques ont de 3 à 4 millimètres et conservent dans leur disposition un parallélisme assez constant.

Au microscope, vue par transparence, cette hornblende est vert-noirâtre,

Digitized by Google

sillonnée suivant l'axe principal des fendillements qui se prolongent quelquefois dans les grains de quartz voisins. Ces fentes sont garnies d'une substance jaunâtre. L'amphibole contient des enclaves sphériques et irrégulières dont nous ne pouvons déterminer la nature. Le minéral associé à la hornblende est le quartz laiteux ; il est tellement opaque qu'on pourrait aisément le confondre avec le feldspath orthose altéré. La roche rappelle d'ailleurs à s'y méprendre certaines syénites. Cette teinte laiteuse du quartz ne disparaît pas même lorsque ce minéral est réduit en lames minces. L'étude au microscope nous a permis de constater qu'elle provient en grande partie d'une accumulation d'enclaves liquides en nombre prodigieux. Les sections quartzeuses sont traversées par beaucoup de fissures dont quelques-unes, avons-nous dit, se prolongent au travers de la hornblende. Malgré sa faible transparence, les caractères optiques du quartz se montrent encore à l'évidence. — Ce fragment provient donc d'une roche amphibolique d'un type qui, à notre connaissance, n'apparaît nulle part en Belgique.

M. Dewalque a soumis à notre examen deux fragments du poudingue de Burnot recueillis par Dumont à Grand-Poirier (ferme de la commune de Marchin). Ces échantillons contiennent des fragments de roches feldspathiques et amphiboliques que nous ne pouvons non plus identifier sûrement avec aucune des roches plutoniennes que nous connaissions en Belgique ou dans les Ardennes françaises.

L'enclave cristalline du fragment de poudingue de Burnot (*Collection de l'Université de Liége*, échantillon n° 254) doit être rapprochée, quant à sa nature pétrographique, des roches que nous avons désignées par le nom de *porphyroïdes*. A l'œil nu la roche apparaît composée de grains de feldspath et de quartz mal individualisés répandus dans une matière chloriteuse verdâtre. Cette roche contient par places ces feuillets sériciteux vert-bleuâtre, que nous avons signalés dans les porphyroïdes. Dans les lames minces on entrevoit que la pâte est micro-granitoïde, mais sa structure est difficile à déchiffrer, elle est voilée par l'élément chloriteux. Les sections feldspathiques sont profondément altérées, elles sont en partie décomposées en feldspath et en quartz. A en juger par le fragment, nous considérons cette roche comme ayant beaucoup de ressemblance de structure et de composition avec celle à gros grains de Pitet.

Digitized by Google

Ces échantillons appartiennent à la collection de l'Université de Liége.

Le premier de ces fragments de poudingue (*Collection de l'Université de Liége,* échantillon n° 255) renferme un caillou roulé de 4 centimètres, comme celui que nous avons trouvé à Boussale; il appartient à une roche amphibolique, mais il est beaucoup moins riche en quartz que celui que nous venons de décrire. Étudié à la loupe, il montre un agrégat de fines aiguilles amphiboliques noir-verdâtre, enchevêtrées les unes dans les autres. A l'aide du microscope, on voit que cette amphibole est enchâssée dans du quartz. Elle s'y présente sous deux aspects : tantôt ce sont d'assez grands cristaux brunâtres, dont les sections montrent les clivages de la hornblende, tantôt des microlithes d'environ $0^{mm},5$ de longueur. On les aperçoit en grand nombre groupés dans les quartz dont ils sont comme imprégnés. Cette imprégnation du quartz explique la teinte bleue que ces microlithes amphiboliques nous montrent dans les lames minces. Nous avons dessiné sur notre planche V, figure 26, un groupement de ces formes prismatiques. Ils sont quelquefois si nombreux en un point qu'on n'entrevoit presque plus le quartz qui les enchâsse.

Certaines plages quartzeuses ont aussi la teinte laiteuse dont nous parlions tout à l'heure, en décrivant la roche amphibolique du poudingue de Boussale. On voit aussi quelques écailles de chlorite recouverte d'hydroxyde de fer. Quelques parties ont tous les caractères du sphène (titanite), dont la présence dans les roches amphiboliques est très-fréquente. A en juger par le fragment enclavé que nous avons pu étudier, nous n'aurions point de roches analogues en Belgique, mais dans les formations anciennes d'Amérique (*Archaïc de Dana*), on rencontre des roches hornblendifères qui présentent les caractères lithologiques de ce caillou roulé.

Digitized by Google

Digitized by Google

LES

ROCHES RÉPUTÉES PLUTONIENNES

DES ARDENNES FRANÇAISES [1].

Les terrains les plus inférieurs de l'Ardenne française, appelés *ardennais* par Dumont, et qui appartiennent très-probablement à la série cambrienne, sont essentiellement formés de quartzites et de phyllades; ils renferment entre Deville et Revin sur les bords de la Meuse et aux environs de Rimogne, des bancs de roches feldspathiques et amphiboliques. Dumont a décrit, avec le soin et la précision qui le distinguent, les gisements et la nature de ces roches cristallines. Tous ceux d'entre eux qui sont suffisamment mis au jour concordent avec les quartzites et les phyllades adjacents. Nonobstant cette circonstance, Dumont les a envisagés comme provenant d'injections plutoniennes.

Nous allons indiquer l'emplacement connu de ces roches, en suivant d'abord la nomenclature pétrographique de Dumont. Nous aborderons ensuite leur description minéralogique et leur interprétation géognostique.

Dumont distingue quatre espèces principales de roches éruptives dans les Ardennes françaises : ce sont l'*hyalophyre*, la *diorite chloritifère*, l'*albite chloritifère* et l'*albite phylladifère*. Voici en deux mots et d'après ce grand géologue, les caractères propres aux quatre types précités.

[1] Cette dernière partie du mémoire n'a été remise à l'Académie que le 6 novembre 1875.

Digitized by Google

L'*hyalophyre* est une roche essentiellement formée d'eurite, d'orthose et de quartz (*Mémoire sur les terrains ardennais,* p. 26); il peut être massif ou schistoïde.

La *diorite chloritifère* est une roche verdâtre, à texture granitoïde, où Dumont reconnaissait de l'amphibole, des grains de feldspath et de la chlorite (*id.,* p. 27).

L'*albite chloritifère* est une roche à tendance schisteuse et formée d'albite et de chlorite (*id.,* p. 27).

L'*albite phylladifère* est une roche schisto-compacte, résultant de petits cristaux d'albite entremêlés de petits feuillets de phyllade (*id.,* p. 28).

La plupart des gisements se montrent dans la vallée de la Meuse; un petit nombre de gisements se voient dans les vallées aboutissant à la Meuse, et dans les environs de Rimogne.

Voici la position de tous ceux qui nous sont connus.

Pour faciliter nos indications nous affectons une lettre alphabétique aux massifs apparaissant à la Meuse, soit sur la rive droite, soit sur la rive gauche.

A [1]. — *A la rive gauche de la Meuse,* et en descendant du sud au nord, on trouve successivement :

a. Bancs d'hyalophyre schistoïde et compacte, à la tranchée du chemin de fer de Charleville, à 340 mètres environ au sud du ravin aboutissant à la fonderie de Mairus. (Inconnus à Dumont.)

b. Bancs d'hyalophyre massif et schistoïde, avec très-grands cristaux, visibles à la tranchée du chemin de fer et situés à 140 mètres environ au nord du précédent (filon n° 1 de Dumont).

c. Bancs d'hyalophyre massif et schistoïde, dans le ravin aboutissant à la fonderie de Mairus (filon n° 2 de Dumont).

d. Bancs d'hyalophyre massif et schistoïde, visibles à la route et dans la tranchée du chemin de fer, situés à 1,100 mètres environ du précédent (filon n° 3 de Dumont).

[1] Voyez sur notre carte, pl. IX, l'emplacement de tous les affleurements indiqués sur les bords de la Meuse, chacun d'eux étant désigné par la lettre alphabétique qui lui correspond.

Digitized by Google

e. Bancs de diorite chloritifère, grenue et schistoïde, à la route et à la tranchée du chemin de fer, situés à 50 mètres environ du précédent (4e filon de Dumont).

f. Diorite chloritifère stratoïde et massive, visible à la tranchée du chemin de fer et dans une carrière au bord de la Meuse. Cette masse est séparée de la précédente par 15 mètres de phyllades et n'a pas été signalée par Dumont.

g. Bancs d'hyalophyre très-schistoïde et à petits cristaux, situés immédiatement au delà du tournant des rochers de Notre-Dame de Meuse et à peu de distance du barrage construit à la tête du canal de dérivation. (Inconnus à Dumont.)

h. Bancs d'hyalophyre schistoïde, situés à 40 mètres au nord des précédents. (Ils correspondent probablement au passage du filon n° 5 signalé par Dumont [Mém. cit., p. 89.])

i. Bancs massifs et schistoïdes de diorite chloritifère situés à 200 mètres au nord des précédents. (Inconnus à Dumont.)

k. Bancs d'hyalophyre massif et schistoïde visibles au nord d'un vallon aboutissant à la Meuse (6e filon de Dumont). Ces rochers reposent sur des bancs épais de diorite chloritifère massive et schistoïde, non connus de Dumont.

l. Bancs d'albite chloritifère schistoïde situés en face de la terminaison nord du canal de dérivation. (Signalés par Dumont.)

m. Bancs d'albite chloritifère et phylladifère situés à 50 mètres au sud du moulin de la Pille. Les mêmes bancs apparaissent 100 mètres plus haut à la route des Mazures, et l'on voit un peu au sud et à trois endroits différents, apparaître des bancs plus ou moins analogues, dans les escarpements de la même route. Tous les gisements sont indiqués par Dumont.

n. Bancs d'albite phylladifère régulièrement intercalés dans les phyllades, et visibles en deux places différentes dans les tranchées de la route de Rocroy, dans le tournant de la route au sud-ouest de Revin et avant qu'elle s'avance dans la vallée de Faux. (Non signalés par Dumont.)

o. Bancs de la même roche au nord de Revin signalés par M. Malaise (*Bull. de l'Acad. royale de Belg.*, 2e sér., t. XXXVIII). Nous n'avons pas retrouvé ce gisement qui n'est pas signalé par Dumont.

Digitized by Google

B. — *A la rive droite de la Meuse* et en descendant la vallée du sud au nord, on trouve successivement :

p. Bancs d'hyalophyre situés un peu au nord de l'entrée de la vallée de la Commune. Dumont les rattache comme 3e filon au massif *d* rive gauche.

q. Un peu plus loin, bancs de diorite chloritifère. Dumont les rattache au massif *c* rive gauche comme 4e filon.

r. Bancs d'hyalophyre situés à E. 21° N. du clocher de Laifour. Dumont en fait le 5e filon.

s. Lits et blocs de diorite chloritifère plus ou moins schistoïde, apparaissant près du rivage au hameau de Devant-Laifour, et dont on suit la trace par les débris jusqu'au haut de la colline au nord. (Inconnus à Dumont.)

t. Bancs d'hyalophyre schistoïde avec albite chloritifère à 300 mètres environ au sud de l'entrée du tunnel de Laifour. (Signalés par Dumont comme 5e filon, recoupé par suite des détours de la Meuse.)

u. Trace d'albite chloritifère sur la colline entre Anchamp et Revin. (Indiquée par Dumont.)

v. Bancs épais d'albite phylladifère à l'est de Revin et à 300 mètres environ au sud de l'entrée du canal de dérivation. Ces bancs peuvent se suivre jusqu'à plusieurs centaines de mètres de distance jusque vers le sommet du plateau. (Signalés par Dumont.)

C. Dans les vallées aboutissant à la rive gauche de la Meuse, on observe :

1° Dans le ravin de la Pille des blocs de diorite chloritifère disséminés sur quelques centaines de mètres, au sud du moulin de la Pille. (Reconnus par M. Malaise.)

2° Dans la vallée du ruisseau de Faux, on voit d'abord des blocs d'hyalophyre entre Vieille-Forge et Nouvelle-Forge; ensuite à la Nouvelle-Forge, des blocs d'hyalophyre schistoïde; enfin à quelques cents mètres plus au nord, des blocs de diorite chloritifère. (Tous les points sont signalés par Dumont qui y voit des prolongations de ses filons à la Meuse.)


Digitized by Google

D. Dans les vallées aboutissant à la rive droite de la Meuse, on observe :

1° Des blocs d'hyalophyre schistoïde au bas du chemin de traverse venant de Monthermé et descendant dans la vallée de la Commune. (Signalés par Dumont.)

2° Des blocs d'hyalophyre sur deux alignements distincts dans le vallon de la Pilette.

3° Des bancs d'hyalophyre, prolongement probable des gisements ci-dessus, et situés au nord-ouest de l'usine de la Commune. (Tous ces gisements sont indiqués par Dumont.)

E. Dans la vallée de la Richolle, près de Rimogne, on rencontre :

1° Bancs de diorite chloritifère dans les phyllades cambriens, au bord de l'étang de Rimogne, et à 50 mètres au sud de la nouvelle digue.

2° Bancs d'hyalophyre schistoïde à 40 mètres au sud du point précédent et au bord du même étang.

Outre ces deux gisements, Dumont signale (*op. cit.*, p. 86) des lits d'albite chloritifère rencontrés dans les travaux souterrains des ardoisières Pierreca et Grande-Fosse, appartenant au territoire de Rimogne. Il indique aussi des traces d'hyalophyre dans les bois, à $\frac{1}{2}$ lieue au nord-nord-est de cette petite ville.

Nous ne doutons pas que les hyalophyres et les diorites chloritifères n'aient beaucoup plus d'extension dans le terrain ardennais que nous ne l'indiquons. Dumont admettait, pour la plupart des massifs qu'il connaissait, des prolongations plus ou moins considérables, dans le plan des couches, ces prolongations étant cachées sans doute par la végétation et les terrains détritiques des plateaux. On verra par notre interprétation que nous avons plus de raison encore que Dumont de penser qu'il en est ainsi.

Digitized by Google

PORPHYROIDES [1] DES ENVIRONS DE MAIRUS.

—

Dumont distinguait, comme on l'a vu, quatre espèces principales de roches plutoniennes dans le département des Ardennes, parmi lesquelles les hyalophyres sont sans contredit les plus remarquables.

Deux gisements de ces hyalophyres ont attiré de bonne heure l'attention des géologues. Ce sont ceux qui sont désignés par *b* rive gauche et *c* rive gauche dans la liste ci-dessus. Tous deux apparaissent assez près du bord de la Meuse et sont situés, le premier, à 200 mètres au sud du vallon ou ravin qui aboutit à la fonderie de Mairus; le second, dans le ravin lui-même. Nous allons étudier les massifs avec détail.

Ils ont été l'objet d'appréciations différentes et qui ne manquent pas de célébrité dans l'histoire de la science. Coquebert de Montbret les indique en 1804, dans sa description des mines et usines de la République française [2]. Il les désigne comme étant formés de blocs de granit, et comme justifiant

[1] Nous prenons le terme de *Porphyroïde* dans le sens fixé par M. Lossen; nous désignons donc toujours par ce mot des *sédiments stratifiés*, et nous n'appliquons le nom de *Porphyre* qu'à une roche éruptive, *solidifiée par refroidissement*. Il s'ensuit que nous ne pouvons qualifier de *Porphyres schistoïdes* (Flaserporphyre), des roches dont l'origine n'est point éruptive. Un *porphyre schistoïde* est pour nous une roche éruptive avec structure porphyrique, mais dont le caractère spécial est de présenter une intercalation de lamelles ou de membranes plus ou moins parallèles. Cette structure que donne à certaines roches éruptives l'alignement des feldspaths, n'a rien à voir avec la schistosité sédimentaire; tout au plus pourrait-on la comparer à la structure fluidale. Après que M. Lossen eut établi ses porphyroïdes dans le sens que nous venons de spécifier, quelques pétrographes ont réuni sous ce nom toutes les roches qui portaient autrefois le nom de porphyres schistoïdes (Flaserporphyre). (Cf. Credner, *Elem. der Geol.*, 2e éd., p. 83.) Or il en est parmi elles qui sont franchement éruptives d'après les géologues qui les ont autrefois décrites, et auxquelles le nom de porphyroïde ne peut être appliqué. En créant ce groupe de roches, M. Lossen ne prétend point y faire entrer seulement celles qui sont métamorphiques. On peut tout aussi bien appliquer ce nom à des sédiments stratifiés qui auraient cristallisé immédiatement après le dépôt, ainsi que l'admettent pour certaines porphyroïdes MM. Credner et Gümbel.

[2] *Journal des Mines*, t. XVI, pp. 303 et suivantes.


Digitized by Google

la croyance répandue alors, que le granit existait dans les Ardennes. « La » manière, » dit-il, « dont les feuillets schisteux s'appliquent exactement » autour des blocs de granit, prouve que le granit s'est formé avant le ter- » rain schisteux. » Von Raumer [1] désigne aussi ces roches comme étant formées de granit et en répand l'opinion en Allemagne. D'Omalius fait en 1810 sa première visite à Mairus, et publie les résultats de son voyage dans une notice *Sur l'existence, dans le département des Ardennes, d'une roche particulière, renfermant du feldspath* [2].

Dans ce travail remarquable, d'Omalius rectifie l'opinion de Coquebert; il reconnait que la roche de Mairus n'est pas un granit, mais une espèce d'*ardoise porphyroïde,* et qu'elle n'est pas antérieure aux couches schisteuses environnantes. Il y distingue plusieurs variétés : l'une en bancs compactes, avec une texture porphyrique; une autre nettement schisteuse, mais englobant de nombreux cristaux de quartz et de feldspath; une troisième variété, que l'on pourrait prendre au premier coup d'œil pour un schiste ardoisier, mais qui renferme, comme les premiers, de nombreux noyaux de feldspath et de quartz. Il signale, d'après le minéralogiste Haüy qui en avait eu des échantillons, les formes bien arrêtées de quelques cristaux de Mairus, en même temps que la disposition ovoïde de beaucoup d'autres. Il est frappé de l'analogie qu'offrent certains bancs de ces roches à cristaux des Ardennes avec les grauwackes de quelques terrains anciens, que l'on considère le plus souvent comme étant dues à l'action de transport, et il en conclut non pas que les couches de Mairus soient clastiques, mais que certaines grauwackes pourraient bien ne pas l'être.

En 1823, M. von Dechen visita les terrains ardoisiers du département des Ardennes. Dans une lettre qu'il écrit de Mons à Nöggerath [3], il décrit les roches cristallines de la vallée de la Meuse, qu'il était allé explorer afin de connaître par lui-même si elles étaient formées de granit, comme le pensaient

[1] *Geognostische Versuche*, 1815, p. 49.

[2] *Journal des Mines*, t. XXIX, pp. 55 et suivantes. L'auteur rapporte les mêmes opinions, sans changement notable, mais en abrégeant beaucoup, dans ses *Mémoires géologiques*, 1828, pp. 218 et suivantes.

[3] *Das Gebirge in Rheinland-Westphalen*. Bonn, 1824, t. III, pp. 192 et suivantes.

Digitized by Google

encore certains géologues, malgré la note antérieure de d'Omalius. M. von Dechen visita l'affleurement de Devant-Laifour (*l* rive droite), ainsi que les deux affleurements de Mairus. Il insiste sur ces deux derniers, déclare qu'ils sont régulièrement intercalés dans les schistes ardoisiers, qu'ils ont eux-mêmes une structure stratoïde qui passe à la structure gneissique, par l'intercalation de feuillets ondulés de talc et de mica. Il y reconnaît le premier la macle de Carlsbad, reproduite par la plupart des cristaux de feldspath, mais se trompe sur la nature de la pâte qu'il paraît considérer comme siliceuse (*hornsteinartige, quarzige*). Il incline fort à croire que cette roche n'a pas le caractère d'un vrai granit, mais qu'elle est subordonnée aux couches du terrain où elle se trouve. Et telle est aussi l'opinion de Nöggerath, d'après les avis de d'Omalius et de von Dechen [1].

En 1836, à la suite des grandes découvertes de Dumont sur la stratigraphie des terrains anthraxifères de Belgique, la Société géologique de France fit son excursion annuelle dans la vallée de la Meuse, et explora le gisement des roches porphyriques de Mairus et de Laifour [2]. La Société, où se trouvaient réunis quelques-uns des premiers géologues de France, de Belgique et d'Angleterre, examina longuement la masse du ravin de Mairus. Tous les membres présents reconnurent que les bancs de la roche porphyrique sont intercalés à stratification concordante, entre les couches des terrains ardoisiers. Mais la forme émoussée et tout à fait arrondie de beaucoup de cristaux de feldspath, et la structure très-schistoïde de certains bancs, entraînèrent de grandes divergences quand il s'agit de se prononcer sur la nature et le mode d'origine de cette roche de Mairus. La Société se partagea en deux camps. D'Omalius et Dumont, entre autres, attribuèrent à toute la masse une origine plutonienne : 1° à cause de la netteté de beaucoup de feldspath, qui leur parut difficile à concilier avec l'idée d'un transport mécanique; 2° parce que l'on ne voyait pas de roches préexistantes d'où pussent provenir ces cristaux de feldspath; 3° parce que la roche du ravin se termine à sa limite méridionale (aujourd'hui recouverte) par un conglomérat

[1] *Op. cit.*, note, p. 195.
[2] *Bull. de la Soc. géol. de France*, 1re sér., t. XI, pp. 342 à 344.

Digitized by Google

ferrugineux, formé de fragments d'ardoise, et qui semble résulter d'un frottement très-énergique exercé par une masse violemment injectée dans le plan des couches. — Constant Prévost, Buckland, Greenough, Bertrand Geslin et, à leur suite, la plupart des assistants furent d'un avis différent. Ils admirent avec Buckland que la roche en question n'est ni antérieure ni postérieure au terrain ardoisier, mais qu'elle en est contemporaine ; qu'elle n'est pas éruptive, mais qu'elle est constituée par un conglomérat stratifié, formé primitivement de limon mélangé à des cristaux de quartz et de feldspath arraché à un porphyre, dont la pâte avait été détruite; que la netteté de beaucoup de cristaux de feldspath qui ont conservé des arêtes vives, n'avait rien de concluant, car on peut trouver dans des roches qui sont clastiques aux yeux de tous les géologues, comme le millstone-grit du Lancashire, par exemple, des cristaux transportés de feldspaths dont les arêtes sont aussi nettes qu'à Mairus.

Les deux interprétations en présence étaient, comme on voit, aussi opposées que possible. Mais vers cette époque la doctrine du métamorphisme acquérait une grande popularité parmi les géologues. Cette doctrine permettait de jeter un pont entre les vues contraires. Elle est invoquée pour la première fois, à l'occasion des roches porphyriques des Ardennes, par Élie de Beaumont dans l'explication de la carte géologique de France [1]. Ce grand géologue, après avoir résumé, d'après d'Omalius, les caractères des roches porphyriques de la Meuse, disait que les graves dissensions concernant leur origine ne se termineraient probablement que quand on aurait trouvé moyen de leur adapter l'ingénieuse et flexible théorie du métamorphisme : expressions qui ont souvent été répétées à l'occasion des roches de la Meuse [2].

Vers le même temps, Sauvage et Buvignier décrivirent la géologie des Ardennes françaises [3]. Ils insistent sur les roches porphyroïdes des environs de Mairus. Ils y distinguent, outre le quartz, deux espèces de feldspaths :

[1] Tome I, pp. 258 à 260.

[2] Naumann, *Lehrbuch der Geognosie*, 2e éd., t. I, p. 607.

[3] *Statistique minéralogique et géologique du département des Ardennes*, 1852, pp. 120 et suivantes.

Digitized by Google

l'orthose et un plagioclase qu'ils nomment albite. Ils signalent à Laifour un affleurement de roches schisto-porphyriques plus ou moins analogues à celles de Mairus, mais auxquelles l'intercalation de nombreux feuillets ondulés, talqueux, luisants, donne l'apparence d'un gneiss. Nonobstant ce rapprochement remarquable avec les roches caractéristiques de la série schisto-cristalline, les auteurs penchent en faveur de l'opinion de d'Omalius et de Dumont, ainsi que le prouve la phrase suivante : « Plusieurs des variétés schisteuses » situées au contact des roches porphyriques pourraient n'être que le résultat » du métamorphisme qu'ont dû subir les couches mêmes du terrain lors de » l'intrusion des porphyres et des diorites [1]. »

Dumont, dans sa description du terrain ardennais de la France [2], désigne les roches feldspathiques de la région de Mairus par le terme d'hyalophyre. Il entend par ce mot une roche composée d'une pâte d'eurite de laquelle se détachent des cristaux d'orthose et de quartz plus ou moins dodécaèdre, transparent ou translucide. Aux minéraux précédents qui sont essentiels peuvent s'en joindre d'autres accidentels, parmi lesquels Dumont cite la pyrophyllite qu'il considère comme matière première des feuillets nacrés qui accompagnent souvent la pâte des hyalophyres. Quand cette pâte ne manifeste pas de tendance au feuilletage, l'hyalophyre appartient à la variété massive; quand l'eurite associée à la pyrophyllite constitue des feuillets ondulés à l'entour des cristaux, on a l'hyalophyre schistoïde. Resté fidèle à son opinion exprimée en 1836, Dumont voit indistinctement dans tous les hyalophyres des roches d'injection en filons couchés.

La masse *b*, rive gauche, est à ses yeux un filon dont la face méridionale présente environ deux mètres d'albite phylladifère (roche schisto-granitoïde formée de lamelles de chlorite et de grains clivables d'albite), laquelle devient progressivement porphyroïde et passe à un hyalophyre dont les cristaux d'orthose ont quelquefois un décimètre de grandeur.

La masse *c*, rive gauche du ravin de Mairus, est formée pour la partie principale d'hyalophyre massif grisâtre, renfermant de grands cristaux d'orthose et de quartz gris noirâtre, des fragments de phyllade et de quartzite

[1] *Op. cit.*, p. 122.

[2] *Mémoire sur les terr. ard. et rh.*, Mém. de l'Acad., t. XX, pp. 26, 27, 86, 87 et suivantes.

Digitized by Google

pyritifère. Vers l'éponte la roche devient phylladifère, schisto-porphyroïde et la salbande méridionale [1] est formée de fragments de phyllade réunis par un ciment limoniteux.

MM. Dewalque, Gosselet et Malaise, disciples d'André Dumont ou explorateurs des mêmes régions, ont parlé incidemment dans leurs travaux des masses porphyriques de Mairus [2]. Ils suivent l'opinion de Dumont et y voient des filons de porphyre injectés dans le plan des couches. M. Gosselet, en particulier, voit dans la roche de Mairus un véritable porphyre quartzifère. Toutefois M. Dewalque, changeant de manière de voir à la suite de ses dernières observations, reconnaît dans les roches cristallines de Mairus des formations contemporaines des terrains encaissants.

L'affleurement *b*, rive gauche, situé à 200 mètres au sud du moulin de Mairus, est celui dont l'exploration est la plus commode, parce qu'il est bien découvert dans toute sa largeur transversale, et ensuite à cause de l'état relativement frais de la surface de la roche, entaillée il n'y a pas très-longtemps pour la tranchée du chemin de fer. Il nous donne la roche la plus remarquable du nord de la France.

Voici la coupe transversale de cet affleurement, telle qu'elle apparaît du chemin de fer :



1. Phyllade revinien normal gris bleu foncé avec lits de quartzite.
2. 15 à 25 centimètres de phyllade, très-tendre, d'aspect talqueux, passant à une roche grise schisto-compacte, rappelant l'aspect de certains *Hälleflinta*.

[1] Dumont (*loc. cit.*, p. 80) dit *septentrionale*, évidemment par erreur, ainsi que le montre la discussion de la Société géologique de France. Ce conglomérat n'est pas visible aujourd'hui.

[2] Cf. Gosselet, *Mém. sur les terrains primaires de la Belgique, des environs d'Avesnes et du*

Digitized by Google

3. 2 mètres environ de schiste d'aspect cristallin, luisant, verdâtre, se délitant en dalles plus épaisses que les phyllades avoisinants. Il renferme des globules et des cristaux de quartz et de feldspaths qui paraissent plus volumineux à mesure que l'on se rapproche de la masse centrale.

4. 8 à 10 mètres d'une roche en bancs massifs, offrant une pâte d'un gris bleu foncé dans laquelle se détachent des cristaux très-nombreux de quartz et de feldspath. Parmi ces derniers il en est qui offrent une très-grande dimension.

Les couches 3 et 2 se répètent avec les mêmes caractères minéralogiques du côté du nord et présentent seulement une moindre épaisseur qu'au sud.

On voit d'après le diagramme que les bancs possèdent une constitution minéralogique identique de part et d'autre de la masse centrale; on voit aussi que la masse porphyrique se rétrécit considérablement vers le haut. Sa largeur de 12 mètres environ au niveau des rails n'est plus que de 6 mètres à la partie supérieure de l'escarpement; et tandis que les phyllades joignant le bord nord inclinent de 60°, ceux du bord sud n'inclinent que de 35°.

Le phyllade n° 2 marque avec la plus grande netteté la limite des couches normales et des bancs cristallins. Il est d'un gris verdâtre très-pâle, mais il passe au brun, au jaune d'or, etc., par son mélange avec l'oxyde de fer. Il a un éclat soyeux argentin, une texture à la fois finement écailleuse et fibreuse. Sa rayure facile à l'ongle donne une poussière blanche éminemment onctueuse et qui possède toute la tactilité savonneuse des schistes talqueux. Mais la substance n'a pas les mêmes réactions que le talc. Au chalumeau elle fond difficilement sur le bord et sans boursouflement en émail grisâtre, et elle bleuit avec l'azotate de cobalt. Pour l'ensemble des caractères elle se rapproche donc de la séricite du Taunus [1] et correspond à la variété cristalline de cette dernière substance. Au surplus, cette sorte de phyllade tendre séríciteux que l'on retrouve à la limite de plusieurs roches porphyriques des

Bourbonnais. Paris, 1860, pp. 38-39. — *Bull. de la Soc. géol. de France*, 2e sér., t. XXI, pp. 307-308. — *Esquisse géologique du dép. du Nord et des contrées voisines*. Lille, sans date, p. 9. — G. Dewalque, *Prodrome d'une description géologique de la Belgique*, 1868, pp. 296-298. — Malaise, *Sur quelques roches porphyriques de la Belgique* (Bull. de l'Acad. roy. de Belgique, 2e sér., t. XXXVIII; juillet 1874).

[1] Cf. sur la distinction du talc de la pyrophyllite et de la séricite, K. Lossen, *Geognostische Beschreibung der linkrheinischen Fortseztung des Taunus*, etc., Zeitschrift der deutsch. geol. Gesellschaft, XIX, 1867, pp. 546, 552.

Digitized by Google

Ardennes et du Brabant, comme au ravin de Mairus et à Marcq, n'est pas nécessairement contiguë aux masses à cristaux de feldspath. On la voit se développer quelquefois au contact des veines de quartz blanc si fréquentes dans les terrains ardennais, comme par exemple au mont Malgré-Tout, à l'est de Revin et à distance des couches schisto-porphyroïques qui traversent cette colline. Nous pensons que Dumont aura souvent confondu dans les Ardennes la séricite avec la pyrophyllite, erreur dans laquelle il est tombé aussi à propos des roches du Taunus, ainsi qu'il ressort des travaux de M. K. Lossen.

Le phyllade tendre, onctueux, s'associe au n° 2 de la coupe précédente avec des lits plus ou moins minces d'une matière finement grenue ou sub-compacte, rayant le verre, blanche, à éclat vitreux faible qui, vue à la loupe, se montre criblée de paillettes submicroscopiques, blanches, nacrées, qui doivent appartenir à la séricite. La roche en question s'arrondit difficilement sur les bords au feu du chalumeau. Elle est souvent veinée de quartz. Nous la rapprochons *pour l'aspect* de certains prétrosilex ou Hälleflinta schistoïdes, mais elle doit être beaucoup plus riche que ceux-ci en quartz. Le mica sériciteux en est un élément essentiel. On voit communément s'interposer dans cette substance des feuillets et des lames minces de séricite microcristalline. Selon que les feuillets interposés sont plus ou moins rapprochés, la roche est plus ou moins feuilletée et, dans sa cassure transversale, elle rappelle souvent alors la texture zonaire des quartzophyllades de Dumont. On retrouve la même espèce de roche à la limite des roches porphyroïdes du ravin de Mairus, et aussi au contact des schistes cristallins de Revin.

Le phyllade d'aspect tendre et talqueux passe, avons-nous dit, à une roche grise schisto-compacte rappelant l'aspect de certains Hälleflinta. Nous avons fait tailler et polir des fragments de cette assise. Les échantillons observés au microscope appartiennent à la partie de l'assise où la schistosité est encore assez prononcée. Ces lames minces nous permirent de constater avec certitude l'analogie de cette roche schistoïde avec les *sericitschiefer* du Taunus. La masse principale de la roche que nous décrivons est composée de fibres de séricite enlaçant quelques grains irréguliers de quartz et de feldspath. Le quartz apparait au microscope beaucoup plus répandu que le feldspath, mais

Digitized by Google

c'est bien le mica séricileux qui constitue la majeure partie de cette roche schistoïde. Dans les échantillons dont nous possédons des lames polies, les deux tiers de la masse doivent être rapportés à ce minéral. A Mairus, les caractères microscopiques de la séricite sont identiquement les mêmes que ceux qu'elle présente dans les plaques minces de la roche séricileuse type d'Hallgarten (*Taunus*). M. Rosenbusch est le seul micrographe qui ait, selon nous, bien rendu les traits principaux de ce minéral tel qu'il apparaît au microscope [1]. Comme dans les schistes de Neurode et dans les gneiss à séricite de Schweppenhausen, étudiés par ce savant, nous retrouvons dans nos plaques minces de Mairus la séricite sous forme d'écailles ondulées à structure fibreuse; les fibres constituant une de ces écailles demeurent généralement parallèles malgré leur forme ondulée. A certains points cependant ce parallélisme disparait et l'on a sous les yeux un lacis de lignes qui se croisent dans tous les sens. Il est rare même que l'on puisse suivre sur toute la longueur de la plage séricileuse les fibres qui la composent; souvent, à de courts intervalles, elles se soudent intimement et leur individualité disparait. On le voit, cette structure fibreuse nous permet de séparer ce minéral du mica; son facies rappelle plutôt le talc ou certaines chlorites, dont il se sépare d'ailleurs par ses propriétés chimiques. A la lumière polarisée, la séricite ne montre pas l'homogénéité de teinte qui caractérise le mica, chacune des fibres polarise isolément; ce caractère, important comme diagnostic, nous paraît constant. Les plages séricileuses réduites à l'épaisseur de lames minces propres à de bonnes observations microscopiques revêtent sous l'influence des prismes de Nicol les deux teintes rouge et bleue. Leur dicroscopisme est très-faible; dans certains cas il est nul, ce qui permet de ne pas les confondre avec les lamelles de chlorite; nous ne remarquâmes jamais d'ailleurs dans les parties séricileuses les points absorbants si fréquents dans les plages chloriteuses. La couleur des membranes de notre minéral soyeux vues par transparence est incolore, légèrement jaunâtre; quelquefois elles tirent un peu sur le vert, mais elles sont toujours moins foncées que les plages chloriteuses. Celles-ci contiennent aussi très-souvent des petits grains noirs opaques qui

[1] Rosenbusch, *Physiographie*, p. 377.

Digitized by Google

manquent dans les parties sériciteuses. La grande quantité de séricite que nous remarquons dans la roche que nous étudions semble devoir faire écarter la dénomination d'Hälleflinta. Cependant, celles-ci possèdent de grandes analogies d'aspect avec la roche n° 2 de notre coupe, au moins pour les parties où notre schiste sériciteux est le plus massif. Nous avons examiné au microscope des plaques d'Hälleflinta de Danemora en Suède; celles à grains fins dont on pourrait le mieux rapprocher l'assise que nous décrivons présentent toutefois encore des différences notables. Nous n'avons pas vu dans les Hälleflinta [1] les membranes sériciteuses; la masse fondamentale de ces roches de Suède ne possède pas non plus les caractères microscopiques de la partie phylladeuse du gisement *b*.

On voit encore dans nos préparations de cette roche sériciteuse quelques lamelles brunâtres, dont les plus grandes ont environ $0^{mm},2$ de longueur. Nous en avons remarqué quelquefois dont le contour rappelait l'hexagone, et nous sommes portés à considérer ces paillettes comme du mica magnésien. D'autres lamelles incolores, dont la polarisation chromatique est très-intense, nous paraissent se rapporter plutôt à la muscovite. Les points noirs répandus sporadiquement dans nos plaques minces sont mal individualisés; cependant leurs bords légèrement translucides ne permettent pas de les identifier avec le fer magnétique.

Le n° 3 de la coupe est constitué par un schiste à texture feuilletée et ondulée, de couleur gris-verdâtre mélangé de bleuâtre, et verdâtre par translucidité sur les bords minces. A la surface de cassure qui suit généralement les feuillets ondulés, on distingue une masse fondamentale translucide, à éclat vitreux faible, intimement associée à des phyllites qui paraissent être le mica biotite et la chlorite en proportions variables. On voit se joindre aussi à ces minéraux des paillettes microscopiques d'un mica nacré (séricite). Dans la masse on distingue des grains quartzeux, des cristaux minuscules de feldspath, du calcaire, enfin des grains assez nombreux de pyrrhotine. Les esquilles allongées fondent sur le bord en globules noirs. La roche fait

[1] Les Hälleflinta zonaires (*Gebänderte Hälleflinta*) de Danemora ne contiennent pas non plus de séricite visible au microscope.



généralement effervescence avec les acides. Les lits les plus voisins de la masse centrale (n° 4), sans perdre la texture schistoïde, contiennent des cristaux beaucoup plus volumineux, les uns de quartz violet, les autres de feldspath, et parmi ces derniers il en est qui ont plus d'un centimètre de longueur. La roche brunit par altération et son éclat luisant s'affaiblit. La disposition schisteuse et feuilletée suivant la stratification des bancs n° 2 se reconnaît, dès le premier coup d'œil, aussi bien dans l'ensemble que dans les moindres parties. Malgré l'apparence porphyroïde qu'elle prend par le développement des cristaux qu'elle enveloppe, c'est incontestablement une roche stratifiée. Dumont l'a nommée *albite chloritifère,* expression qui, selon nous, ne fait pas une part suffisante à l'élément micacé qu'on y trouve en abondance.

Cette roche présente au microscope une composition et une structure analogues à celles que l'on observe à l'œil nu ou à la loupe. Nos préparations furent taillées dans des échantillons pris au contact de la roche n° 2 de notre coupe. Les lames minces nous montrent ce schiste feuilleté et ondulé se résolvant en un amas de plages chloriteuses qui forment incontestablement la majeure partie des éléments constitutifs de cette roche. Ces plages vert-pâle que nous désignons comme chloriteuses sont presque toujours isotropes; elles sont généralement allongées dans le sens de la schistosité, échancrées et sans contours réguliers. Ces feuillets paraissent ondulés et légèrement écailleux. La biotite, la séricite et le feldspath sont relativement rares dans nos plaques; par contre, le calcaire y prend un développement considérable. Avec l'appareil de Nicol on voit briller partout des points microscopiques que leur vif éclat et leurs belles couleurs irisées font reconnaître pour du calcaire; ils descendent souvent à $0^{mm},1$ de diamètre et sont enchâssés surtout entre les lamelles de l'élément chloriteux. On découvre aussi des plages calcareuses beaucoup plus grandes, qui ne sont point limitées par des lignes cristallographiques et qui semblent remplir des vides entre les phyllites. Ces parties de spath calcaire se reconnaissent très-aisément à la lumière ordinaire; on y remarque les stries parallèles suivant b' $(-\frac{1}{2}$ R.) et le clivage rhomboédrique. Elles renferment des pores et des microlithes prismatiques dont nous parlerons tout à l'heure. Comme dans les chlorito-schistes des Ardennes que

Digitized by Google

nous devons décrire, l'épidote est représentée ici par quelques petits fragments irréguliers qui gisent ordinairement réunis en un point. Les sections quartzeuses de la roche que nous analysons, se distinguent par leur transparence à peine troublée par l'interposition de prismes presque incolores. Ces microlithes se retrouvent ici non-seulement dans le quartz, mais, comme dans les chlorito-schistes de Laifour, répandus dans toute la roche. Avec de faibles grossissements ils apparaissent comme de simples traits. On en trouve qui n'ont pas plus de $0^{mm},002$ d'épaisseur, leur longueur monte jusqu'à $0^{mm},06$. Ce sont incontestablement des microlithes cristallins analogues à ceux que M. Zirkel découvrit dans les schistes argileux des formations paléozoïques [1], et que M. R. Credner a retrouvés dans une foule d'argiles schistoïdes de différents âges géologiques [2]. M. von Lasaulx les a signalés dans les schistes à paragonite et nous les rencontrons dans tous les phyllades ardennais. Ils offrent toujours des formes prismatiques très-allongées; ils sont droits, quelquefois légèrement courbés; leurs extrémités ne paraissent pas s'être développées régulièrement; car quelques-uns sont terminés en pointe, d'autres arrondis ou frangés; enfin on en voit qui sont limités par des faces cristallines rappelant celles des cristaux du système monoclinique. Toutefois ces microlithes, se montrant sous tant d'aspects différents, sont reliés par des formes intermédiaires qui nous permettent de les rattacher tous à une même espèce minérale. Nous remarquons que leur grand axe est orienté suivant la texture ondulée de la roche schisteuse qui les renferme. C'est aussi ce que M. Zirkel avait observé dans ses recherches sur la structure des schistes argileux et des ardoises. Il ne nous a pas été possible de rattacher ces microlithes à une espèce minérale connue.

Le n° 4 constitue la portion centrale et principale du gisement *b* rive gauche. La roche se distingue immédiatement du n° 3 par la couleur plus foncée et la texture plus massive de la pâte, connue par le nombre et le volume des cristaux qui y sont enchâssés. Les bancs n'en sont pas schistoïdes. Les joints ou fissures obliques qui les traversent sont pour le moins aussi

[1] F. Zirkel, *Pogg. Annal.*, vol. CXLIV, p. 319.
[2] G.-R. Credner, *Zeitschrift f. ges. Naturw.*, 1874, vol. 44.

Digitized by Google

bien marqués que les joints parallèles aux couches : et l'on pourrait y voir au premier abord un porphyre quartzifère normal; mais l'examen plus attentif fait voir qu'il n'en est pas ainsi.

En effet, la masse fondamentale de cette roche n'offre pas la compacité des eurites porphyriques avec lesquelles on l'a confondue jusqu'à présent. C'est un agrégat granulo-cristallin bien discernable à la loupe et qui présente une analogie frappante avec certains gneiss à grains fins. Sa couleur d'un gris bleu foncé résulte d'une impression d'ensemble causée par l'entre-croisement d'éléments diversement colorés. Ces éléments consistent en grains vitreux, blancs, gris, violâtres, de quartz et de feldspath, et en paillettes innombrables d'une phyllite de couleur très-foncée, dont un grand nombre sont dispersées dans tous les sens, mais dont la majorité a une tendance bien marquée à s'aligner parallèlement à la limite des bancs. Sans recourir à l'examen par le microscope, qui d'ailleurs confirme le fait, on s'aperçoit que le mica essentiel de cette roche est la biotite, laquelle se montre en paillettes polygonales parfois discernables, de couleur noire, blanc-grisâtre à la rayure, douée d'éclat métalloïde et qui forme en beaucoup de points de la masse fondamentale des agrégats et des nids. En voyant cette dissémination, l'on est autorisé à identifier avec la biotite le plus grand nombre des éléments foncés phylliteux, difficilement fusibles en verre noir, qui sont mélangés aux grains feldspathiques et quartzeux, et qui sont trop ténus pour être reconnaissables. Dans cette même masse, mais en moindre quantité, on trouve de la chlorite, des écailles d'un mica blanc nacré, de l'épidote fibreuse, du calcaire spathique, des grains de pyrrhotine, de nombreux cubes de pyrite atteignant rarement le volume d'un millimètre cube.

Les éléments aplatis et orientés dans cette pâte y dessinent des feuillets irréguliers, discontinus, ondulant à l'entour des cristaux. La cassure des fragments ne manque pas de révéler ce mode de structure, parce que la rupture s'opère malgré les irrégularités apparentes suivant ces plans ondulés : en quoi la roche en question montre bien la nature d'un schiste.

Ajoutons quelques détails micrographiques sur la structure et la composition de cette masse fondamentale. Comme on vient de le faire remarquer la schistosité de la roche est due surtout à l'interposition dans la pâte de

Digitized by Google

lamelles de mica magnésien et de quelques écailles chloriteuses. L'étude des plaques minces met parfaitement ces faits en évidence. On voit au microscope dans cette masse, tout entière cristalline, s'interposer entre les plages quartzeuses, feldspathiques et calcareuses, des filaments plus ou moins allongés de biotite qui, dans certaines parties, constituent au moins la moitié des éléments micro-cristallins. Ce mica n'offre presque jamais de sections régulières où l'on puisse retrouver la forme hexagonale. Il est limité par des contours échancrés ou arrondis, étirés dans le sens du feuilletage. Souvent aussi les plages de biotite, taillées sur champ, montrent parfaitement bien les lamelles parallèles qui constituent ce minéral. La juxtaposition de ces feuillets de mica détermine fréquemment des sections parallélogrammiques nettement limitées sur le bord parallèle à p (OP) mais frangées et irrégulières sur les bords qui devraient constituer les faces du prisme. Vue par transparence la biotite de cette porphyroïde est ordinairement jaune-brunâtre, d'une teinte assez foncée; cependant des lamelles se montrèrent aussi presque incolores. Elle est associée quelquefois à des parties verdâtres que nous croyons devoir considérer comme de la chlorite. Dans certains cas cependant la biotite elle-même est colorée en vert, car sur les bords des paillettes brunâtres on les voit passer du brun au vert pâle. Le phénomène de la polarisation chromatique, lorsqu'il est saisissable, donne à la lamelle de mica que l'on observe une teinte homogène pour toute la plage. Quelques-unes de ces sections micacées s'obscurcissent entre les nicols croisés. Leur dicroscopisme est très-sensible, les lamelles de biotite passant souvent, dans l'essai avec le prisme polariseur, par deux teintes différentes bien prononcées. On les voit se colorer successivement en brun noirâtre et en jaune brunâtre. Elles contiennent de petites enclaves sphériques, qui descendent souvent à $0^{mm},02$ de diamètre (voir pour toute cette description la fig. 28, pl. V).

Si l'on étudie les préparations de cette porphyroïde avec de faibles grossissements, on constate que ces lamelles microscopiques, répandues en si grand nombre dans la masse fondamentale, lui prêtent la structure d'un vrai gneiss à grains submicroscopiques. On les voit avec un alignement constant; c'est la petitesse des éléments de la pâte qui fait que la schistosité et la structure parallèle ne soient pas nettement indiquées, quoique un

Digitized by Google

examen attentif les fasse découvrir à l'aide de la loupe, quelquefois même à l'œil nu.

Souvent ces files de paillettes micacées se renflent en certains points; la biotite forme ainsi des amas où plusieurs lamelles sont superposées, généralement allongées et s'enchevêtrant les unes dans les autres. Près des cristaux de quelque dimension, qui donnent à la roche sa structure porphyrique, on voit le mica s'écarter de sa direction; il contourne les grands feldspaths et les quartz, et vient s'accoler sur leurs bords. Le parallélisme de la disposition du mica est rompu et la phyllite décrit alors des lignes ellipsoïdales ou ondulées; la schistosité s'efface un peu et la structure parallèle ne s'accuse plus que par une alternance de bandes dont la coloration est plus ou moins foncée suivant que la biotite ou la pâte domine. On doit rapprocher cette structure de celle que montrent certains gneiss à grains fins, les cornubianites, par exemple, qui possèdent la même composition minérale que la porphyroïde de Mairus que nous décrivons, et dans lesquelles les grains de feldspath et de quartz de petite dimension prennent une structure schistoïde irrégulière et ondulée, par l'interposition de lamelles de mica [1]. On le voit, cette texture gneissique doit nécessairement faire rayer de la liste des porphyres cette roche de Mairus; la microstructure de cette roche n'a jamais été signalée, à notre connaissance, dans un porphyre normal.

Comme nous l'avons dit plus haut, c'est le quartz surtout qui constitue la masse fondamentale où sont enclavées les lamelles de biotite. Le feldspath en grains est moins fréquent dans cette pâte; il y apparait sous la forme de points grisâtres qui sont surtout reconnaissables à l'aide des nicols.

Outre ces trois éléments constitutifs de la masse, nous devons citer encore la chlorite et l'épidote; celle-ci apparait en petits grains jaune citron et se retrouve assez fréquemment dans nos plaques minces. Les microlithes que nous avons signalés en parlant du n° 3 de notre coupe, se retrouvent en grand nombre dans la masse fondamentale de cette assise. Leur présence constitue une analogie de plus entre la partie centrale du gisement *b*, rive gauche, et les schistes cristallins; elle confirme, en outre, l'idée

[1] F. Zirkel, *Lehrb. der Petrographie*, II, p. 419. — Naumann, *Lehrb. der Geognosie*, I, 548.

Digitized by Google

que nous n'avons pas affaire à des couches indépendantes de celles qui les limitent.

L'analyse de cette pâte, que nous avons fait faire par M. le Dr Bischopinck, nous fournit une nouvelle donnée pour assimiler la masse fondamentale de la roche *b* avec les gneiss.

M. Bischopinck a obtenu :

SiO_2	=	73,62 °/₀
FeO	=	3,05
Al_2O_3	=	12,46
MnO	=	0,47
CaO	=	3,00
K_2O	=	3,81
Na_2O	=	2,31
H_2O	=	1,05
Total . . .		99,77 °/₀

Cette composition peut très-bien se rapprocher de celle d'un gneiss, car si l'on calcule la moyenne d'un grand nombre d'analyses de gneiss, on obtient comme composition moyenne de cette roche les chiffres suivants :

SiO_2	=	70,80
Al_2O_3	=	14,20
FeO	=	6,10
CaO	=	2,60
K_2O	=	3,00
Na_2O	=	2,10
H_2O	=	1,20

C'est dans la masse que nous venons de décrire que se détachent les cristaux qui donnent à l'ensemble la structure des porphyres. Ces cristaux ont des dimensions variables. Le plus grand nombre a depuis 3 ou 4 millimètres jusqu'à 1 ou 2 centimètres de longueur. Beaucoup d'autres dépassent cette dernière dimension et ont 3, 4 et 5 centimètres. Ceux de 8 centimètres ne

Digitized by Google

sont pas rares, et nous en avons observé qui dépassent 1 décimètre. Du premier coup d'œil on reconnaît parmi ces minéraux cristallisés du quartz hyalin et des feldspaths. Parlons d'abord de ceux-ci.

Parmi ces feldspaths du gisement *b* de Mairus, les uns ont des contours nettement polyédriques, les autres ont des contours arrondis. Les premiers ne dépassent guère 12 à 15 millimètres de longueur, et la presque totalité de ceux qui appartiennent à cette catégorie sont plagioclases. Leur forme les range dans deux types différents. Un bon nombre d'entre eux offrent la forme $p, m, t, g'a\,{}^{1}/_{2}$ $(oP, \infty'P, \infty P', \infty \breve{P} \infty, 2\bar{P}\infty,)$ avec extension notable des faces p et g' et raccourcissement correspondant des faces m et t, réduites à de petits triangles [1]. Cette disposition qui donne aux cristaux une apparence rectangulaire est commune parmi les orthoses des granites et des porphyres. Mais elle appartient dans le cas présent à des plagioclases que l'on reconnaît aux cannelures de groupement très-habituelles de la face p. Malgré leur apparence simple quand ils sont détachés de leur pâte, ces cristaux sont traversés par une multitude de lames hémitropes, accolées parallèlement à g'. Ces lames sont parfois d'une extrême minceur à Mairus. Il est des échantillons où nous en avons compté plus d'une dizaine dans l'épaisseur d'un millimètre. Ce polysynthétisme dans des cristaux d'apparence simple est signalé depuis longtemps, entre autres chez les oligoclases d'Arendal [2]. Il se reproduit à Mairus d'une manière très-remarquable. Ceux de ces cristaux qui sont le moins altérés ont une couleur légèrement verdâtre ou jaunâtre; ils possèdent une faible translucidité et l'éclat vitreux gras particulier à l'oligoclase. D'autres sont un peu rosâtres. Des mesures que nous avons prises avec le goniomètre de

[1] Les inclinaisons des faces des oligoclases de Mairus sont très-difficiles à mesurer avec précision, parce que ces faces sont ternes d'abord, et de plus ondulées. Pour connaître le symbole de la troncature sur *a* qui détermine le dôme par la combinaison avec *p*, nous avons dû recourir au goniomètre d'Haüy, qui nous a fourni à plusieurs reprises et sur différents individus, un chiffre très-voisin de 97°. D'après Des Cloizeaux, l'angle exact est de 97°22'. La face $a\ {}^{1}/_{2}$ étant déterminée, on reconnaît assez facilement le symbole des autres, soit par la position, soit par les zones. Haüy reconnut autrefois la forme fréquente des cristaux de Mairus : il l'appelle quadrihexagonale : expression répétée depuis par la plupart des auteurs qui ont parlé des porphyres des Ardennes (*Journ. des Mines*, t. XXIX, p. 57); mais Haüy et Dumont l'attribuent à tort à l'orthose.

[2] Des Cloizeaux, *Man. de Min.*, t. I, p. 314.

Digitized by Google

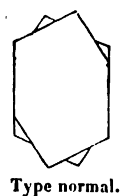
Wollaston sur des lamelles à éclat vif et résultant de cassures fraîches, ont confirmé les inductions basées sur les caractères physiques. Une série de mesures nous a donné la valeur moyenne de 172°20′ pour l'angle rentrant compris entre les faces p de deux lames hémitropes consécutives. Le plus grand écart de la valeur moyenne dans ces mesures n'a pas dépassé 2′ angulaires dans chaque sens. L'angle de 172°20′ étant celui des cannelures hémitropes de l'oligoclase, nos cristaux de Mairus appartiennent bien à cette espèce : ce qu'on pouvait conclure d'ailleurs également de l'abondance du quartz dans cette roche [1].

Le second type des cristaux de feldspath à contours rectilignes fournit aussi les faces $pmtg^1a\ ^1/_2$, mais avec une extension plus notable de l'axe vertical et des faces de la zone correspondante, et un aplatissement relatif dans le sens perpendiculaire à la face de clivage g'. On peut y distinguer aussi les faces ^2g, g^2, b^1, c^1 ($\infty \breve{P}'3$, $\infty'\breve{P}3$, P', $'P$) N. Chose remarquable, tous les cristaux de ce modèle que nous avons observés étaient associés sans exception à la macle de Carlsbad. Toutefois, malgré la ressemblance des formes qui a trompé nos prédécesseurs, ils n'appartiennent pas à l'orthose, mais à l'oligoclase, ainsi que le font voir les nombreuses cannelures de leurs faces de clivage suivant p, dont l'angle mesuré au goniomètre donne très-approximativement 172°20′. Une autre circonstance curieuse se rattache à ce genre de cristaux. Dans tous leurs groupements hémitropes que nous avons recueillis ou observés en place, la face p (OP) de chacun des deux individus maclés ne se prolonge que jusqu'à la hauteur de la face $a\ ^1/_2$ ($2\bar{P}\infty$) du conjoint, sans jamais la dépasser (contrairement à ce qui a lieu régulièrement dans les macles de Carlsbad). Une face nouvelle, sensiblement dans la prolongation du plan de la face $a\ ^1/_2$ du voisin, fait suite à la face p. Elle correspond à une modification sur l'angle o de l'oligoclase, que l'on n'a pas encore signalée et qui doit être très-voisine de o^1 sans toutefois lui être identique. Cette face plus ou moins chagrinée et ondulée ne se prête pas commodément à la mesure. Mais il est clair qu'elle ne provient pas simplement de l'extension de la face $a\ ^1/_2$ du conjoint, mais qu'elle est bien une modification du demi-

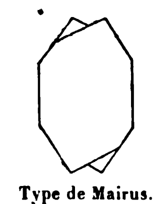
[1] Conf. sur les associations de l'oligoclase. Senft, *op. cit.*, pp. 595-597.

Digitized by Google

cristal auquel elle adhère, car elle est striée par la trace des plans de clivage qui correspondent à ce cristal. Il résulte de l'existence de cette face une simplification dans le contour de la macle de Carlsbad, comme l'indique le diagramme ci-joint qui reproduit le type normal et celui de Mairus.



Type normal.



Type de Mairus.

On voit ici un cas nouveau d'un fait cristallographique déjà signalé dans plusieurs groupements d'espèces, et en vertu duquel les brusques saillies sont évitées autant que possible entre les angles et les arêtes des cristaux associés. On remarque que les faces dont les plans sont très-voisins tendent à se confondre en un seul. Nous croyons ce cas fréquent dans la nature, et l'on pourrait nommer la cause inconnue qui le détermine, *loi de simplification du contour des macles* [1]. La même cause probable a déterminé aussi l'existence de certaines courbures qui simplifient dans nos échantillons l'union des individus de droite et de gauche. Il importe de savoir que les caractères cristallographiques que nous venons d'indiquer se reproduisent d'une manière identique dans les divers gisements porphyriques des Ardennes, d'où nous avons pu extraire des cristaux bien formés. C'est le cas dans le ravin de Mairus, dans la vallée de la Commune, sur les bords de l'étang de Rimogne. Nous pensons que ces faits ne sont pas sans valeur, comme nous le dirons plus bas, dans la discussion relative à l'origine des porphyres des Ardennes.

Une autre série de cristaux de feldspath communs à Mairus comprend les

[1] Parmi les exemples analogues à celui que nous citons, et que révèle l'étude du règne minéral, nous rappellerons les cristaux d'orthose de San Piero, à l'île d'Elbe, qui offrent aussi la macle de Carlsbad, et où la face p d'un des deux individus coïncide parfaitement avec la face a' du conjoint. On les retrouve, d'après H. Credner, dans les filons de granulite de la Saxe (*Zeits. d. D. geol. Gesel.*, XXII, p. 655, et XXVII, p. 166). De même, l'on peut signaler les hémitropies si connues de hornblende avec axe de révolution perpendiculaire à h', et dont les quatre faces $b\,{}^1/_2$, ramenées par le fait du groupement à une même extrémité, sont également inclinées les unes par rapport aux autres, de manière à présenter par leur réunion la pyramide d'un octoèdre à base carrée. Un autre exemple est fourni par les macles encore plus curieuses des péricIines du Pfundersthal, dans lesquelles les nombreux cristaux groupés sont orientés réciproquement de manière à permettre aux arêtes p/g^1 de deux lames hémitropes consécutives de coïncider dans toute leur étendue. Or cela ne peut être réalisé, comme l'a montré M. Vom Rath, que si le plan d'hémitropie échappe à toute direction cristallonomique. (*Monats. der Kgl. Akademie der Wiss. zu Berlin*, Feb. 1876.)

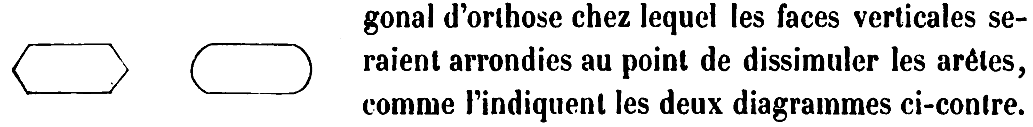
Digitized by Google

formes arrondies qui ont préoccupé depuis longtemps les observateurs de ce gisement. Les cristaux des deux premières catégories ci-dessus décrites ont parfois aussi certaines arêtes arrondies, et les macles de Carlsbad offrent même à l'occasion, comme on le dira, des surfaces courbes de raccordement très-remarquables et qui semblent dépendre de la loi de simplification déjà citée. On peut considérer ces particularités comme faisant le passage aux formes ovoïdes dont nous allons parler et chez lesquelles le contour extérieur de l'espèce est plus ou moins complétement effacé. On peut distinguer deux divisions dans ce groupe de cristaux :

1° Ceux dont le noyau est formé d'orthose;

2° Ceux qui paraissent constitués par un agrégat de plagioclases.

Les individus de la première division donnent les plus grands cristaux signalés à Mairus; mais ils en comprennent beaucoup d'autres plus petits. Leur dimension ne descend guère au-dessous de 5 à 6 millimètres : habituellement elle est beaucoup plus considérable et les grands axes de quelques individus atteignent ou dépassent 10 centimètres. Dans la cassure de la roche la section de ces cristaux apparaît plus ou moins régulièrement ovalaire, elliptique. Elle rappelle quelquefois la coupe transversale d'un prisme hexagonal d'orthose chez lequel les faces verticales seraient arrondies au point de dissimuler les arêtes, comme l'indiquent les deux diagrammes ci-contre.



Mais souvent elle est plus irrégulière. Les cristaux à éclat vitreux, tantôt d'un blanc laiteux, tantôt d'un rose saumon, ont deux clivages très-nets qui, mesurés à l'aide du goniomètre, font un angle très-voisin de 90°. Ils ne portent pas les cannelures des feldspaths clinoédriques. Ce sont des orthoses dont les clivages suivant les bases p (OP) croisés dans deux sens différents, reproduisent à peu près invariablement la macle de Carlsbad.

Il arrive que les orthoses arrondis se détachent aisément de la masse enveloppante. On voit alors que leur surface extérieure est ondulée, mamelonnée, et s'écarte tout à fait du type normal. En voyant le contraste subsistant entre leur structure intérieure si nettement cristalline et l'irrégularité de la surface qui les limite au dehors, il est assez naturel de considérer ces minéraux enchâssés, comme des cristaux usés, émoussés par le transport, en un mot

Digitized by Google

comme des éléments de provenance étrangère. Cette hypothèse semble se confirmer par l'inspection de quelques-uns des gisements avoisinant Mairus, où l'on rencontre des couches schisto-porphyriques, avec des nodules cristallins de ce genre qui ressemblent singulièrement à des cailloux roulés. Plusieurs observateurs, partisans de l'idée de conglomérats, ont admis qu'il en était ainsi et nous-mêmes nous l'avons cru longtemps [1]. Mais c'est à l'examen minutieux des détails de résoudre cette question capitale pour l'interprétation de nos roches porphyriques.

Or en scrutant attentivement la coupe transversale des cristaux ovoïdes, on remarque que beaucoup d'entre eux passent du rose saumon au blanc grisâtre vers leur pourtour extérieur. En même temps que la couleur pâlit vers le bord, l'éclat devient plus vif et plus gras, et l'on voit apparaître de fines cannelures, caractérisant les feldspaths clinoédriques. Le changement précité n'affecte souvent qu'une zone extrêmement mince et qui n'atteint pas un demi-millimètre d'épaisseur. Cette zone présente néanmoins une continuité remarquable : c'est une sorte d'épiderme appliqué sur tout le noyau d'orthose. Dans d'autres circonstances la zone oligoclasifère est beaucoup plus large et entre pour une fraction notable dans la surface de cassure. En général, la part relative de l'oligoclase est d'autant plus grande que le noyau d'orthose est plus petit [2].

[1] Il existe en effet dans d'autres régions des roches clastiques où les éléments porphyriques sont des cailloux roulés cimentés par une pâte cristalline et auxquels on pouvait comparer la roche de Mairus en admettant qu'elle était un conglomérat. Telles sont les roches qui constituent en Norwége ces puissants conglomérats à la base du silurien et que M. Kjerulf désigne sous le nom de *formation sparagmitique*. Certaines grauwackes d'Herrengrund en Hongrie, le conglomérat de Val Orsine, les sernifites (*veruccano* des géologues italiens), sont formés de débris de roches cimentés par un élément phylladeux, qui donne souvent la structure gneissique que nous avons à Mairus. Axel Erdmann (*Leonhard's Jahrbuch*, 1864, p. 644) a décrit une roche de Dalstand en Suède qu'il nomme *Conglomerat-Protogin-Gneiss*. Sa pâte est celle d'une protogine gneissique, mais cette roche contient en outre des fragments roulés dont les dimensions varient depuis 5 à 25 centimètres environ. Ces fragments enchâssés sont des débris de quartzites, d'Hälleflinta et des cailloux roulés d'un conglomérat avec pâte d'Hälleflinta.

[2] Voyez le dessin (pl. 6, fig. 33) reproduisant l'aspect macroscopique de la roche *b* de Mairus, où, à côté d'un cristal volumineux d'orthose dont le pourtour oligoclasifère est réduit à la minceur d'une pellicule, un autre cristal plus petit de la même substance s'offre avec un large entourage de plagioclase.


Digitized by Google

Quand on dégage tout ou partie de ces noyaux orthosés de la roche qui les renferme, on a lieu d'observer que le revêtement de plagioclase s'est produit tout à l'entour. On reconnait les cannelures et l'éclat propre à l'oligoclase tantôt suivant des lames plus ou moins étendues, tantôt dans une série de petits cristaux plus ou moins juxtaposés et qui semblent à peu près assujettis à la même orientation que les plans de clivage du noyau d'orthose maclé sur lequel ils reposent. Cette unité d'orientation dans toute la masse globulaire semble indiquer qu'une même action cristalline a prévalu pendant la formation du noyau et celle de son enveloppe. Et cette conséquence se corrobore du fait de l'existence, dans plusieurs de nos échantillons, de petits cristaux d'oligoclase développés dans la masse même de l'orthose.

Ces circonstances montrent que les cristaux de plagioclase se sont fixés soit dans la masse de l'orthose, soit sur son pourtour, en affectant, autant que le permet la différence de symétrie, des directions d'axes très-voisines de celles des axes de l'orthose contre lequel les plagioclases sont appliqués [1].

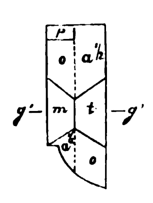
Il arrive que la croûte plagioclastique conserve une épaisseur assez égale ; mais plus souvent elle grossit ou s'amincit selon les places, et l'irrégularité singulière que présentent beaucoup de noyaux cristallins de la masse porphyrique de Mairus tient à cette circonstance, et non pas à une action mécanique émoussant des cristaux préalables. L'examen scrupuleux des surfaces arrondies y fait découvrir des stries de lames hémitropes d'une extrême finesse et des groupements très-nets de petits cristaux : phénomènes inconciliables avec l'hypothèse d'une friction due au transport et qui aurait pu causer l'arrondissement et les autres irrégularités des noyaux cristallins. L'existence de noyaux d'orthose tout à fait arrondis conduit à cette même conclusion, que les minéraux sont là dans leur lieu d'origine, et qu'à Mairus les feldspaths se sont souvent développés spontanément sous la forme globulaire.

Les cristaux maclés à arêtes vives, que nous avons décrits plus haut, portent en eux-mêmes la preuve du même fait. Nous avons déjà fait remarquer chez eux la simplification des contours de la macle de Carlsbad par suite de

[1] Streng a remarqué ce même parallélisme relatif entre les cristaux d'albite et d'orthose des perthites que renferment les pegmatites de la vallée de Radau, dans le Hartz. Conf. *Neues Jahrb. für Mineralogie und Geologie,* 1871, p. 719.

Digitized by Google

l'existence d'une face nouvelle qui abolit quatre des angles saillants du groupement normal. On y constate aussi des courbures régulières, qu'aucune cause mécanique n'a pu produire, et qui sont évidemment primitives. La figure ci-contre représente un de ces cas. C'est une macle de Carlsbad vue dans le plan de jonction de l'hémitropie et qui porte à sa partie inférieure une courbure, en retrait de la face g^1 (le klinopinakoïde) de l'individu de gauche. Ce genre d'arrondissement se reproduit plusieurs fois à Mairus et il nous paraît décisif pour le fait que nous cherchons à établir [1].



D'après cela, on pourrait dire que la cristallisation des espèces minérales à Mairus ne s'est pas opérée avec la même liberté que dans beaucoup de porphyres, peut-être par suite d'une moindre plasticité du milieu environnant. Il en résulte, dans cette localité remarquable, des silicates qui, à l'instar du calcaire, du gypse, de la pyrite, fournissent un passage entre le cristal proprement dit et les formes concrétionnées.

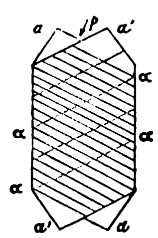
[Mais pour mieux apprécier la structure propre aux gros cristaux d'orthose de Mairus, il faut considérer les systèmes de veinules quartzeuses dont un grand nombre d'entre eux sont traversés. Beaucoup de ces cristaux nodulaires, en effet, sont sillonnés de petites veines ou lames de quartz, plus ou moins rectilignes, sensiblement parallèles entre elles et qui traversent presque toujours la masse feldspathique de part en part et suivant deux dimensions. Il est clair que ces veines correspondent à des fissures planes de l'orthose, remplies après coup par le quartz, quelquefois par d'autres substances, telles que le mica potassique, la biotite, le calcaire, l'oligiste micacé, etc., et que, en outre, ces fissures ne sont pas contemporaines de la formation du cristal de feldspath, car bien que celui-ci soit subdivisé par elles en tronçons distincts,

[1] En observant d'une part l'association intime de l'oligoclase et de l'orthose dans les cristaux arrondis de Mairus, de l'autre la coexistence dans le même gisement d'individus à arêtes vives et de masses cristallines semblables à des cailloux roulés, l'idée nous était venue que les globules d'orthose étaient clastiques mais qu'ils avaient subi une sorte de feldspathisation postérieure dans leur gisement actuel, et que l'oligoclase avait pseudomorphosé les couches extérieures des feldspaths potassiques. Mais aucun fait minéralogique connu dans la science n'autorise à supposer une transformation de ce genre. D'un autre côté, des cristaux tels que celui qui est dessiné ci-dessus démontrent péremptoirement la cristallisation circulaire et immédiate.

Digitized by Google

les plans de clivage et d'hémitropie se poursuivent d'un bout à l'autre du cristal fissuré. Nous savons d'ailleurs que, dans tout édifice cristallin, la constance d'orientation moléculaire implique la juxtaposition immédiate de toutes les parties de la masse. On peut donc conclure avec certitude que beaucoup de cristaux de feldspath de cette roche ont été fragmentés par des fissures pseudo-régulières après leur complet achèvement. L'épaisseur des lames quartzeuses prémentionnées est communément faible et descend souvent à une petite fraction de millimètre. Elles se multiplient dans quelques cas au point que l'on peut en compter plus de cent sur la longueur d'un cristal de 6 à 7 centimètres. Quand le noyau d'orthose est revêtu d'une couche d'oligoclase, cette couche est également traversée par les lames de quartz. Mais celles-ci s'arrêtent toujours au contour extérieur du nodule, et ne pénètrent jamais dans la pâte gneissique : point important et qui prouve que si l'existence des fissures est postérieure à la formation des noyaux d'orthose et d'oligoclase, par contre elle est antérieure à la disposition actuelle de la pâte, ou en est tout au moins contemporaine.

Les plans quartzeux qui subdivisent les feldspaths de Mairus obéissent à des orientations variées; mais dans le plus grand nombre des cas ils paraissent assujettis à l'un des deux modes suivants :



Le plus souvent les plans découpant le feldspath sont rangés suivant le clivage basique de l'un des deux individus de la macle de Carlsbad, et ils se prolongent sans changer sensiblement de direction et par conséquent contrairement au clivage facile, à travers l'autre cristal hémitrope. Ce phénomène est reproduit dans le diagramme ci-contre.

On y indique une macle de Carlsbad, vue perpendiculairement au plan d'hémitropie. Le cristal *aa* placé en arrière est sensé traversé par des veines ou lames quartzeuses parallèles à son clivage selon la face basique *p*. Ces veines se propagent dans le cristal *a'a'* placé en avant sans que leur direction soit modifiée; elles sont indiquées par les droites parallèles qui sillonnent ce dernier cristal, et comme le montre le diagramme, elles coupent obliquement sa direction propre de clivage, indiquée par les lignes pointillées, *αα*, *αα*.

D'après le second mode, le système de fissuration est indépendant à la fois

Digitized by Google

des directions de clivage facile des deux moitiés de la macle de Carlsbad. Tantôt l'alignement x se poursuit d'après une série de plans parallèles à l'axe vertical des cristaux groupés et correspondant à peu près à l'orthopinakoïde, ou autrement à la face h'; tantôt cet alignement, tout en restant sensiblement parallèle à l'axe vertical, suit la direction d'une des faces prismatiques m (∞ P) de l'orthose, suivant lesquelles, comme on le sait, beaucoup de cristaux de feldspath accusent un clivage assez sensible. Ces fissurations et ces altérations laminiformes prolongées souvent à l'encontre des clivages indiquent dans les orthoses de Mairus de l'analogie avec quelques perthites.]

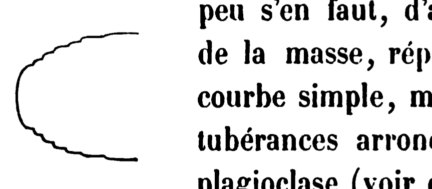
Il existe dans la roche de Mairus des masses globuliformes qui résultent de l'agrégation de cristaux de plagioclase. Ce sont les plus irrégulières de toutes, et qui, dans certaines circonstances, rappellent le plus complétement par leur forme extérieure des débris clastiques, brisés et roulés dans le sein de l'eau [1].

Les agglomérations dont il s'agit sont essentiellement formées de plagioclase à éclat vitreux gras, d'une vivacité remarquable, ayant une couleur gris-verdâtre un peu plus foncée que la généralité des oligoclases précédemment décrits. La texture de plusieurs de ces masses globulaires est saccharoïde par suite de l'atténuation des éléments cristallins qui les composent. Mais dans beaucoup d'entre elles, on reconnaît la constitution minéralogique même sans recourir à la loupe : l'on remarque que les cannelures et les plans de clivage des feldspaths y sont plus ou moins interrompus, que le quartz et parfois la pâte feldspatho-quartzeuse de la roche s'interposent entre les individus. Sur les surfaces transverses de cassure, la masse cristallisée n'a pas l'aspect d'un tout continu, mais plutôt d'un groupement de petits cristaux, qui se joignent plus ou moins par les bases ou par les côtés, et qui sont

[1] C'est M. C. Lossen de Berlin, à l'examen duquel nous avons soumis des échantillons des roches de l'Ardenne, qui a attiré notre attention sur la structure de ces nodules cristallins. Nous avions envoyé à cet éminent géologue un fragment des bancs schisteux situés à la partie supérieure de la roche porphyrique du ravin de Mairus, fragment qui enveloppait une masse très-irrégulièrement arrondie et ayant à un haut degré l'aspect d'un débris roulé. M. Lossen brisa cette masse et y reconnut la structure que nous décrivons ici et qui écarte pour ces formes arrondies l'hypothèse de la clasticité. Depuis l'envoi fait à M. Lossen, nous avons retrouvé de nombreux exemples du même fait dans les gisements b, g et t.

Digitized by Google

juxtaposés généralement d'après le même système d'axes cristallins. Ainsi, dans la plupart de ces masses globuleuses, le très-grand nombre des cristaux composant sont alignés suivant les directions croisées de la macle de Carlsbad, qui partage le tout en deux moitiés hémitropes. C'est une chose très-curieuse qu'une telle agglomération de centres cristallins tous orientés, ou peu s'en faut, d'après la même loi d'hémitropie. Le contour de la masse, répondant à la structure, n'est pas formé d'une courbe simple, mais généralement d'une série de petites protubérances arrondies, dont chacune répond à un centre de plagioclase (voir diagramme ci-contre).



Complétons cette description des nodules à petits plagioclases par nos observations microscopiques sur la concrétion où M. Lossen découvrit le premier les groupements remarquables de feldspath que nous venons de décrire, et dont l'étude lui permit de trancher la question d'origine de ces formes arrondies. Dans les lames minces de cette concrétion, on constate qu'elle est composée de petits cristaux de plagioclase d'environ 3 millimètres en moyenne; ils sont très-altérés et les stries que l'on remarque cependant facilement à l'œil nu sont tellement effacées dans les préparations microscopiques, qu'on ne les aperçoit plus à la lumière ordinaire; l'appareil de Nicol les met faiblement en évidence. Ces petits feldspaths sont comme le nodule qui les renferme arrondis sur les angles; ils sont distribués dans la concrétion suivant une loi d'alignement à laquelle ils restent généralement fidèles. On en voit bon nombre cependant dont le grand axe forme des angles de 40° à 50° avec l'axe cristallin de la concrétion suivant lequel ils sont orientés. Au premier coup d'œil on dirait que tous ces cristaux gisent isolés dans un fond quartzeux; bientôt on remarque qu'il n'en est pas ainsi. Même avec une forte loupe on aperçoit dans les lames minces des filaments feldspathiques reliant l'un à l'autre les plagioclases. Ces traînées de matière feldspathique ont environ $0^{mm},3$ d'épaisseur en moyenne; elles sont parfaitement alignées suivant la direction des grandes sections qu'elles réunissent. La loi générale d'orientation, qui régit les oligoclases macroscopiques se trouve beaucoup mieux indiquée encore par ces filaments qu'elle ne l'est par les plagioclases mêmes.

Ces traînées feldspathiques sont presque parallèles et elles prêtent au

Digitized by Google

quartz qui les enchâsse, un aspect strié que nous ne pouvons mieux comparer qu'à celui des sections de feldspaths clinoédriques. Le quartz se retrouve dans tous les interstices entre les petits plagioclases; il est plus ou moins troublé par l'interposition des filets feldspathiques dont nous venons de parler. Il renferme aussi des grains de feldspath irréguliers et des lamelles de chlorite semblables à celles de la roche qui enclave le nodule. Dans cette concrétion on rencontre d'autres sections quartzeuses beaucoup plus intéressantes; ce sont celles où le quartz se présente sous forme de gouttelettes. Dans certains cas elles sont parfaitement circulaires, dans d'autres elles rappellent les sections dihexaédriques. Ces parties quartzeuses, d'une limpidité exceptionnelle, sont entièrement indépendantes, autant par la forme que par la position, de l'alignement auquel obéissent les cristaux de plagioclase. Le quartz circulaire elliptique ou dihexaédrique a cristallisé suivant la forme qu'il affecte le plus ordinairement dans nos porphyroïdes; il paraît ne pas avoir été influencé par le milieu plagioclastique, dont tous les éléments sont disposés sur des files parallèles. Il y a plus, le quartz, en cristallisant suivant sa manière, a exercé son influence sur les plagioclases voisins, à tel point que nous remarquons autour du quartz à formes arrondies des dépressions et des déplacements affectant les plagioclases. Ces sections quartzeuses sont ordinairement entourées d'une auréole de substance feldspathique et quartzeuse à grains fins entremêlé de lamelles de chlorite. Sauf le quartz, pour le cas que nous venons de relever, les éléments secondaires, comme la chlorite et les points métalliques, suivent assez bien l'alignement qui s'observe pour les plagioclases.

Outre ces divers minéraux la préparation de ce nodule contenait quelques grains d'épidote.

Les diverses formes feldspatiques que nous avons décrites passent d'ailleurs les unes aux autres, prouvant ainsi qu'elles sont dues à des actions physico-chimiques de même ordre. Nous avons signalé la transition des cristaux strictement polyédriques aux cristaux à contours arrondis : on peut indiquer d'autres passages entre ceux-ci et les agrégations nodulaires de la dernière catégorie, qu'on vient d'analyser au microscope. Ainsi ces agrégations contiennent quelquefois un noyau d'orthose à leur centre. Dans

Digitized by Google

d'autres, un cristal d'orthose de plusieurs centimètres de longueur passe graduellement vers l'une de ses extrémités à une masse grenue plus ou moins volumineuse et constituée de petits oligoclases orientés.

D'après tout ce qui précède, l'on est amené à voir dans les agrégats feldspathiques plus ou moins globuliformes de Mairus, de véritables nodules cristallins, qui se sont développés dans une masse feldspatho-quartzeuse. Dans ces nodules, l'élément orthosé, quand il existe, occupe presque invariablement le centre [1]. C'est lui qui a servi de point de départ à l'action concrétionnante et cristallisante qui s'est continuée par la production des oligoclases. Il faut bien admettre, en effet, que l'anneau de petits oligoclases qui entoure souvent le noyau d'orthose en suivant minutieusement tous ses contours, ne s'est produit qu'après que celui-ci s'était individualisé : or ceci est bien dans le caractère des concrétions, dont les couches extérieures sont en général constituées les dernières. Mais tandis que les rognons cristallins de gypse, de pyrite, de calcaire, d'hématite, de quartz, qui se sont développés dans le sein de terrains préalablement formés, affectent ordinairement la structure fibro-rayonnée, à Mairus les molécules feldspathiques se sont agrégées d'après les mêmes systèmes d'axes cristallins, et le caractère noduleux ne se déclare que par la disposition plus ou moins concentrique des divers feldspaths et par l'arrondissement du pourtour.

Outre les grands cristaux de feldspaths visibles à l'œil nu ou à la loupe, le microscope en découvre beaucoup de très-petite dimension, enchâssés dans la pâte de cette roche. Ils apparaissent comme des taches grisâtres limitées par des formes parallélogrammiques généralement irrégulières. Ils sont pour la plupart, comme leurs congénères macroscopiques, ébauchés, arrondis sur les bords. Presque tous appartiennent au système clinoédrique;

[1] La même chose existe dans le granite *Rappakiwi* de la Finlande. Des Cloizeaux, *Man. de Min.*, t. I, p. 316. A en juger d'après les échantillons de la collection du Muséum d'histoire naturelle de Paris, que nous avons vus, le rappakiwi est un granite porphyroïde à gros grains, qui nous paraît passer à la syénite. Les feldspaths cristallins enchevêtrés du rappakiwi n'ont pas les contours arrêtés des cristaux de Mairus, et ne rappellent un peu ceux-ci que par la couleur et l'éclat de l'oligoclase. M. Delesse (*Mém. sur les roches globuleuses,* p. 5) cite des roches analogues dans les Vosges.


Digitized by Google

leurs stries caractéristiques ne sont pas effacées; presque tous cependant donnent les phénomènes de polarisation propres aux agrégats cristallins (*aggregat-polarisation*).

On voit à l'évidence que ces plagioclases sont fortement altérés, lorsqu'on lave les plaques minces avec un acide; chacun de ces points feldspathiques devient alors un centre où se manifeste une effervescence assez vive. Ces plagioclases microscopiques ont leur grand axe ordinairement orienté suivant le feuilletage de la roche; ils sont alignés à peu près comme la biotite.

Lorsqu'on réduit en lames minces les grands cristaux de feldspath-orthose, on n'arrive jamais à les avoir transparents sur toute l'étendue de la section; on remarque des parties claires qui se prêtent bien à l'observation à l'aide de la lumière polarisée, et d'autres qui restent insensibles à l'action de celle-ci. A la lumière ordinaire se montrent dans les plages plus transparentes des stries parallèles qui deviennent surtout bien visibles à l'aide des appareils de Nicol. On voit alors se dessiner nettement les beaux effets de lumière que nous avons représentés sur notre planche V, figure 27. Ces stries appartiennent à deux systèmes qui se coupent perpendiculairement et qui se détachent, par une teinte particulière, du fond sur lequel ils reposent. Ces stries sont toujours orientées de la même manière pour un individu cristallin; elles s'arrêtent au contact des parties plus opaques. Celles-ci ont leurs contours généralement arrondis, rarement allongés et n'offrent aucune trace de la structure croisée; nous ne nous prononçons pas sur la direction qu'elles suivent relativement aux faces cristallographiques de l'orthose, car, sauf de très-rares exceptions, nous n'avons pu observer pour ces plages plus altérées qu'une allure irrégulière. Avec les nicols, on voit se détacher du milieu de ces plages kaolinisées des points quartzeux et calcareux. Les stries des plagioclases se laissent encore entrevoir; mais, en général, la distinction des feldspaths du 5ᵉ et du 6ᵉ système, si intimement unis dans cette roche, est plus difficile au microscope qu'à l'œil nu ou à la loupe. Nous avons observé toutefois des sections feldspathiques contenant un noyau dont les caractères physiques tranchaient complétement sur ceux de la substance feldspathique entourante. Ce noyau est d'une compacité plus grande, les lamelles polysynthétiques n'apparaissent qu'à son pourtour et n'appartiennent qu'à la zone

Digitized by Google

extérieure du cristal. Certaines plages des grands cristaux de feldspath sont riches en enclaves microscopiques; elles renferment des microlithes biréfringents et d'une texture lamellaire; les petits prismes ont environ $0^{mm},2$ de longueur et sont orientés dans toutes les directions. Nous les considérons comme des enclaves primaires et nous croyons que le minéral auquel on doit les rattacher est le mica potassique. Il se rencontre des feldspaths tellement criblés de ces enclaves qu'on peut dire que ces microlithes forment au moins la moitié de la substance du cristal qui les enchâsse. Avec l'appareil de polarisation on aperçoit aussi intercalés entre les lamelles polysynthétiques un grand nombre de grains calcareux; on les voit de même parsemés dans la masse kaolinisée et ils proviennent très-probablement de la décomposition de l'oligoclase.

On devait s'attendre à rencontrer ces granules calcaires au sein des plages de feldspaths qui font presque tous effervescence avec les acides. Cette décomposition de la substance feldspathique en calcaire s'explique en admettant que les eaux chargées d'anhydride carbonique attaquent d'abord la croûte superficielle du cristal; il s'y forme une couche de kaolin et cette couche devrait aller pénétrant jusqu'au centre du feldspath; or, d'après les observations de M. Senft, il n'en est pas toujours ainsi; il trouva que le centre des cristaux d'oligoclase décomposés est constitué bien souvent de kaolin mêlé avec de la silice et du calcaire [1] que l'on peut même bien souvent observer au microscope. Ces petites paillettes de calcaire qui descendent quelquefois à $0^{mm},06$ de diamètre ne sont bien reconnaissables au milieu de cette pâte décomposée qu'à l'aide de l'appareil de polarisation. On voit alors des points brillants divisés qui dans quelques parties montrent des clivages rhomboédriques. Il est peu de plaques de nos porphyroïdes des Ardennes dont les cristaux de feldspath ne nous aient fourni des exemples du mode de décomposition dont il vient d'être parlé.

Le quartz, autre élément essentiel du gisement *b* de Mairus, parait y être aussi abondant que l'oligoclase. Il existe d'abord en cristaux dont la cassure donne un hexagone mal formé plus ou moins curviligne. La dureté et la

[1] Senft, *Die Kryst. Felsengemengtheile*, p. 593.

Digitized by Google

cohésion de la roche font que les surfaces de fracture traversent le quartz comme les autres minéraux, et il se détache très-difficilement de la pâte. Dans de rares circonstances, sur les parois très-altérées, on peut voir ces cristaux de quartz terminés par la pyramide isocéloèdre, mais les contours en sont mal arrêtés et les faces très-rugueuses [1]. Ces cristaux n'atteignent que rarement 1 centimètre. Mais le quartz existe surtout en petits nodules sphéroïdaux, elliptiques, allongés où l'on ne voit plus de trace de la forme de l'espèce. Ces petits nodules de quartz qui ont beaucoup d'irrégularités, offrent jusqu'à 2 centimètres de grandeur. Tous ces quartz indistinctement ont un éclat vitreux un peu gras, avec transparence laiteuse et une couleur qui varie du bleu violâtre au bleu de lin plus ou moins foncé. Ces variations de nuance donnent au minéral une analogie remarquable avec la cordiérite. La plus grande partie de cette coloration disparaît par l'échauffement dans le tube fermé, et la réaction pyrognostique avec les flux indique à peine quelques traces de fer. Si l'on épie les relations mutuelles des feldspaths et du quartz on s'aperçoit que celui-ci a dû cristalliser dans la roche elle-même et qu'il n'est pas de provenance étrangère, car les nodules de ce minéral s'adaptent fréquemment avec une ponctualité irréprochable au contour externe de certains cristaux de feldspath; quand il se trouve en individus isolés, il peut être aussi ancien et même plus ancien que les feldspaths, comme l'a montré ci-dessus l'examen microscopique; mais dans beaucoup d'occasions l'on voit qu'il a dû cristalliser après qu'une partie des autres cristaux avaient atteint leur configuration présente. — Au microscope on le voit souvent fissuré, criblé d'enclaves liquides avec libelles sans cesse agitées. Dans les grandes plages quartzeuses ces enclaves sont ordinaire-

[1] Les porphyroïdes du Thüringerwald décrits par le Directeur Richter (*Programm der Real-Schule zu Saalfeld*, 1872) contiennent des cristaux de quartz ayant bien des analogies avec ceux que nous décrivons ici. Parmi les échantillons qui nous furent envoyés par ce savant nous en trouvâmes qui ressemblaient beaucoup à la porphyroïde de Mairus, *b*. Celle de Waffenrode nous offrit la même structure et la même composition de la masse fondamentale. Suivant M. Rosenbusch, les quartz bleuâtres et elliptiques de Mairus sont identiques à ceux du gneiss nodulaire (*Augengneiss*) de Bodenmais en Bavière. M. Zirkel a rencontré en Écosse, au Loch Katrine, une roche schistoïde renfermant des cristaux de quartz de tous points semblables par la couleur et la forme à ceux que renferme notre porphyroïde.


Digitized by Google

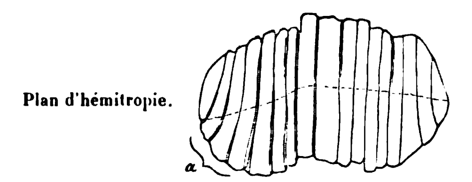
ment alignées; on dirait au premier coup d'œil que la ligne qu'elles suivent est une fissure, mais on remarque bientôt que les traits sombres traversant le quartz sont dus à l'agglomération des enclaves. Avec les forts grossissements du microscope ceux-ci se résolvent en enclaves groupées mais toutes indépendantes. Le quartz renferme parfois des paillettes de mica et de chlorite. Les lames minces nous montrent des sections quartzeuses disloquées par les actions mécaniques; l'espace qui sépare ces fragments a été rempli postérieurement par de petits filons de même substance. Le microscope n'a point dévoilé de matière colorante à laquelle on pourrait attribuer la teinte bleue qui distingue les quartz de la masse centrale; ceux même dont la coloration est la plus foncée perdent cette teinte lorsqu'on les taille en lames minces.

Parmi les cristaux de feldspath et de quartz qui déterminent la texture porphyrique de la roche *b*, il en est beaucoup qui paraissent disséminés d'une manière aussi capricieuse que dans les porphyres quartzifères du type classique. Mais un grand nombre d'autres, et particulièrement les plus grands, tendent à s'aligner comme les bancs de la roche elle-même. Les grands axes des cristaux d'orthose, sauf les déviations accessoires, affectent une direction voisine de celle des bancs contigus aux bords du massif. C'est encore un rapprochement avec les rognons et les nodules dont le grand axe, comme on sait, est généralement parallèle au plan de stratification. De plus, à Mairus, la règle pour la plupart des cristaux maclés d'orthose c'est d'être couchés dans la roche de telle sorte que le plan d'hémitropie corresponde à celui de la couche. Il est clair que dans la constatation de ce fait il importe toujours de tenir compte des ondulations habituelles aux roches schisto-cristallines possédant la texture gneissique. Cette tendance à l'orientation des minéraux cristallisés distribués à l'intérieur des roches anciennes est un fait observé depuis longtemps, fait dont Herschell, Sorby, Daubrée et autres ont cherché l'explication; les terrains ardoisiers des environs de Mairus en fournissent un exemple intéressant dans l'alignement étonnant des octaèdres de magnétite dont sont criblés les phyllades appelés aimantifères.

Le gisement *b* de Mairus présente des fissures plus ou moins remplies de

Digitized by Google

diverses substances minérales. Ces fissures sont de deux sortes. Les unes se prolongent indifféremment à travers les cristaux et la pâte gneissique qui les enveloppe et elles sont généralement de date postérieure. Les autres sur lesquelles on a déjà fixé l'attention traversent simplement les cristaux de feldspath et s'arrêtent exactement à leur pourtour extérieur. Les fissures ou veines de cette dernière catégorie sont antérieures aux précédentes et nous paraissent très-importantes au point de vue de l'histoire géologique de la roche de Mairus. Ces veines ont évidemment pour origine le remplissage par le quartz ou quelque autre minéral des fentes d'un cristal préalablement fragmenté suivant une série de cassures qui sont, comme on l'a vu, sensiblement parallèles entre elles. Or il arrive souvent que les diverses portions fragmentées ont joué entre elles et se sont légèrement déplacées avant d'être ressoudées par le quartz; c'est pourquoi l'on observe fréquemment à Mairus que le pourtour des cristaux offre des dentelures et des retraits qui sont en rapport avec le fendillement intérieur. (Voir le diagramme ci-joint.)



Les veines quartzeuses ne sont pas toujours rectilignes; elles se courbent assez fréquemment, spécialement vers les extrémités des cristaux d'orthose, tout en restant plus ou moins parallèles entre elles. Dans ce cas, l'on constate auprès des veines courbes, par l'examen des plans de clivage, que celui-ci a subi une certaine déviation, et comme une torsion qui correspond à l'écart plus grand des fissures dans le sens où elles divergent (en *a* du diagramme).

Ces circonstances dénotent un agent mécanique ayant opéré sur le noyau cristallin après sa parfaite consolidation, et qui a dû agir à la fois par pression dans le sens des fissures, et par glissement et étirement dans un sens parallèle au plan d'hémitropie. En comparant la direction des systèmes de veinules qui partagent les noyaux orthosés d'un même bloc de la roche, on trouve

Digitized by Google

que cette direction, sauf écarts accidentels, tend vers une moyenne et qu'elle est *à peu près perpendiculaire aux ondulations des feuillets phylliteux de la pâte gneissique* et aux limites des bancs de la roche elle-même. Il s'ensuit que la production de ces veines quartzeuses, qui sillonnent un grand nombre des cristaux ovoïdes de Mairus, dépend d'une cause générale pour tous. On est ramené à y reconnaître un résultat des mêmes actions qui ont produit le feuilletage de la pâte et qui consistent, comme le démontrent tant d'observations et d'expériences relatives au clivage schisteux, dans une pression perpendiculaire au plan de feuilletage avec étirement transversal des éléments minéralogiques. Les actions mécaniques qui ont déterminé les plissements et la schistosité de la roche actuelle ont donc produit également la fissuration et la torsion des cristaux de feldspath, *lesquels sont dès lors forcément antérieurs à l'époque de ces mouvements.* Ces déductions, tirées du simple examen minéralogique, nous conduisent ainsi à confirmer les vues récemment exprimées par M. Dewalque sur l'âge relatif de cette même roche de Mairus et à nous rapprocher, du moins sur ce point, des idées autrefois émises par Constant Prevost et Buckland.

En effet, dans une communication récente d'une très-haute importance relativement à la stratigraphie du terrain ardennais [1], M. Dewalque a fait remarquer la disposition en forme de coin de la roche porphyrique que nous venons de décrire. Il ajoute que dans un sentier placé un peu plus haut sur la pente de la colline et qui met les roches du sous-sol à découvert, on ne voit plus de traces de la roche en question, et il en conclut que l'on a affaire non pas à une fissure remplie par une roche d'injection, mais bien à un pli anticlinal qui reploie la masse feldspathique sur elle-même. D'après cela le gisement *b* ne représente pas une roche d'intrusion postérieure au terrain cambrien de l'Ardenne, mais une assise contemporaine de ce terrain. Nous voyons plusieurs raisons qui militent en faveur de l'interprétation de M. Dewalque :

1° La formation d'un grand nombre de nodules feldspathiques qui, comme on l'a montré ci-dessus, est antérieure à la disposition actuelle de

[1] DEWALQUE, *Annales de la Société géologique de Belgique,* t. I, pp. 66-68.

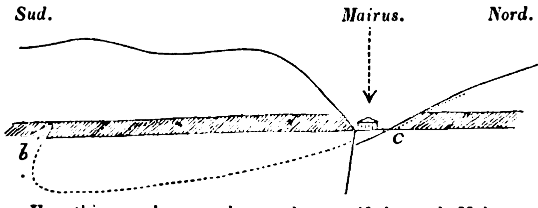
Digitized by Google

la pâte et en rapport avec la schistosité de celle-ci. On en conclut que la cristallisation de la roche de Mairus est en très-grande partie antérieure à son plissement. Des faits analogues se reproduisent dans plusieurs gisements porphyriques des Ardennes.

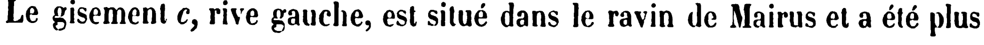
2° Le reploiement de l'assise centrale n° 4 sur elle-même est assez bien indiqué par des joints courbés que l'on remarque particulièrement en haut, vers le bord nord. (Voir le diagramme p. 161.)

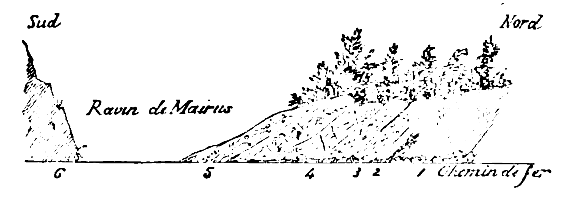
3° La symétrie minéralogique et l'identité de structure de part et d'autre de la masse centrale sont d'une telle ponctualité qu'elles ne peuvent guère s'expliquer que par le reploiement d'un même système de bancs.

4° La comparaison avec la masse porphyrique *c*, rive gauche, qui occupe le ravin de Mairus tendrait vers la même conclusion. Car le massif *b*, avec sa pâte éminemment schistoïde, offre des analogies avec les bancs supérieurs du gisement *c* du ravin et diffère, au contraire, des bancs inférieurs de cette dernière masse, lesquels sont beaucoup plus compactes, comme on le verra. Or, c'est ainsi que les choses doivent se passer, si la roche schistoïde à gros cristaux qui se montre à 200 mètres au sud de la forge de Mairus n'est que la réapparition des bancs supérieurs des porphyroïdes du ravin ramenés au jour par un plissement anticlinal. Le diagramme ci-contre reproduit cette hypothèse stratigraphique.



Hypothèse sur le raccordement des massifs *b* et *c* de Mairus.


Le gisement *c*, rive gauche, est situé dans le ravin de Mairus et a été plus souvent observé que les autres gisements porphyriques des Ardennes. Il apparaît à côté du chemin de fer et en voici la coupe transversale du nord au sud.



1. Phyllade normal, de couleur bleu foncé (système revinien, Dumont).

2. 0m,50 de phyllade satiné séricileux passant à une roche schisto-compacte de couleur gris pâle et semblable au n° 2 de la coupe du gisement *b*.

3. 1 mètre environ de phyllade feldspathique et quartzeux très-altéré, se délitant en dalles plus épaisses que les phyllades du n° 1.

4. 5 à 6 mètres d'hyalophyre massif de Dumont, en bancs sensiblement parallèles à la stratification. Parmi ces bancs il en est qui ont 1m,50 d'épaisseur.

5. Bancs schistoïdes gris bleuâtres ou gris verdâtres, renfermant de nombreux cristaux de feldspath et de quartz, dont quelques-uns de très-grande dimension. L'épaisseur de cette assise est inconnue, la limite supérieure n'étant plus au jour aujourd'hui. Autrefois, vers cette limite supérieure, on voyait un conglomérat ferrugineux [1].

6. Escarpement formé de phyllade revinien normal.

Nous reconnaissons, dans le n° 2 de la coupe précédente, une roche très-semblable à celle du n° 2 de la masse *b*. Elle est formée de phyllade séricileux que l'on prendrait pour du talc et qui est associé à une roche schisto-grenue ressemblant à quelques *Hälleflinta*.

Le n° 3 est trop altéré, du moins dans nos échantillons, pour se prêter à un examen lithologique précis. C'est une sorte de schiste très-feuilleté, finement micacé d'un gris passant au brun ocreux, faiblement vitreux ou luisant sur quelques surfaces de cassure, plus habituellement terreux ou celluleux. Outre les grains de quartz qu'il renferme, ce qui lui donne la propriété de rayer le verre, on le voit à la loupe pointillé de taches blanchâtres qui sont des grains de feldspath kaolinisés. Les lits voisins du n° 4 de la coupe renferment des globules et des cristaux de quartz hyalin, et çà et là des cristaux nodulaires de feldspath qui ont plusieurs centimètres de longueur. Ceux que nous avons recueillis étaient trop altérés pour que l'on pût en constater l'espèce. Certaines esquilles de ce schiste fondent en émail gris, d'autres en verre noir. Il est séricileux et à l'état frais il se rapproche probablement du n° 3 de la coupe de la masse *b*.

Cette roche n° 3 de notre coupe n'a pu se prêter à l'examen microscopique par la méthode des lames minces; n'ayant pu la polir, nous fîmes des préparations avec la poudre grossièrement pilée; les seuls éléments discernables furent quelques lamelles de biotite et des grains de quartz.

Les assises du n° 4 succèdent assez brusquement au n° 3 et constituent

[1] *Bulletin de la Société géologique de France*, 1re série, t. VI, p. 342.


Digitized by Google

la majeure partie du gisement *c*, rive gauche. Elles fournissent un bon exemple de l'hyalophyre massif de Dumont. C'est une roche à texture porphyrique résultant d'une pâte euritique enveloppant de nombreux cristaux de feldspath et de quartz. La pâte est d'une couleur blanc grisâtre, passant au gris verdâtre ou bleuâtre foncé, et qui devient jaunâtre par altération. Son grain est plus grossier que celui de la pâte ordinaire des porphyres. A la loupe on y observe communément beaucoup de paillettes submicroscopiques d'une phyllite, blanche, nacrée, rappelant la séricite. Souvent ces paillettes s'agrégent de manière à former des enduits, des lames, des feuillets, ondulés ou interrompus, entourant les cristaux et qui affectent une orientation sensiblement parallèle à la limite des bancs. Quoique cette roche soit très-tenace et se débite en fragments d'apparence irrégulière, la cassure se fait plus facilement suivant les feuillets sériciteux que nous venons d'indiquer et elle manifeste dans cet hyalophyre massif de Dumont une disposition stratoïde qui la lie aux couches schisto-porphyriques entre lesquelles il est enclavé. La biotite et la chlorite s'entremêlent aux lamelles de mica potassique distribuées dans la pâte et causent les diverses nuances qu'elle présente suivant les places. Enfin ces mêmes phyllites y forment très-fréquemment des masses nodulaires de grandeurs variées [1]. Il en est qui ont plus de 20 centimètres de longueur.

Dans les lames taillées, la pâte, qui constitue cette assise 4 de notre coupe, apparait tout entière cristalline. Quant à la composition, elle serait identique à celle de certains porphyres quartzifères, n'était le lacis de substances phylliteuses, dont les grains constituant la masse sont généralement entourés. Les phyllites viennent-elles à manquer sur l'étendue d'une petite plage de la pâte, comme il arrive dans quelques-unes de nos préparations, il n'est plus possible de distinguer cette pâte de celles des porphyres feldsitiques à gros grains. Nos observations microscopiques nous ont montré que la masse de cette porphyroïde est très-riche en quartz, les grains microscopiques de

[1] La chlorite et surtout la biotite se sont développées avec abondance, en même temps que le quartz, sur les parois des fissures qui traversent cette roche cristalline du ravin de Mairus. La biotite s'y est associée avec un mica bronzé rappelant beaucoup certaines variétés de bastonite et se comportant au chalumeau comme cette dernière substance.

Digitized by Google

feldspath sont moins fréquents. Les phyllites que nous découvrons ici sont surtout la biotite; d'autres lames minces de la même roche du ravin de Mairus nous ont montré souvent aussi la séricite telle que nous l'avons décrite en parlant de la bande *b*, rive gauche. Elle apparaît ici ordinairement teintée en jaune par l'oxyde de fer. Le mica magnésien n'est point aussi abondant que dans la masse centrale de la porphyroïde du gisement *b*, rive gauche ; il ne contribue pas d'une manière aussi régulière à produire la schistosité de la roche que nous étudions en ce moment. Cependant on trouve la biotite enchâssée presque partout dans la pâte; elle y forme parfois de petits nids que le microscope peut seul découvrir. La pâte est sillonnée en certains points par des filaments qu'on prendrait pour de la biotite mal individualisée et dont les bords montrent un dicroscopisme sensible. Ces lignes noires se rattachent quelquefois à des centres où des paillettes de mica magnésien sont groupées.

Les cristaux de feldspath appartiennent à l'orthose ou bien à l'oligoclase. Les premiers sont les plus nombreux dans certains bancs, lesquels sans doute trompèrent Dumont, qui ne vit pas que les feldspaths clinaxiques étaient un élément pour le moins aussi essentiel que l'orthose dans ses hyalophyres. Les cristaux d'orthose de l'assise 4 ont une couleur qui varie du rose saumon au rose corail, des dimensions qui vont habituellement depuis 2 à 3 millimètres jusqu'à 2 à 3 centimètres. Mais dans quelques bancs centraux, on en voit d'isolés qui ont depuis 5 jusqu'à 8 ou même 10 centimètres de longueur [1]. Ceux-ci possèdent toujours des contours ellipsoïdaux ou circulaires identiques à ceux de leurs congénères de la masse *b*, précédemment décrite. Au contraire, le contour des cristaux plus petits est le plus souvent assez nettement rectiligne dans la cassure transversale de la roche, bien qu'il s'en trouve d'arrondis dans ceux qui ont à peine quelques millimètres de longueur. Dans la plupart de ces cristaux d'orthose, petits ou grands, on retrouve la macle de Carlsbad. Quant à la forme de ceux qui sont terminés géométriquement, elle est beaucoup plus difficile à déchiffrer que celle des

[1] Pour les trouver il faut s'élever sur les flancs de la montagne, le long desquels court l'affleurement de la roche porphyrique du ravin. Nous l'avons suivi jusqu'à plus de 100 mètres au-dessus de la Meuse.


Digitized by Google

feldspaths enchâssés dans les couches schistoïdes, parce qu'on ne parvient presque jamais à les détacher de la pâte. Nous en avons reconnu du type $pmg'a^{1}/_{2}$ ($0P . \infty P . \infty \grave{P} \infty . 2\bar{P} \infty$) avec une extension notable de la face g^{1} ($\infty \grave{P} \infty$) et avec allongement antéro-postérieur. D'autres ont pour type $pmh'g^{1} e^{1}/_{2} a^{1}/_{2}$. Nous retrouvons dans beaucoup de ces cristaux d'orthose la même intime association avec l'oligoclase qui est si remarquable dans le gisement *b*, rive gauche. On rencontre ce dernier feldspath avec une couleur gris verdâtre très-pâle, un éclat gras, les cannelures hémitropes caractéristiques du système clinoédrique, tantôt placées au pourtour des cristaux d'orthose, petits et grands, tantôt situés à l'intérieur de ces mêmes cristaux. On peut constater aussi, dans maints cas, la communauté d'orientation entre les feldspaths d'espèces différentes et qui sont agglomérés dans un même nodule. Les oligoclases très-abondants dans quelques parties de la roche ont environ 1 à 2 millimètres de grandeur. Les cristaux isolés de cette espèce rappellent les formes décrites du gisement *b*. Ces cristaux feldspathiques et notamment ceux d'orthose sont fréquemment sillonnés de fissures qui correspondent parfois au plan de clivage les plus faciles et parfois qui se rapprochent de la direction h' ($\infty \bar{P} \infty$) déjà signalée. Le quartz hyalin d'abord et ensuite la biotite, la séricite, la chlorite ont cristallisé dans les fissures propres aux feldspaths. Il arrive également ici que certaines portions d'un cristal fissuré ont été déplacées ou légèrement écartées les unes des autres, phénomène concordant, ainsi qu'il a été dit, avec l'antériorité de la cristallisation relativement à la disposition présente des couches.

L'étude des plaques minces de cette porphyroïde vient confirmer ce que l'on a dit plus haut relativement au rôle joué par les plagioclases dans la roche du ravin. On voit au microscope que presque toutes les sections feldspathiques appartiennent à des oligoclases. Les cristaux d'orthose sont très-rares dans nos plaques minces; ils sont simples ou maclés et, dans ce cas, comme les plagioclases, ils ont cristallisé suivant la loi de Carlsbad. Les individus appartenant à ces deux espèces minérales sont décomposés; les phénomènes optiques se font faiblement sentir au travers de ces sections transformées pour la majeure partie en kaolin. Elles apparaissent à la lumière ordinaire comme des points grisâtres traversés par des lignes un peu plus

Digitized by Google

claires. Avec de forts grossissements on aperçoit que la substance feldspathique est transformée en une foule de petits points opaques, associés à d'autres plus transparents qui paraissent être des particules quartzeuses. Souvent les lamelles polysynthétiques des feldspaths clinaxiques ne traversent pas la section entière du cristal, ce qui confirme le fait relevé précédemment de l'association intime des feldspaths monocliniques et tricliniques, les seconds entourant les premiers. Les stries hémitropes des oligoclases s'arrêtent vers le milieu du cristal ou garnissent seulement les bords extérieurs, le reste de la section polarise avec une teinte uniforme lorsque l'orthose n'est pas maclée, ou il se colore de teintes complémentaires si le feldspath central a cristallisé suivant la macle de Carlsbad. Il n'est pas rare non plus de trouver des feldspaths multiples; deux ou trois plagioclases sont souvent enchevêtrés les uns dans les autres. Leurs contours extérieurs, même ceux des plus petits, sont souvent arrondis. Dans quelques cas nous avons observé qu'une zone très-mince les entoure parfaitement; elle est plus claire que la substance feldspathique qu'elle encadre et nous parait constituée surtout par l'acide silicique provenant de la décomposition des orthoses ou des oligoclases. On voit des cristaux de feldspath qui furent brisés sur place et dont les fragments sont ressoudés par de petits filons quartzeux. La séricite est souvent intercalée dans les plans de clivage des plagioclases qui enclavent en outre de nombreuses lamelles de mica. Dans certains cas il ne reste plus qu'une mince pellicule feldspathique régulièrement terminée; elle limite la plage occupée autrefois par le cristal d'oligoclase; on aperçoit encore quelques rares tronçons de lamelles polysynthétiques; tout l'espace qu'elles occupaient est presque entièrement envahi par une substance verdâtre que nous désignerons par le nom de viridite. Cette matière isotrope s'est bien probablement développée *in situ*. On se convainc bientôt de la justesse de cette interprétation en parcourant au microscope les points où la viridite se montre. Nous l'avons retrouvée toujours accompagnée de fragments de feldspaths aux contours échancrés. Elle pénètre ces débris de cristaux, s'y infiltre dans tous les sens; en certains points on remarque encore des restes du cristal primitif que la pseudomorphose n'a point transformé et dont les positions relatives ainsi que les phénomènes

Digitized by Google

optiques rendent évident qu'ils appartenaient à un seul individu. Dans d'autres cas la pseudomorphose est plus complète, la matière verte a tout envahi, ses contours seuls indiquent qu'elle a pris la place d'un cristal de feldspath.

Les caractères microscopiques de cette substance verdâtre ne peuvent, nous paraît-il, se confondre avec ceux de la chlorite dont on cite quelquefois la pseudomorphose sur feldspath [1], ni avec la séricite dont elle n'a pas l'aspect phylliteux. Cette viridite est bien probablement une substance pinitoïde analogue au silicate microstallin que M. Knop signala comme pseudomorphose des feldspaths du Thüringerwald et des tufs felsitiques de Chemnitz [2]. Les bords extérieurs des sections feldspathiques sont fréquemment garnis d'un minéral lamellaire incolore qui répond aux enduits séricileux, que l'on voit à l'œil nu ou à la loupe, tapissant les faces des cristaux d'orthose ou d'oligoclase. Ces enduits, comme nous le montre le microscope, contribuent, dans certains cas, à donner le caractère ondulé et schisteux à la roche et ils ressemblent de tous points à la séricite telle que nous l'avons décrite plus haut [3].

[1] G. Bischoff, *Chem. Geol.*, II, 252.

[2] Knop, *Neues Jahrb.*, 1859, p. 281 ffs.

[3] On a fait observer que dans certains cas il paraissait assez probable que la séricite dérivât de la décomposition des feldspaths. Les raisons qui militent en faveur de cette interprétation ne sont pas de même valeur, croyons-nous, que celles que nous venons de donner pour expliquer la formation de la pinitoïde verdâtre que renferment les feldspaths. Nous ne croyons pas que le microscope puisse, dans l'état actuel de nos connaissances, permettre de se prononcer d'une manière générale sur l'origine de la séricite. Nous n'avons jamais jusqu'ici trouvé de pseudomorphose complète de séricite sur feldspath et quoique nous la rencontrions habituellement associée aux orthoses et aux oligoclases, il ne s'ensuit pas nécessairement que la décomposition de ces minéraux ait donné naissance aux enduits séricileux dont ils sont recouverts. Nous croyons devoir tenir comme peu certaines les conclusions qu'on tire souvent dans l'analyse microscopique de la réunion plus ou moins constante de deux espèces minérales. Cette association n'est pas toujours une preuve que ces minéraux dérivent l'un de l'autre par voie de métamorphose. En admettant, comme nous sommes portés à le faire, la justesse de cette interprétation pour quelques cas particuliers, il n'en est cependant pas moins vrai que bien souvent ces minéraux ne sont ainsi groupés que parce qu'ils sont unis par un lien paragénétique. Nous en avons un exemple dans le fait si souvent constaté de l'union intime dans les roches éruptives du fer magnétique et de la hornblende, fait sur lequel nous avons nous-mêmes insisté en décrivant la roche de Quenast. Cette association s'explique dans bien des cas par la teneur en fer

Digitized by Google

Le quartz hyalin est très-développé dans cette roche. Il y existe en cristaux isocéloèdres très-arrondis, mais néanmoins reconnaissables soit par la section hexagonale de leur cassure, soit mieux encore sur les parois des blocs exposés à l'air depuis des siècles et où ils font saillie sur la masse feldspathique plus ou moins kaolinisée. Le quartz existe aussi très-souvent en nodules ou en grains de forme irrégulière. En cristaux terminés ou non, il dépasse rarement un centimètre de grandeur, mais se tient ordinairement fort au-dessous de cette limite. D'ailleurs il rappelle tout à fait, par ses caractères physiques, celui du gisement *b*.

Les plaques minces montrent à leur tour combien le quartz est abondant dans cette roche. Nous avons signalé ailleurs les nombreux grains de quartz

de ces deux minéraux qui peuvent avoir cristallisé du magma au même moment et en des points rapprochés. Si la séricite accompagne ordinairement les feldspaths, on la voit aussi, quoique moins fréquemment peut-être, entourer les cristaux et les grains de quartz. On sait d'ailleurs que les enduits analogues à la séricite, enduits qui furent autrefois tenus pour du talc, revêtent les empreintes des plantes des schistes de la Tarentaise; que les graptolithes du Fichtelgebirge sont souvent recouverts d'une substance nacrée sériciteuse, la Gumbelite. Nous ajouterons que M. Lossen a rencontré dans le Taunus et dans le Harz des roches sériciteuses qui ne contiennent pas de feldspath. Nous-mêmes, nous avons signalé des enduits sériciteux au mont Malgré-Tout, près de Revin, au contact des filons quartzeux. Dans le Harz, le Taunus et sur les bords de la Lenne, on peut démontrer, toujours d'après M. Lossen, que les feuillets de séricite remplacent l'élément phylladeux des schistes argileux; que les calcaires schistoïdes (*Flaserkalkstein*) peuvent passer à des calcaires sériciteux, comme on voit les grauwackes schistoïdes à des grauwackes sériciteuses. M. Lossen, à qui l'on est redevable des indications les plus exactes sur la séricite, est porté à la considérer comme produit de décomposition des schistes argileux. Ce qui n'exclut pas, selon lui, que dans certains cas la séricite se soit formée directement par voie aqueuse. En résumé, il résulte de tout ce qui précède, qu'il est bien établi que la séricite ne dérive pas toujours des feldspaths par voie de métamorphose. Le micrographe qui rencontre une substance micacée analogue et qui veut traiter la question d'origine doit se demander si la substance micacée, à l'aspect talqueux, est une pinitoïde ou si elle appartient aux micas phylliteux (*Phyllitglimmer*). Dans le premier cas, il est certain qu'il existe des pseudomorphoses de pinitoïdes sur feldspath et, dans le second cas, il est établi que les micas phylliteux ne sont pas toujours produits par décomposition du feldspath. La solution du problème se trouvera dans une étude attentive du rôle que le minéral en question joue dans la roche. A moins d'avoir de véritables pseudomorphoses de la substance à aspect talqueux, il sera difficile de se prononcer; car il peut très-bien se faire que dans une même roche il se rencontre une substance pinitoïde et des lamelles de séricite qui ont une autre origine. Il faut donc recourir à des caractères diagnostiques qui permettent de distinguer la pinitoïde de la séricite, et nous ne pensons pas que ces caractères micrographiques soient suffisamment établis aujourd'hui.

Digitized by Google

que renferme la pâte. Pour les cristaux de ce minéral qui donnent la structure porphyrique, ils montrent en général des contours irréguliers; leurs sections sont ellipsoïdales; d'autres rappellent les formes rhombiques d'isocéloèdres. Quelques-unes des enclaves liquides enfermées dans les cristaux sont elles-mêmes dihexaédriques; elles contiennent des bulles mobiles et des points noirs opaques que nous n'avons pu déterminer. Il n'est pas rare non plus de rencontrer dans les plages quartzeuses des lamelles microscopiques de mica magnésiens ou de chlorite, et des enclaves composées de la masse cristalline dans laquelle les sections sont enchâssées. Souvent il arrive que la pâte pousse des ramifications dans les cristaux de quartz et tout nous indique que le minéral a cristallisé dans la roche alors que la masse fondamentale était individualisée. On voit des plages quartzeuses fissurées et cimentées par de minces filaments de même substance. Ces petits filons traversent même des cristaux de feldspath adjacents; ils sont postérieurs à la consolidation de la roche. Ces fissures se laissent aisément poursuivre au microscope grâce à la teinte ocreuse du ciment qui s'est infiltré dans ces minéraux. L'analyse microscopique montre, comme élément secondaire, la chlorite sous forme de lamelle verdâtre. Nous n'avons rencontré qu'un seul prisme d'apatite dans nos plàques assez nombreuses de cette porphyroïde. Par contre, la biotite joue un rôle important. Elle est en tout semblable à celle de la roche centrale du gisement *b*. Mais ici elle est répandue sporadiquement dans la pâte et ne contribue pas d'une manière spéciale à déterminer la schistosité. Les lamelles de mica sont groupées en grand nombre dans quelques centres où elles forment de petits nids entièrement remplis d'individus assez régulièrement cristallisés et amoncelés les uns sur les autres.

Une des particularités les plus intéressantes que nous révèle l'étude microscopique de la porphyroïde *c* rive gauche, est la présence de microlithes enchâssés dans des lamelles micacées brun verdâtre. Dans quelques plages de ce minéral on découvre par centaines de petits cristaux aciculaires dont le facies rappelle beaucoup les formes du système tétragonal. Les dimensions du grand axe de ces microlithes ne dépassent guère $0^{mm},09$ (pl. IV, fig. 21); avec les forts grossissements du microscope on reconnaît les faces du prisme, même celles de la pyramide se laissent entrevoir. Leur éclat brillant témoigne d'un

Digitized by Google

indice de réfraction élevé; leur coloration jaunâtre est due en partie à la teinte du minéral qui les enclave; car ces petits prismes apparaissent moins colorés lorsque les plages micacées, où ils sont enchâssés, se trouvent sur les bords plus minces de la lame taillée. Des microlithes de même nature furent remarqués avant nous par M. Zirkel [1] dans les granulites où ils apparaissent avec une certaine constance. Ce savant les y envisage aussi comme appartenant au second système cristallin. Au premier aspect on ne peut leur méconnaître de la ressemblance avec le zircon. Il est certain d'ailleurs que ces aiguilles n'appartiennent ni à la hornblende ni à la tourmaline. Voulant s'assurer de la justesse du rapprochement qu'il établissait entre ces cristaux microscopiques et le zircon, M. Zirkel s'adressa récemment à Bunsen pour rechercher l'acide zirconique dans deux échantillons de roches de l'est des États-Unis, dont les plaques lui avaient montré un grand nombre de ces formes prismatiques. L'analyse chimique ne décela aucune trace d'acide zirconique. D'ailleurs les caractères cristallographiques de ces petits prismes semblent devoir décidément écarter l'opinion émise par ce micrographe, opinion que nous avions été nous-mêmes portés à admettre. En effet, la forme qu'ils affectent dans nos préparations est tout à fait insolite pour le zircon, car ces petits prismes cristallisent presque tous suivant la macle en genou. Dans nos préparations les microlithes bipyramidés sont ordinairement géniculés, les deux axes formant ensemble un angle sensiblement de 115°. Tantôt le genre d'accolement se répète sur trois individus; souvent au point de jonction de deux individus arc-boutés vient s'en appliquer un troisième ou plusieurs assemblés de la même façon. Si l'on veut chercher le rapprochement avec un minéral qui présente macroscopiquement la même forme et les mêmes groupements, c'est bien probablement le rutile qui nous offrira le plus d'analogies avec ces microlithes. Ce minéral n'est pas rare, on le sait, dans des roches qui ont des rapports très-intimes avec celle que nous étudions; le rutile se trouve souvent dans les gneiss, les schistes chloriteux, etc. [2].

L'assise 4 enveloppe beaucoup de portions assez distinctes du restant de la masse pour la texture, la composition ou la couleur et dont on peut se

[1] F. Zirkel, *Mikrosk. Beschaf.*, 466.
[2] Des Cloizeaux, *Man. de minéralogie,* t. I, p. 198.

Digitized by Google

demander si ce ne sont pas des fragments de roches étrangères, enveloppés dans la masse porphyrique. Il y a lieu d'examiner ici ces particularités de structure.

Nous signalerons d'abord des paquets d'un noir bleuâtre et qui paraissent composés exclusivement de biotite écailleuse. Ils sont fréquents dans les bancs centraux. Ils ont des contours irréguliers, des dimensions très-variables, quelques-uns atteignant jusqu'à 20 centimètres de longueur. Ces nids de biotite, de forme anguleuse et qui tranchent assez fortement sur la roche adjacente, ne diffèrent que par une transition plus brusque des concentrations nodulaires de biotite dont il a été question ici, et ils ne diffèrent que par leurs proportions des petits amas de biotite que le microscope dévoile en grand nombre dans la masse fondamentale de cette porphyroïde. Si l'on taille une plaque mince dans un échantillon contenant ces paquets noir-bleuâtre, on observe qu'ils sont essentiellement composés de mica magnésien et de feldspath plagioclase ; le quartz y est très-rare. Comme dans l'assise n° 4 de la bande *b*, rive gauche, les paillettes micacées sont de forme irrégulière, leur grandeur moyenne dépasse à peine un quart de millimètre. Vues par transparence, elles sont noir-brunâtre, très-dicroscopiques, en un mot, tout à fait semblables à celles de la roche que nous venons de citer. Si leur disposition ne rappelle pas la structure gneissique telle que nous la voyons dans la bande *b*, cela tient en partie à ce que les feldspaths sont trop petits pour que les courbes décrites par la phyllite en contournant les éléments porphyriques soient sensibles. Ces lamelles de mica se groupent autour des petits feldspaths, elles les pénètrent et toutes les sections de plagioclase en sont criblées. Ces dernières sont d'une transparence et d'une netteté remarquables; avec l'appareil de Nicol les stries polysynthétiques se détachent avec netteté et la conservation relative de ces petits plagioclases contraste singulièrement avec la décomposition beaucoup plus avancée de leurs congénères de plus grande dimension que renferme la même roche. Les microlithes feldspathiques, qui constituent avec le mica biotite les paquets irréguliers que nous décrivons, n'ont pas plus d'un demi-millimètre de longueur moyenne. Les paillettes de mica enclavées dans les plagioclases descendent à des proportions infinitésimales; nous en avons mesuré dont le diamètre ne dépassait pas $0^{mm},002$. A ces deux minéraux

Digitized by Google

essentiels ajoutons encore de petites plages noirâtres parfaitement opaques, mais qui n'ont pas le reflet métallique de la magnétite. Nonobstant la disposition anguleuse de quelques-unes de ces portions noirâtres et leur aspect fragmentaire, nous y reconnaissons donc le résultat de cristallisations opérées sur place, vu leur connexité avec les nodules et les enduits des mêmes espèces minérales si nombreux dans la pâte et autour des cristaux. Nous arrivons aux mêmes conclusions par l'analyse microscopique : nous avons déjà fait remarquer que ces petits paquets noirâtres sont la reproduction sur une plus grande échelle des petits nids de biotite de la pâte. Si l'on parcourt au microscope les bords de ces centres riches en biotite et en plagioclase, on voit les paillettes micacées devenir plus rares à mesure qu'on s'éloigne de ce centre; mais jamais ils ne cessent de faire partie de la roche. C'est, on le voit, un fait analogue à celui que nous avons relevé en parlant des accidents de cristallisation, à l'aspect fragmentaire, que l'on trouve dans la roche de Quenast.

[1] [Vers la base de l'assise 4, l'on peut extraire, du milieu de la roche porphyrique, des masses assez volumineuses d'une substances schistoïde, de couleur brune, d'aspect terreux, et dans le sein de laquelle sont englobés çà et là quelques cristaux de quartz et des ovoïdes de feldspath atteignant plusieurs centimètres de longueur. Soit que l'on accepte avec Dumont les roches de Mairus comme étant d'origine ignée, soit qu'on les considère avec Buekland comme des conglomérats, l'on est porté à voir dans les masses singulières dont on vient de parler des fragments de schistes arrachés à des assises antérieures et plus ou moins modifiés. Pour notre compte nous avons admis assez longtemps cette manière de voir [2]. Nous l'abandonnons complétement. La matière brune des masses en question est trop friable pour permettre la taille en lames minces; mais la pulvérisation grossière et l'emploi de la loupe montrent qu'elle est constituée essentiellement de lamelles submicroscopiques d'une phyllite jaunâtre ou bronzée mêlées à des particules kaolineuses et siliceuses. Parmi ces phyllites il en est de très-riches en fer, et qui fondent aussi facilement que la bastonite. D'un autre côté on rencontre dans les nodules

[1] Ce passage placé entre des crochets où l'opinion exprimée par les auteurs en 1875 est modifiée est de 1876.

[2] Elle est encore formulée dans la partie de notre mémoire remise à l'Académie en 1875.

Digitized by Google

micacés, feldspathiques et quartzeux, à grains fins, si fréquents dans la porphyroïde de Mairus, des portions plus ou moins altérées, où la biotite prend une nuance jaunâtre, et s'associe à des paillettes bronzées très-analogues à la bastonite. Nous n'hésitons donc pas à admettre que ces masses terreuses de la base de l'assise 4 étaient à l'origine semblables à beaucoup de lentilles tantôt plus abondantes en micas et plus pailletées, tantôt plus quartzeuses ou plus feldspathiques et alors schisto-grenues, qui se sont développées dans la roche cristalline du ravin, en même temps que le reste de la masse.

Nous avons observé dans des blocs massifs à structure porphyrique, tombés des escarpements formés par l'assise 4, des surfaces occupées par du phyllade feldspathique, chloriteux, verdâtre ou grisâtre, spécialement satiné, et se rapprochant parfois des phyllades normaux de l'Ardenne. Malgré l'apparence fragmentaire de ces portions schisteuses et leur disparité frappante avec la roche où elles sont empâtées, ce ne sont que des lentilles comme celles que l'on a signalées ci-dessus. On s'en convainct promptement si l'on prend garde que la roche de base auprès de ces portions hétérogènes est entrecoupée ou entrelacée par beaucoup de nids de petites bandes interrompues de composition minéralogique identique.

Les limites mutuelles de la roche normale et de ces lentilles souvent très-ondulées peut offrir toutes les irrégularités possibles dans la cassure. Si l'on ajoute que ces agrégations résistent mieux parfois aux agents d'altération que la roche porphyrique elle-même, et qu'elles se projettent alors en relief à la surface des échantillons, on comprendra qu'un homme comme Dumont, préoccupé de l'hypothèse éruptive, ait cru y reconnaître des morceaux de phyllade ou de quartzite altérés, ayant une position quelconque dans l'hyalophyre qui les empâte [1]; mais ces parties ont une signification géologique toute autre : elles sont en place et contemporaines. C'est un des caractères les plus importants des terrains que nous étudions ici, que la présence dans leur masse de ces interpositions schisteuses ou grenues, à physionomie distincte, tour à tour globuleuses, lenticulaires, continues, ondulées, interrom-

[1] Les échantillons annotés par Dumont comme fragments empâtés dans l'hyalophyre de Mairus et que nous avons examinés rentrent, selon nous, dans la catégorie des nodules ou des lentilles.

Digitized by Google

pues, et, en réalité, interstratifiées, et qui sont le témoignage irrécusable de la part que l'action sédimentaire a prise dans la formation de l'ensemble. L'examen des blocs d'hyalophyre épars dans la vallée de la Commune en fournira plus loin d'excellents exemples.]

Les bancs qui forment notre assise n° 5 sont presque complétement recouverts par les alluvions et les éboulis qui comblent le fond du ravin de Mairus. D'ailleurs on peut constater leur superposition immédiate aux bancs plus massifs de l'assise n° 4, soit à la tranchée du chemin de fer, soit en prenant le viaduc qui passe sous ce dernier et en explorant le talus joignant au nord; on le peut aussi en se portant à 300 mètres environ plus avant dans le ravin où l'on retrouve l'affleurement des mêmes roches. Les couches visibles de cette assise n° 5 nous ont paru dans un état d'altération avancé : pour en étudier les caractères pétrographiques, il est bon de recourir aux débris épars dans le voisinage et qui ont été extraits sans doute lors de la construction du chemin de fer. La structure à la fois schistoïde et porphyrique de cette assise lui donnent, comme il a été dit plus haut, beaucoup d'analogie avec la roche qui forme la masse la plus apparente du gisement *b*. Il y a néanmoins des différences qui méritent d'être signalées. La pâte de l'assise 5 est schisto-grenue et rappelle parfois certains gneiss; mais 1° le grain en est généralement plus fin que celui de la masse *b ;* 2° la phyllite qui y joue le rôle le plus important n'est plus la biotite, mais la chlorite presque constamment associée à la séricite. La coloration de la roche décèle immédiatement cette différence, tandis que la pâte de la masse *b* est bleuâtre; celle de l'assise 5 de la masse du ravin est gris-verdâtre; 3° les nodules d'orthose paraissent plus rares et de moindre dimension dans l'assise 5 du gisement *c* que dans la roche *b*. D'ailleurs ils sont également entourés d'une zone d'oligoclase. Au surplus les cristaux isolés d'oligoclase et ceux de quartz offrent comme formes, comme dimension, comme aspect la plus profonde analogie des deux côtés. Enfin l'on peut extraire des bancs n° 5 des nodules cristallins de 6 à 8 centimètres, tranchant par leur volume avec le grain fin de la pâte, et que nous avons pris d'abord pour des cristaux de feldspath déformés et arrondis par le transport. Mais en les brisant on reconnaît qu'ils sont semblables à ceux de la porphyroïde *b* et qu'ils sont formés en majeure partie

Digitized by Google

par l'association régulière de petits cristaux de plagioclase groupés directement les uns avec les autres et répartis d'après la macle de Carlsbad. Ce sont donc des rognons cristallins formés en place.

La pâte de cette assise n° 5 est plus dure que celle des chlorito-schistes. Examinée avec une forte loupe elle paraît composée de grains de quartz, de feldspath, de chlorite, peut-être de biotite, auxquels se joignent d'autres grains vitreux qui sont du calcaire; d'où l'effervescence que fait ordinairement la roche par les acides au voisinage des gros cristaux de feldspath de quartz. Cette pâte fond assez facilement au chalumeau en petite masse vitreuse noire, ce qui nous donne à penser que la chlorite appartient ici au type ripidolite.

Cette roche offre au microscope un bel exemple de cette disposition gneissique que nous avons décrite en parlant de la masse principale du gisement *b*, rive gauche. L'élément le plus abondant dans la masse fondamentale de l'assise n° 5 est la chlorite; elle s'aligne suivant la schistosité et contourne les feldspaths et les quartz à peu près de la même manière que la biotite dans la roche que nous venons de rappeler. On observe que les plages chloriteuses ne sont pas formées par l'accumulation de petites lamelles plus ou moins circulaires, mais cette phyllite y est sous forme de filaments que l'on peut bien souvent suivre, sans solution de continuité, sur toute l'étendue de la lame mince. On la voit s'élargir, former des nœuds et venir s'appliquer en se courbant sur les grands cristaux. Ajoutons que ces ondulations de la substance chloriteuse ne sont pas seulement sensibles par des feldspaths et des quartz macroscopiques. Ces ondulations sont encore très-bien marquées près des plagioclases qui ont moins de 0,^{mm}2. Les grains très-fins de la pâte sont composés de feldspath et de quartz; on y découvre au microscope quelques lamelles de biotite et en certains points des centres remplis de paillettes allongées d'un mica incolore qui nous paraissent plutôt appartenir à la muscovite qu'à la séricite. Les feldspaths sont nodulaires et ceux que l'on voit seulement à l'aide du microscope ressemblent exactement aux petits plagioclases des nids de biotite que nous avons signalés pour l'assise 4. Leur grand axe, comme celui des sections quartzeuses ordinairement ellipsoïdales, est orienté suivant la direction des ondulations de la phyllite. Ces quartz lenticulaires

Digitized by Google

sont riches en enclaves liquides, on découvre dans la masse fondamentale de nombreux points noirâtres de moins de $0^{mm},01$ qui ne se prêtent pas à une détermination exacte. Un grand nombre de petits prismes visibles dans la pâte nous paraissent être des lamelles de mica magnésien ou de chlorite taillées sur champ.

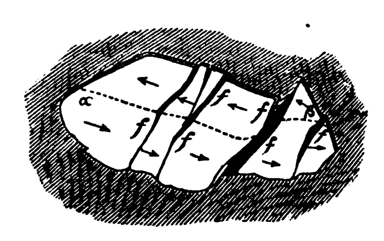
On rencontre aussi dans cette même pâte euritique et schisteuse de petits nodules aplatis et allongés dans le sens des feuillets, à contours irréguliers, et qui sont composés de deux parties bien distinctes, à savoir : un noyau et une croûte. Dans le noyau l'on distingue des paillettes micacées, blanches, à éclat nacré, intimement unies à une substance vitreuse un peu résineuse d'un vert jaunâtre, translucide, à texture à la fois très-finement écailleuse, feuilletée et fibreuse, facilement rayable à l'ongle. Les lamelles micacées, par suite de l'atténuation des dimensions, semblent passer à la substance fibreuse et translucide. C'est pourquoi il est assez difficile de savoir si l'on a affaire ici à deux minéraux différents, ou bien à une même phyllite passant de l'état écailleux ou pailleté à l'état fibreux et microcristallin. Si les paillettes micacées appartiennent à la séricite, ce qui nous paraît assez probable, ce minéral doit être associé dans le cas présent à une substance qui le rende plus fusible, car les esquilles détachées des noyaux nodulaires en question se gonflent au chalumeau, y jettent une lueur très-vive, blanchissent et fondent assez facilement en globule émaillé de couleur blanche. Autour du noyau il existe habituellement une espèce de croûte lamellaire ayant de 1 à 2 millimètres d'épaisseur et formée de feldspath plagioclase, dont les plans de clivage parallèles à la base sont cannelés par la superposition des lames hémitropes, et généralement orientés pour un même nodule suivant les directions croisées de la macle de Carlsbad. Ce contour felspathique offre une grande irrégularité et paraît se prêter tout à fait aux ondulations de la roche schistoïde. Il ne règne pas toujours sur la superficie totale du noyau phylliteux. Enfin il arrive que l'on remarque des feuillets de la matière écailleuse et lamellaire constituant le noyau des nodules, qui s'interposent dans la pâte schisteuse de la roche sans être accompagnés de cristaux visibles de feldspath.

L'interprétation géologique de ces nodules cristallins est très-embarrassante. Ils viennent s'ajouter, il est vrai, à tous les autres faits déjà relevés

Digitized by Google

par nous, et qui établissent que les feldspaths à Mairus sont bien formés en place, quelle que soit l'irrégularité ou l'oblitération apparente de leurs contours. Mais le rapport du feldspath avec la masse centrale écaillo-fibreuse qu'il entoure nous échappe jusqu'à présent. Cette dernière matière s'unit aux plagioclases de la manière la plus intime. Faut-il admettre qu'elle résulte d'une transformation de la matière feldspathique, qui se serait opérée surtout au centre du nodule? Faut-il admettre, au contraire, que les cristaux de feldspath entourant se sont développés en même temps que la masse centrale, à la suite d'une même action? Nous ne pouvons répondre à cette question avec assurance. Toutefois la seconde hypothèse nous semble la plus vraisemblable : parce que l'anneau feldspathique des nodules est parfois décomposable en petits cristaux de plagioclase analogues à ceux des nodules dont on a parlé à propos du gisement *b*. Quoi qu'il en soit, ce point reste pour nous très-obscur.

On peut voir dans les bancs de la roche porphyrique des cristaux d'orthose ou d'oligoclase brisés, et dont les tronçons, bien que restés voisins les uns des autres, ont plus ou moins joué de manière à se prêter aux ondulations du banc auquel ils appartiennent. Ce fait déjà signalé pour le gisement *b* se retrouve ailleurs et particulièrement dans les variétés d'hyalophyre que Dumont appelait schistoïdes : par exemple dans les blocs de la vallée de la Commune, voisins du moulin Cabaret. Un échantillon provenant du gisement *b* déjà décrit nous fournit l'exemple remarquable reproduit par le diagramme ci-contre. Il en existe de semblables, non moins concluants, mais de moindres dimensions dans la roche du ravin.



Un cristal elliptique d'orthose en macle de Carlsbad et entouré d'une zone mince de plagioclase, a été brisé suivant plusieurs fissures transversales *f*, *f*, où le quartz a cristallisé et où a pénétré partiellement la masse fondamentale de la roche. La ligne ponctuée α, β indique le plan de séparation de deux moitiés hémitropes. Nous concluons de beaucoup de faits similaires constatés dans nos diverses masses porphyriques et notamment dans celle qui occupe le ravin de Mairus, que la cristallisation y est en grande partie antérieure au

Digitized by Google

relèvement et au plissement actuel des couches et c'est une des raisons pour lesquelles nous abandonnons l'hypothèse de Dumont et de d'Omalius qui pensaient que ces hyalophyres avaient été injectés dans le plan des couches préalablement redressées. Nous les croyons plutôt contemporains des terrains où ils sont intercalés, en quoi nous nous rapprochons de l'ancienne opinion de Buckland et de Constant Prévost [1].

Cette vue nous semble confirmée par d'autres raisons dont les principales sont :

1° La structure générale du massif du ravin qui est formé de bancs en parfaite concordance avec les phyllades et quartzites du terrain ardoisier sur lequel ils reposent au bord nord [2]. Les caractères minéralogiques de la masse cristalline varient ou alternent en suivant strictement le plan des couches.

2° L'absence dans le gisement du ravin de Mairus, de même que dans les autres gisements porphyriques ou amphiboliques des Ardennes françaises qui nous sont connus, de toute apophyse, de tout appendice de la roche silicatée cristalline pénétrant transversalement dans les terrains quartzo-schisteux environnants.

3° La distribution des cristaux dans la masse du ravin ne répond pas aux faits que l'on observe dans les roches éruptives injectées suivant des fentes où elles se sont consolidées. On sait, comme on l'a rappelé à propos des porphyroïdes de Pitet, que dans les roches éruptives remplissant des filons, la cristallisation par suite du refroidissement est beaucoup moins développée vers les salbandes que dans la région centrale. La structure granitoïde ou porphyrique au milieu devient compacte vers le bord. Le fait est général et a été vérifié chez les granites, les diabases, les gabbros, les porphyres, les diorites, les trachytes et les basaltes, c'est-à-dire pour les roches éruptives anciennes comme pour les roches éruptives plus récentes. Mais la coupe transversale des roches du ravin de Mairus nous montre les bancs porphyriques massifs succédant immédiatement aux phyllades feldspathiques du bord nord, tandis

[1] *Bull. de la Soc. géol. de Fr.*, 1[er] série, t. VI, pp. 342 et suivantes.

[2] Au bord sud la limite n'est pas visible. Les premiers phyllades reviniens qui suivent paraissent plus inclinés que les bancs de l'hyalophyre, et il pourrait y avoir une faille.

Digitized by Google

que la série schisto-porphyrique est située presque tout entière vers le côté sud. De plus les cristaux et les noyaux de feldspath développés dans les bancs limites les plus schistoïdes ont les mêmes dimensions que les plus grands rencontrés dans les bancs centraux.

D'Omalius et Dumont admettaient qu'une des salbandes de la roche cristalline du ravin était constituée par une brèche formée de morceaux d'ardoise empâtés par de l'oxyde de fer [1]. D'Omalius indiquait cette brèche en faveur de son hypothèse d'injection dans le plan des couches; il y voyait une preuve de l'action mécanique exercée par l'intrusion violente d'une masse interne dans une fracture. Il l'appelait l'*emballage* de la roche. On sait que des brèches de ce genre et formées de fragments anguleux de roches encaissantes se constatent parfois vers la salbande des dykes de roches éruptives. De son côté, Dumont a signalé comme des filons *ferrugineux* quelques brèches semblables à celles du ravin de Mairus et qu'il a trouvées associées à quelques-uns des massifs feldspathiques des Ardennes [2]. On ne voit plus actuellement la brèche ferrugineuse adjacente à la masse *c* du ravin. Mais des brèches identiques se rencontrent à quelques mètres de distance et se répètent assez fréquemment sur les bords de la Meuse aux environs de Deville et de Revin. Or d'Omalius et Dumont se sont trompés sur la véritable qualité de ces dépôts. Nous montrerons plus loin, dans une note [3], qu'ils n'ont pas de rapport nécessaire aux hyalophyres, mais que ce sont des formations de l'époque actuelle produites dans les talus d'éboulement sur les pentes. Elles ne peuvent donc être invoquées à propos de l'origine des hyalophyres. Pour ces diverses raisons nous écartons l'idée de filon éruptif mise autrefois en avant par d'Omalius et Dumont pour expliquer les roches porphyriques de Mairus. Mais d'un autre côté, nous rejetons, avec ces deux célèbres géologues, l'explication par un conglomérat résultant de débris arrachés à un porphyre : explication proposée par Buckland et acceptée par Constant Prévost et la majorité des

[1] Dumont (*op. cit.*, p. 87) place cette brèche au bord nord; mais c'est une erreur de mémoire. La brèche en question, aujourd'hui invisible, se voyait au bord sud, comme il appert du récit des géologues français (*Bull. de la Soc. géol. de France,* 1[re] série, t. VI, p. 343) et de la description d'Élie de Beaumont (*Expl. de la carte géol. de France,* t. I, p. 259).

[2] *Op. cit.*, pp. 31, 87, 90 et *passim*.

[3] Voyez à la fin du mémoire la note sur les brèches ferrugineuses de la vallée de la Meuse.

Digitized by Google

membres présents de la Société géologique de France en 1836; car les éléments de la roche de Mairus ne sont pas clastiques, mais ont dû cristalliser en place. Nous en résumons brièvement les principales raisons :

1° Le quartz y est fréquemment en isocéloèdres très-reconnaissables quoique arrondis, ou bien en grains ou en petites concrétions nodulaires, comme cela se passe habituellement dans les porphyres et les diorites quartzifères.

2° Les cristaux d'oligoclase y sont généralement d'une netteté irréprochable, même dans les couches schistoïdes les plus clastiques en apparence, et l'on peut en extraire des macles dont les arêtes et les angles saillants sont parfaitement intacts malgré leur délicatesse et bien qu'elles soient situées tout à côté d'énormes cristaux d'orthose qui, dans l'hypothèse du transport, devait nécessairement oblitérer plus ou moins les premières.

3° Les cristaux globulaires d'orthose ou d'oligoclase ne portent pas les caractères de fragments émoussés ou arrondis dans le sein des eaux courantes, mais plutôt celui des concrétions cristallines. Nous croyons l'avoir démontré suffisamment, soit à l'occasion des ellipsoïdes d'orthose entourés d'une zone plagioclastique, soit par l'existence de cristaux maclés d'oligoclase à faces courbes, soit par celle des nodules résultant de l'agrégation des petits plagioclases groupés d'après la macle de Carlsbad, soit par le fait de la présence de la pâte fondamentale de la roche que révèle le microscope à l'intérieur de quelques-uns de ces nodules.

4° Si l'arrondissement du feldspath est très-fréquent à Mairus, d'un autre côté nous n'avons pu trouver entre tant d'échantillons que nous avons examinés, soit à l'œil nu, soit à l'aide de la loupe ou du microscope, un seul exemple certain de feldspath réduit à l'état de *fragment isolé* : circonstance absolument inconciliable avec l'hypothèse du transport. Toutes les fois que les cristaux de feldspath sont fissurés et brisés, ce qui est très-ordinaire dans la roche de Mairus, les diverses portions des individus sont rapprochées les unes des autres de manière à mettre hors de doute leur réunion dans le même lieu à l'origine en un tout complet. La seule chose que l'on puisse induire des petits déplacements subis par chaque tronçon, c'est l'antériorité de la cristallisation relativement aux mouvements subis par les couches.

Digitized by Google

Comme les roches porphyriques des environs de Mairus sont régulièrement interstratifiées dans le terrain cambrien, comme elles possèdent une structure incontestablement schistoïde dans beaucoup de bancs et qu'en même temps elles ne sont pas de nature clastique, nous sommes conduits à les rapprocher des roches schisto-cristallines qui jouent un grand rôle dans les terrains les plus anciens. Ce qu'il y a de plus caractéristique dans la pâte euritique des roches porphyriques de la région de Mairus, c'est qu'elle est communément associée à des phyllites membraneuses et notamment à la séricite, qui ondulent autour des cristaux, et qui communiquent à la masse la texture feuilletée et entrelacée que nous avons nommée gneissique. C'est pourquoi nous rapprochons ces roches des porphyroïdes entendues au sens de M. Lossen. Il est vrai que la texture précitée s'atténue sensiblement dans les bancs les plus massifs du ravin de Mairus, à ce point que tel petit fragment isolé pourrait être pris pour du porphyre quartzifère. Il est également vrai que dans le gisement *b*, la grosseur du grain de la pâte accompagnée de paillettes de biotite rappelle certains gneiss, mais il y a des transitions entre ces variétés et ces sortes de passages ne sont pas rares dans les porphyroïdes les mieux étudiées, les plus classiques, celles du Harz, par exemple [1]. Nous assimilons donc les hyalophyres de l'Ardenne aux porphyroïdes.

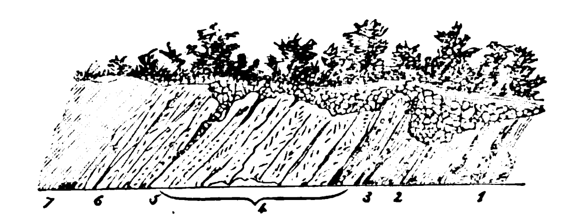
La présence de fragments empâtés dans une roche telle que celle de Mairus, constituerait une objection très-grave à l'assimilation que nous en proposons avec les porphyroïdes de Lossen : et l'on sait que nos prédécesseurs crurent reconnaître des empâtements de cette nature dans l'hyalophyre du ravin. Mais après une étude attentive des échantillons que l'on pouvait prendre au premier abord pour des morceaux de roches étrangères enveloppés dans le porphyre, nous avons été ramenés, comme il a été dit plus haut, à voir dans ces prétendus fragments autant d'accidents de structure ou de sédimentation. C'est précisément un caractère des porphyroïdes que l'intercalation capricieuse dans leurs couches, de nodules, de lentilles ou de feuillets, à dimensions et à contours très-variables, résultant d'agrégations

[1] C. Lossen, *Zeitsch. d. d. geol. Gesell.*, t. XXI, 1869, pp. 295 et suiv.

Digitized by Google

schisteuses, micacées, chloritiques, parfois amphiboliques. Ces portions hétérogènes sont de même âge que les masses enveloppantes et ont la même histoire géologique que ces dernières.

Nous devons réunir aux gisements porphyriques *b* et *c* de Mairus, depuis longtemps connus dans la science, un autre massif (*a* rive gauche) qui n'a pas encore été signalé et qui nous fournit la première apparition de porphyroïde qui se présente en descendant la Meuse. Cet affleurement a été mis a découvert par la tranchée du chemin de fer. Il est situé à 150 mètres à peu près au sud de l'affleurement *b*. Voici la coupe qu'il présente du chemin de fer :



1. Phyllade revinien normal imprégné de limonite.

2. Phyllade séricileux et satiné d'apparence talqueuse.

3. 1 mètre de schiste euritique feuilleté et riche en séricite.

4. 4^{m},50 de porphyroïde d'abord très-schistoïde en bancs inclinant au sud comme les bancs adjacents.

5. Crevasse sensiblement parallèle aux bancs de la roche et se terminant en pointe vers le bas. Elle est comblée par une brèche à ciment de limonite.

6. 1^{m},30 de schiste euritique et séricileux semblable au n° 3.

7. Phyllade revinien normal.

La plupart des roches de la coupe précédente sont dans un état d'altération avancé. La partie supérieure des bancs offre, comme l'indique le dessin, des ravinements et des échancrures considérables. Ces bancs y sont recouverts d'une brèche à ciment de limonite qui a jusqu'à 1^{m},50 d'épaisseur, et qui est constituée par des débris anguleux de phyllades, de quartzites et de porphyroïde. Parmi ces fragments il est des blocs qui ont plus de 1 mètre

Digitized by Google

de longueur. La brèche en question pénètre dans les anfractuosités de la roche, et entre autres dans la fissure n° 5 de la coupe. Dumont, qui rencontra quelques cas de ce genre, par exemple en *p* (*op. cit.*, p. 87), les considérait à tort comme des filons couchés. (Voir la note sur les brèches ferrugineuses.)

Le n° 2 est une roche semblable à celles qui ont été décrites au n°s 2 et 6 du gisement *b* de Mairus.

Les n°s 3 et 4 de la coupe précédente sont faits d'un schiste feuilleté dont l'aspect est luisant, soyeux, fibreux à la surface des feuillets. Ce schiste est d'une couleur gris-pâle passant au bleu foncé d'ardoise, nuances qui nous paraissent résulter des proportions variables de séricite et de mica magnésien. Cette roche rappelle à beaucoup d'égards les couches limitrophes des masses porphyroïdes *b*, *c* et *d*, etc. Elle appartient aux phyllades albiteux de Dumont. Elle renferme de nombreux points calcaires qui se rattachent sans doute à la décomposition partielle de ses grains feldspathiques. En s'approchant du centre de la masse, on y voit poindre des cristaux de feldspath et de quartz.

La partie n° 4 qui fait le centre du gisement fournit un exemple remarquable de porphyroïdes schistoïdes à ondulation gneissique. Malheureusement la roche est en mauvais état et ne se prête pas aisément à l'exploration. Parmi les lits nous en avons vu qui étaient formés d'une pâte euritique et séricileuse, à texture très-feuilletée et très-analogue à celle qui fait la base des assises n°s 3 et 6. Mais il s'y trouve de nombreux cristaux d'orthose, d'oligoclase, de quartz gris ou violacé, isocéloèdres ou lenticulaires, autour desquels ondulent les feuillets schistoïdes de la pâte. Dans quelques endroits, la séricite fibreuse paraît rayonner des cristaux. Il est curieux de voir cette association du quartz en cristaux pyramidés aussi nets que dans beaucoup de porphyres quartzifères, avec une pâte éminemment schistoïde, très-riche en phyllite et qui porte le cachet sédimentaire. D'autres lits de l'assise 4 paraissent moins fournis de séricite bien que la pâte conserve encore une disposition très-feuilletée. Les cristaux d'orthose ou d'oligoclase y atteignent jusqu'à 2 centimètres, les deux espèces étant fréquemment réunies dans les mêmes groupements, comme dans toute la région dont nous nous occupons.

Digitized by Google

Les cristaux sont presque tous couchés à plat dans le sens du feuilletage. Bien que leurs arêtes et leurs faces soient souvent arrondies, on y retrouve la plupart des formes et des macles découvertes à Mairus. Un grand nombre de cristaux sont fissurés, brisés et les fragments ont subi de légers déplacements à l'effet de se prêter aux mouvements subis par les couches. Le quartz a communément cristallisé dans les fissures et les veinules. Certains fragments de cette porphyroïde ont l'aspect d'un conglomérat métamorphique; mais la forme régulière de beaucoup de quartz, l'analogie profonde des cristaux de feldspath avec ceux de Mairus, la présence de nodules à centres orthosés et à contours de plagioclase, nous la font considérer comme aussi cristalline que les précédentes.

Digitized by Google

PORPHYROÏDES DE LAIFOUR.

L'assimilation des hyalophyres de Mairus avec les porphyroïdes nous paraît confirmée par la considération des roches analogues qui se voient aux environs de Laifour et parmi lesquelles il en est que l'on peut ranger parmi les porphyroïdes du type le plus classique. Les roches dont il s'agit apparaissent aux affleurements *r*, *t* et *i* de notre énumération. Ces trois gisements ont été considérés par Dumont comme appartenant à un même filon couché recoupé à trois reprises par les méandres de la vallée de la Meuse, et qu'il désignait comme son cinquième filon. Ces affleurements présentent, en effet, assez d'analogie de direction et de composition minéralogique pour qu'on les envisage avec vraisemblance comme appartenant aux mêmes systèmes de couches [1].

Celui qui affleure le plus à l'est (*r* rive gauche) est situé à quelques cents mètres au sud-est de la source minérale ferrugineuse de Laifour. Ce gisement n'est pas bien découvert. Néanmoins dans l'état des lieux, on peut y reconnaître une roche à la fois porphyrique et stratifiée, régulièrement interposée entre les phyllades et les quartzites reviniens.

La masse se compose : (*A*) de quelques lits d'un schiste euritique feuilleté et tacheté et situés à la base de la série; (*B*) de 4 à 5 mètres d'une porphyroïde dont les bancs centraux sont schistoïdes et dont les bancs extrêmes, particulièrement ceux de la partie supérieure, sont très-feuilletés et fort séri-

[1] Malgré sa vraisemblance, surtout quand on part de notre manière de voir, nous ne pouvons maintenir d'une manière absolue cette affirmation de Dumont concernant la continuité des porphyroïdes de Laifour; car les trois gisements sont séparés respectivement par des distances de 1400 et de 600 mètres. Or les déviations et les plissements des couches du terrain cambrien de l'Ardenne sont plus fréquents qu'on ne l'a dit. Ces changements rendent souvent hypothétiques les correspondances que l'on cherche à établir entre les gisements séparés.

Digitized by Google

citeux; (*C*) de quelques lits d'un schiste feldspathique pailleté de diverses phyllites comme on en rencontre ordinairement dans les Ardennes vers la limite des hyalophyres.

Le schiste *A* de la base est le premier de ce type que nous ayons rencontré dans les Ardennes et nous ne l'avons pas vu mentionné jusqu'à présent dans les auteurs de pétrographie. Il est composé de feuillets grisâtres mi-partie euritique, mi-partie phylliteux, à la surface desquels on aperçoit de petites taches étroites, longues de 1 à 2 millimètres, plus ou moins alignées dans la même direction et formant des séries linéaires qui ne sont pas sans analogie avec celle des cristaux de magnétite dans les phyllades aimantifères. La couleur et l'éclat desdites taches varie selon les cas. Parfois ternes et noirâtres, sans doute à la suite de l'altération, d'autres fois elles ont un éclat métallique prononcé avec diverses nuances de jaune et de bleu. Elles peuvent aussi posséder l'éclat métalloïde. Vues à la loupe, les taches semblent provenir de petits agrégats d'une phyllite nacrée et de pyrrhotine, et les diverses nuances indiquées doivent se rattacher à l'altération de celle-ci. C'est la première fois, du moins à notre connaissance, que l'on signale la pyrite magnétique comme élément essentiel d'un schiste cristallin.

L'aspect de cette roche au microscope est exceptionnel. Si l'on étudie les plaques minces de cette assise *A* avec de faibles grossissements, elles se montrent composées, pour la majeure partie, d'une substance brunâtre presque insensible à l'action des nicols; cette matière est grisâtre en quelques parties de nos préparations. Elle y forme des plages d'environ 1 millimètre en moyenne. Nous sommes portés à envisager cette substance comme constituée de feldspath et de mica. Dans cette espèce de fond on remarque un grand nombre de veines plus ou moins allongées généralement mal terminées; elles sont incolores et ont quelquefois 1 millimètre sur $0^{mm},1$. Ces veinules constituées d'une substance micacée s'alignent, suivent des directions parallèles et croisées qui donnent à la roche, vue au microscope, l'aspect réticulé (pl. V, fig. 30). Les bords extérieurs de ces veinules sont souvent effacées par la substance grisâtre ou brunâtre entre laquelle elles sont enclavées. D'autres plages incolores sont arrondies. Avec les prismes de nicol on aperçoit

Digitized by Google

une légère irisation se montrant aux points occupés par ces sections transparentes. En employant des grossissements de 400 diamètres, les parties que nous considérons comme essentiellement constituées de feldspath se résolvent en une infinité de points opaques entremêlés d'écailles légèrement verdâtres ou incolores qui pourraient se rapporter à la chlorite; les sections incolores et généralement allongées paraissent alors formées par l'accumulation de petites paillettes micacées.

Le microscope ne pourrait à lui seul dévoiler la nature des taches noires plus ou moins alignées que l'on voit dans les préparations. Elles sont opaques et sans contours réguliers; alors même que la forme de ces sections nous indiqueraient un minéral hexagonal, comme on le voit assez rarement, ce fait ne suffirait pas encore pour déterminer d'une manière certaine l'espèce minérale à laquelle doivent se rapporter ces points opaques que l'examen macroscopique nous montre être de la pyrrhotine. Dans les lames taillées ces grains de pyrrhotine ont un reflet métallique; la surface réfléchissante est parsemée de petits points jaune d'or. On constate que ces grains sont répartis suivant la direction du feuilletage, formant tantôt des granules irréguliers, tantôt de minces filaments noirs. En étudiant attentivement quelques-unes de ces plages de pyrrhotine, on aperçoit qu'ils donnent sur leurs bords de faibles traces de dicroscopisme et l'on est porté à se demander si nous n'avons pas sous les yeux un cas analogue à celui que nous présentent bien souvent les lames minces des basaltes où les grains de fer magnétique recouvrent fréquemment des lamelles de biotite qui n'apparaissent nettement que lorsqu'on a lavé la préparation avec de l'acide chlorhydrique. Ces grains de pyrrhotine sont presque toujours enclavés dans la substance grisâtre que nous considérons comme feldspathique.

Les bancs *B* sont constitués par une pâte d'eurite feuilletée d'un blanc gris intimement associée à une phyllite blanche, à éclat soyeux et argentin, à texture fibro-écailleuse, très-analogue au talc, mais qui est en réalité le meilleur exemple de séricite que nous aient fournie les Ardennes françaises. Cette eurite renferme de petits grains de feldspath et de quartz, et elle entoure en ondulant les cristaux plus volumineux de ces deux minéraux, lesquels, à l'œil nu, nous ont paru le plus fréquemment en contact

Digitized by Google

immédiat avec la séricite. Le quartz donne rarement une section hexagonale à la cassure, il est communément en lentilles, en globules ellipsoïdaux, dont le grand axe est parallèle à la schistosité. Ce quartz est vitreux, gris ou d'une teinte bleuâtre faible. Il ne dépasse guère 1 centimètre et se tient communément beaucoup au-dessous de cette dimension. La plupart des cristaux de feldspath reconnaissables appartiennent aux plagioclases. Ils sont d'un gris jaunâtre, parfois légèrement rosâtre. Une de leurs formes les plus habituelles est rectangulaire et aplatie. C'est la forme $pmtg^1a^1/_2$ dans laquelle p est très-développé avec un raccourcissement notable de l'axe vertical. D'autres cristaux de feldspath offrent la macle de Carlsbad avec extension relative plus considérable de la face g^1 et de l'axe vertical. Parmi ceux-ci il en est où nous avons reconnu la face provenant de la troncature de l'angle o, et qui a été indiquée à propos de Mairus. La plupart de ces cristaux sont également des plagioclases. Un petit nombre de couleur plus rosée et dont les plans de clivage n'accusent pas les stries du système cristallin dissymétrique appartiennent probablement à l'orthose. La majorité de ces feldspaths a les bords arrondis; quelques-uns sont tout à fait lenticulaires. Les uns et les autres sont généralement couchés dans le plan du feuilletage de la roche. Nous n'en avons pas vu qui dépassassent notablement 2 centimètres dans leur plus grande dimension. Généralement ils n'atteignent pas 9 à 10 millimètres [1].

La partie la plus massive de ce gisement a fourni des lames minces où se retrouvent tous les caractères des porphyroïdes à séricite : pâte microcristalline où l'élément quartzeux domine sur le feldspath; intercalation con-

[1] La roche que nous décrivons en ce moment peut être rapprochée des porphyroïdes du Thüringerwald, en particulier de celles de Reichenbachthal, de Bärentiegel près de Katzhütte, et de Pechleite près d'Eisfeld. Les échantillons que nous avons étudiés, et que nous devons à l'obligeance de M. Richter de Saafeld, possèdent avec celle du gisement r des analogies frappantes de structure et de composition. Les fragments des bancs B, les plus schistoïdes, sont presque des *Phyllitgneiss;* mais la pâte que possède cette roche des Ardennes ne peut point la faire envisager comme un gneiss. Notons toutefois qu'elle ressemble parfaitement aux *Phyllitgneiss* du Fichtelgebirge; nous avons vu tels échantillons de cette contrée qu'on ne peut presque pas distinguer de la porphyroïde r de Laifour, par exemple, ceux de Furstenstein près de Goldkronack.

Digitized by Google

stante de l'élément phylladeux et texture ondulée; on voit, en un mot, se reproduire au microscope tout ce que l'on observe en grand. Certaines plages intercalées entre les grands cristaux sont tout entières composées de séricite (voir pour cette description, pl. V, fig. 29). Lorsque ces membranes phylliteuses entourent les feldspaths et les quartz, on observe souvent une zone très-étroite brunâtre ou incolore qui s'étend autour du cristal, zone que la séricite ne pénètre point. Cette particularité est assez constante, elle fut remarquée par M. von Lasaulx dans certaines roches séricileuses porphyroïdes du Taunus. Lorsque les membranes séricileuses se rapprochent des éléments porphyriques, on voit les membranes s'élargir et enclaver des particules quartzeuses. Les feldspaths, toujours altérés, sont des plagioclases; d'autres, moins nombreux, sont des orthoses, qui nous offrent la macle de Carlsbad d'une manière aussi caractéristique que dans le porphyre quartzifère de Spa. L'espace entre les clivages des feldspaths et les centres de ces cristaux sont souvent envahis par la substance pinitoïde jaunâtre ou verdâtre dont nous avons parlé à l'occasion de la roche du ravin de Mairus. Les sections de plagioclase ou d'orthose sont fréquemment arrondies comme aussi celle du quartz. Ce minéral ici, comme dans toutes les autres porphyroïdes des Ardennes, renferme de nombreuses enclaves liquides. La chlorite se montre dans nos préparations de la roche sous forme de petites plages verdâtres à fibres serrées et avec ces points circulaires noirs absorbant fortement la lumière qui rappellent certaines structures sphéroïdales. Enfin on observe encore enchâssés dans la pâte un grand nombre de microlithes prismatiques et des petits lits de biotite (pl. V, fig. 29).

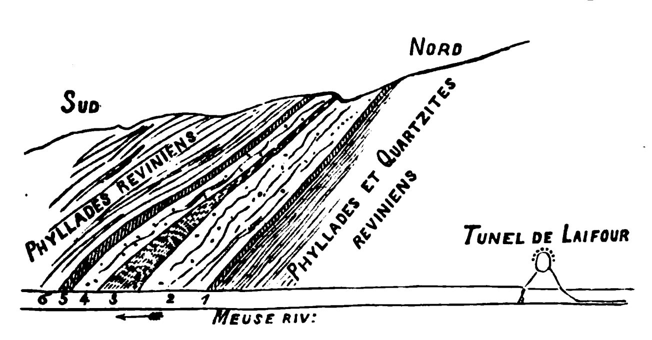
Les préparations microscopiques taillées dans des fragments recueillis près du bord nord de ce gisement nous montrent la même structure et la même composition que celles des échantillons du centre de cette bande. Toutefois la séricite y joue un rôle plus considérable et le grain de la pâte est très-serré. Avec l'appareil de Nicol on aperçoit une disposition en gerbe de l'élément phylladeux, disposition que nous n'avons point encore remarquée dans les autres roches du même type. Le parallélisme habituel des fibres séricileuses devient dans ce cas une structure rayonnée dont les grands cristaux sont les centres. Entre les lamelles de séricite on entrevoit de petits

Digitized by Google

prismes feldspathiques d'un ½ millimètre de longueur et des grains quartzeux.

Quelques bancs de ce massif ont une structure éminemment schistoïde, qui provient de l'amincissement des feuillets d'eurite et de l'abondance de la séricite. Celle-ci communique un éclat soyeux ou satiné remarquable aux surfaces de cassure. En observant ces surfaces ondulées, on voit que la séricite n'est pas distribuée uniformément dans le plan des feuillets de la roche. Elle apparaît en agrégats micro-cristallins et feuilletés constituant de petites lentilles aplaties, ou bien elle entoure les cristaux comme une sorte de membrane fibreuse. Ailleurs dans les intervalles la séricite ne se montre plus que comme une sorte de poussière argentée ou d'enduit fibreux adhérant à l'eurite. La séricite de ces bancs schistoïdes est essentiellement fibreuse, et les fibres nous ont paru avoir un alignement constant et persistant malgré les ondulations et la disposition fibro-rayonnée qu'elle a souvent autour des cristaux. Cet alignement correspond, à peu près, à la ligne de pendage des couches et à l'espèce d'étirage qu'elles ont dû éprouver dans leurs courbures. En considérant cette disposition de la séricite, on a lieu d'admettre que son origine se rattache, du moins en partie, aux mouvements subis par les couches.

A 300 mètres environ au sud de l'entrée du tunnel de Laifour tournée du côté de ce village, on voit dans un escarpement de la colline sise à la rive droite de la Meuse les bancs de la porphyroïde *d* exploitée du temps de Dumont et, plus tard encore, lors de la construction du chemin de fer des Ardennes. Le diagramme ci-contre indique la suite des couches dans cette carrière.



1. Phyllade gris luisant, subcompacte, succédant en parfaite concordance aux phyllades reviniens normaux d'un bleu foncé.

2. 5 mètres d'une porphyroïde gris-verdâtre pâle, schistoïde (hyalophyre schistoïde de Dumont).

3. 2 mètres de chloritoschiste verdâtre calcareux pyritifère, subcompacte (albite chloritifère de Dumont).

4. 2 mètres d'une porpbyroïde analogue à celle du n° 3.

5. 1 mètre environ de schiste euritique altéré, accompagné de chlorite, de séricite et passant au-dessus à un lit de phyllade séricileux jaunâtre se délitant en aiguilles.

6. Phyllades reviniens.

N. B. — Les épaisseurs sont supputées au bas de l'escarpement. A sa partie supérieure, difficilement accessible, les bancs paraissent s'amincir, notamment le chlorito-schiste du n° 3. Cependant nous avons recueilli des échantillons d'une roche assez semblable à ce chlorito-schiste, bien que altérée, au sommet de l'escarpement, et c'est pourquoi nous ne croyons pas à la terminaison complète de cette couche, telle qu'elle est indiquée dans le dessin que Dumont en a donné dans son mémoire, p. 87.

Les n°s 2 et 4 de la coupe précédente fournissent d'excellents types des porphyroïdes des Ardennes françaises. La pâte en est bien distincte, translucide sur les bords minces, à éclat vitreux faible, gris-verdâtre ou gris-bleuâtre, suivant que la chlorite ou la biotite y constitue un élément colorant. Quand la roche est très-altérée, cette pâte devient tout à fait terne et passe au gris jaunâtre ou brunâtre. Elle est feuilletée par suite de l'interposition des paillettes submicroscopiques ou d'enduits lamelleux de chlorite, de biotite ou de séricite. C'est tantôt l'un, tantôt l'autre de ces minéraux qui prédomine ou se montre plus distinctement dans les échantillons. De petits nids et des lentilles généralement très-aplaties et formés tantôt par l'une, tantôt par l'autre de ces mêmes phyllites, sont disséminés avec plus ou moins d'abondance dans les bancs à côté des noyaux de quartz et de feldspath. C'est à ces petits amas de silicates colorés qu'est dû en partie l'aspect tacheté que la cassure de la roche met à nu à la surface de ses feuillets ondulés. Le quartz vitreux-grisâtre, bleuâtre ou enfumé, apparaît dans la masse précédente, soit en isocéloèdres parfois bien distincts, soit en gouttes ou lentilles plus ou moins ellipsoïdales de 1 à 3 millimètres de longueur, et rangées parallèlement aux ondulations de l'eurite. Le quartz paraît beaucoup plus abondant que le feldspath dans plusieurs bancs de la por-

Digitized by Google

phyroïde du n° 2. Les feldspaths prédominants à éclat vitreux gris-gras verdâtre, plus rarement gris-jaunâtre, sont des plagioclases qui, selon nous, appartiennent à l'oligoclase, car nous y avons reconnu toutes les formes signalées dans les cristaux de Mairus à contours rectilignes, mais dans des dimensions beaucoup moindres. A Laifour, en effet, les cristaux de feldspath atteignent rarement un centimètre, et ne dépassent pas 5 à 6 millimètres dans la plupart des cas. Nous voyons beaucoup de feldspaths à formes plus ou moins arrondies et même plus ou moins lenticulaires. Presque tous sont couchés ou étendus dans le sens des feuillets schistoïdes. Parmi les minéraux de cette catégorie nous en avons vu un petit nombre d'un éclat différent, rosâtres, et n'offrant pas les cannelures hémitropes du système dissymétrique. Mais ces cristaux sont rares; et c'est pourquoi, contrairement à la définition donnée par Dumont, le feldspath fondamental des hyalophyres schistoïdes de Laifour n'est pas l'orthose, mais un plagioclase. Enfin nous avons constaté également, dans la même porphyroïde, l'existence de nodules allongés, formés extérieurement d'une croûte plagioclastique très-visible et à l'intérieur de cette même substance, vitreuse, à éclat gras, souvent associée à un mica, que nous avons signalée plus haut dans la description du ravin de Mairus (assise n° 4) et qui est restée pour nous énigmatique. L'existence de ces minces nodules à structure singulière dans les roches feldspathiques des environs de Laifour montre l'analogie profonde des porphyroïdes des Ardennes, malgré leur différence d'aspect.

Les échantillons des assises 2 et 4 de notre coupe, taillés en lames minces, nous montrent une microstructure et une composition identiques à celles des roches porphyroïdes de la bande *c*. Le microscope y dévoile une pâte microgranitoïde de feldspath et de quartz dont les grains sont entrelacés de lamelles de séricite. Dans quelques cas la phyllite est si peu représentée au sein de cette pâte qu'on croit avoir sous les yeux des préparations de porphyre quartzifère normal. Mais près des grands cristaux on voit cependant apparaître la texture ondulée des porphyroïdes. Nous observons au microscope beaucoup plus de plagioclases que d'orthoses. Comme à Mairus l'élément feldspathique est fortement décomposé, et c'est ici qu'on peut le mieux observer sa métamorphose en calcaire; on voit les sections plagioclastiques

Digitized by Google

se remplir de granules calcareux; d'autres feldspaths sont entourés d'une zone large quelquefois de $0^{mm},1$, à laquelle on reconnait les stries et les clivages du calcaire spathique. On voit ce minéral tapisser les plans de clivage des plagioclases à peu près de la même façon que nous avons observé l'intercalation de la substance pinitoïde dans les feldspaths de la bande du ravin de Mairus. Ajoutons toutefois que nous avons vu le calcaire occuper des plages isolées assez considérables alors qu'il n'est en contact avec aucun feldspath, et qu'on l'aperçoit aussi à la périphérie de certaines lentilles quartzeuses. Quelques cristaux de feldspath sont entourés d'une zone grisâtre qui s'éteint entièrement entre les nicols croisés. Les grandes sections de feldspath s'alignent pour déterminer la structure plus ou moins schistoide. Il en est de même pour les sections quartzeuses; quelques-unes d'entre elles ont des formes dihexaédriques d'une admirable netteté; le plus grand nombre cependant sont arrondies et lenticulaires; il en est de fracturées dont les divers fragments se retrouvent à petite distance. On voit par la forme de leurs dentelures ou de leur contour qu'elles ont appartenu à un seul individu. Cette fragmentation, analogue à celle de quelques feldspaths, a pour cause, comme nous l'avons déjà dit, les mouvements mécaniques auxquels la roche fut soumise après son dépôt et l'observation microscopique confirme ici parfaitement l'observation faite en grand. La biotite se retrouve fréquemment dans nos plaques minces; elle y forme de petites plages, plus rares, il est vrai, que dans la porphyroïde *c*; mais il n'existe pas dans la plupart de nos préparations une surface de quelques millimètres où l'on ne soit sûr de découvrir quelques paillettes de ce mica. Quelques-unes sont enclavées dans les plages quartzeuses. Le calcaire, intercalé d'une façon aussi constante que nous l'avons vu dans l'intérieur des sections de feldspath, se voit encore remplissant l'espace compris entre les lamelles de biotite. Les préparations faites avec des échantillons pris au milieu des assises que nous décrivons, montrent peu de lamelles de chlorite, elles y jouent un rôle assez secondaire; mais on verra plus loin combien leur nombre s'accroît graduellement vers les confins de la roche porphyroïde et du chloritoschiste (3).

Les bancs des assises 2 et 4 de la coupe précédente sont assez altérés.



Ils sont traversés de fissures où le quartz, le calcaire, la chlorite, l'oligiste micacée, la pyrite, peut-être la pyrrhotine, ont cristallisé. De plus, le calcaire, ici comme dans les autres gisements cités, a pris, comme on vient de le dire, la place de beaucoup de feldspaths, ce qui communique souvent aux fragments la propriété de faire effervescence avec les acides.

L'assise n° 3 qui occupe le centre de la coupe tranche complétement par ses caractères avec les porphyroïdes 2 et 4 qui l'encaissent. Cette masse que Dumont appelle *albite chloritifère* où *chloralbite* est formée d'une roche schisteuse et cristalline, se débitant en fragments aplatis qui laissent reconnaître immédiatement la structure feuilletée et écailleuse. Elle est essentiellement composée de paillettes et de filaments submicroscopiques de chlorite, d'un vert noirâtre plus ou moins foncé. On ne voit pas dans la masse les lamelles plus grandes de chlorite qui s'observent souvent dans les chloritoschistes classiques. L'assise 3 du tunnel de Laifour est donc un chloritoschiste de couleur sombre et à grains plus fins que ne le sont les chloritoschistes ordinaires auxquels nous les avons comparés. La roche se raye à l'ongle en vert pâle, mais elle est un peu plus dure que les chlorito-schistes du Tyrol. La roche fond sur les bords en un globule noir émaillé. Elle est donc probablement à base de ripidolithe, comme les roches congénères. La séricite et la biotite s'y associent également à la chlorite. En regardant à la loupe la cassure transversale, on aperçoit un nombre considérable de grains d'un vert plus pâle ou bien tirant sur le gris, et qui sont autant de minéraux entre lesquels s'entrelacent les filaments des phyllites. Les uns sont des grains de quartz vitreux; d'autres, extrêmement multipliés dans certains lits, sont des lamelles de calcaire; d'autres, bien plus rares, appartiennent probablement à des feldspaths altérés.

Ce que l'on remarque surtout au microscope, ce sont les lamelles de chlorite; elles forment un agrégat de paillettes vert-pâle, dont la polarisation chromatique est faiblement accusée. Celles qui furent taillées parallèlement à l'axe principal font nettement reconnaître le dicroscopisme; mais pour les sections faites suivant d'autres directions, cette propriété optique est peu sensible. La forme des lamelles chloriteuses est irrégulière, quelquefois elles sont un peu fibreuses ou fibro-radiées. Leur parallélisme n'est point constant,

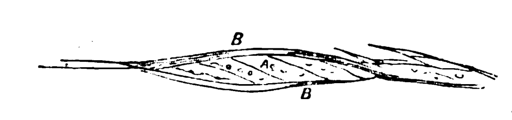
Digitized by Google

elles s'entrelacent et se soudent les unes aux autres. La chlorite renferme ici de petits corpuscules transparents de forme sphérique ou rhombique; ils ont moins de $0^{mm},01$ de diamètre. Les plaques que l'on fait digérer avec de l'acide chlorhydrique bouillant se décolorent presque complétement. Le microscope montre des plages quartzeuses de moins de $1^{mm},0$ intercalées entre les lamelles chloriteuses. Après la chlorite le minéral qui joue le plus grand rôle dans cette roche c'est le calcaire. On le retrouve ici sous la forme de petits grains irisés et brillants ou sous celle de plages plus étendues présentant les clivages rhomboédriques. Ces sections sont irrégulières et alignées dans le sens du grand axe des lamelles de chlorite. Cette association du calcaire et de la chlorite dans les chlorito-schistes est un fait souvent signalé par les pétrographes; c'est ainsi que nous retrouvons ces deux minéraux dans les *lavezzi*, par exemple, et certains chlorito-schistes calcareux des Alpes. Quelques grains jaunâtres doivent être rapportés à l'épidote. Nous n'avons point vu dans nos plaques des sections feldspathiques. Les points métalliques très-nombreux n'offrent jamais de contours cristallographiques bien marqués, de sorte que nous ne pouvons dire si la roche contient du fer magnétique, cet associé si fréquent de la chlorite dans les roches de ce type. Souvent ces points se groupent et l'on voit une disposition géométrique qui rappelle les formes rhombiques, de manière qu'on serait porté à admettre que le fer titané joue un rôle secondaire dans ce chlorito-schiste. Sur les bords de ces sections opaques on remarque une zone transparente brunâtre due à la décomposition du minéral représenté par ces grains noirs, dont quelques-uns, à en juger par ce que l'on constate à l'œil nu, doivent être de la pyrite. Car cette roche se distingue par l'abondance de cristaux de pyrite martiale à vif éclat métallique et ayant jusqu'à 4 ou 5 millimètres ou même davantage; ces cristaux sont des cubes triglyphes ou des cubo-octaèdres ou des octo-cubo-dodécadièdres. On trouve aussi des mouches de chalco-pyrite et surtout de pyrrhotine.

Au premier abord l'assise n° 3 du chlorito-schiste parait suivre brusquement les porphyroïdes du n° 2, mais l'observation plus attentive des parois accessibles et celle des échantillons répandus dans la carrière montre qu'il existe un passage plus ou moins graduel entre ces deux séries si différentes

Digitized by Google

au point de vue minéralogique. En montant le long du talus qui longe les bancs de la roche, on remarque que les nodules et les lentilles aplaties formées de biotite ou de chlorite répandus dans l'assise n° 2 se multiplient et augmentent considérablement de volume dans certaines places, et notamment vers le joint limite de cette assise et du chlorito-schiste n° 3. L'extension de ces amas aplatis de biotite et surtout de chlorite donne naissance à des feuillets étendus qui se séparent et se rejoignent tout à coup en enveloppant des portions de la porphyroïde. Vers les confins mutuels des deux assises, on peut trouver des nodules de porphyroïde allongés suivant la stratification ayant 50 centimètres et plus de longueur, et complétement enveloppés par les feuillets longitudinaires du chlorito-schiste. Parmi ces lentilles de chlorite entourées de porphyroïde, et ces lentilles de porphyroïde entourées de chlorite, il en est qu'on pourrait prendre pour des fragments enchâssés comme il s'en voit au contact des roches éruptives, si l'on ne prenait garde : 1° à leur passage à des nodules plus petits et à des enduits de même nature minéralogique répandus dans toute la masse; 2° au parallélisme général de tous les éléments hétérogènes avec la stratification des bancs; 3° à l'existence de petits lits réguliers de chlorite à l'intérieur de lentilles de porphyroïde enveloppées elles-mêmes de feuillets chloriteux, ainsi que l'exprime le diagramme ci-contre, et dans lequel *A* représente une lentille d'hyalophyre ou de porphyroïde traversée de membranes plus ou moins continues et nombreuses de chlorite, et *B* des feuillets plus ou moins épais, étendus, de chlorito-schiste. Il ne s'agit donc pas ici de fragments enveloppés dans une roche intrusive, mais bien de portions chloriteuses plus ou moins feuilletées, intercalées à diverses places dans des bancs porphyriques dont la texture est tantôt plus schisteuse, tantôt plus grenue. Toutes les circonstances qu'on vient d'indiquer n'appartiennent pas aux masses cristallines injectées et consolidées dans des fentes, mais ce sont celles que l'on observe dans les passages des roches schisto-cristallines entre elles, et que l'on peut notamment vérifier dans les Ardennes en considérant les transitions, si souvent répétées des quartzites, aux quartzo-phyllades ou aux phyllades.



Digitized by Google

On peut encore vérifier ce passage plus ou moins graduel de la porphyroïde au chlorito-schiste en étudiant au microscope des échantillons pris au contact des n°s 2 et 3 et 3 et 4 de notre coupe. Dans ces lames minces la séricite est peu représentée, la structure schistoïde est indiquée surtout par des écailles chloriteuses qui jouent à elles seules dans ces préparations presque exclusivement le rôle de phyllite. En même temps que la chlorite commence à dominer les grains feldspathiques et quartzeux deviennent plus microscopiques; ils sont encore représentés comme dans la porphyroïde, mais on voit qu'ils sont moins bien individualisés; les grains calcareux deviennent plus fréquents. La transition entre les deux roches se fait pressentir dans les échantillons pris à 3 ou 4 centimètres du contact; des lamelles chloriteuses viennent s'intercaler en grand nombre, elles donnent aux préparations une teinte verdâtre qui, d'abord assez légère, va s'accusant jusqu'au contact du chlorito-schiste. On ne voit donc pas non plus au microscope une zone de démarcation nettement tranchée entre ces deux roches si hétérogènes. Notons que les sulfures et les particules métalliques opaques se multiplient et augmentent de volume à l'approche de l'assise chloriteuse.

Ce fait de la présence d'un schiste chloriteux dans l'axe central de la série porphyrique du tunnel de Laifour, joint au mode de transition que l'on vient de relever entre les roches cristallines conjointes, écarte tout à fait, selon nous, l'interprétation par un filon d'injection maintenue par Dumont, et confirme, au contraire, l'origine strato-sédimentaire des porphyroïdes des Ardennes et leur contemporanéité au terrain cambrien adjacent, telles que nous les avons déduites des gisements analogues des environs de Mairus.

Le schiste euritique altéré accompagné de chlorite et de séricite, qui constitue le n° 5 de notre coupe, montre au microscope une assez grande ressemblance avec le chlorito-schiste du centre de la bande porphyroïde. C'est l'élément chloriteux qui est le plus représenté dans l'assise 5; il s'y montre sous forme de lamelles alignées enlaçant des grains nombreux de feldspath altéré. Ceux-ci n'offrent pas de traces des cannelures hémitropes du système dissymétrique. A ces minéraux viennent s'ajouter le quartz et le calcaire en

Digitized by Google

plages irrégulières et assez nombreuses. Beaucoup de sections microscopiques jaune-citron sont des grains d'épidote. Le reflet métallique jaunâtre des points opaques ainsi que leurs contours permettent de les rattacher à la pyrite. Le microscope dévoile encore dans les plages chloriteuses de nombreux petits prismes irrégulièrement terminés. On ne peut méconnaître dans la structure de cette roche schistoïde quelque ressemblance avec celle que nous avons décrite pour la roche *A* du gisement de la Fontaine ferrugineuse.

Les gisements *g* et *h* se remarquent vers le grand escarpement tournant formé par les rochers dits *les Dames de Meuse*, à 1500 mètres environ au sud-ouest du clocher de Laifour. Dumont, dans son mémoire [1], confond ces deux affleurements en un seul, et les considère comme faisant le prolongement de l'affleurement *t* au sud du tunnel de Laifour et que nous venons de décrire. Mais l'examen des lieux nous a montré qu'il y a là une double apparition de roches schisto-porphyriques séparées l'une de l'autre par une trentaine de mètres de phyllades. Il faut les chercher vers la tête du barrage oblique qui traverse la Meuse à l'endroit où s'ouvre le canal de dérivation, et où l'on trouve quelques blocs d'hyalophyre tombés de la montagne et baignés par la rivière. Ces gisements *g* et *h* sont d'un accès fort difficile. Nous n'avons pu apprécier exactement leurs relations stratigraphiques dans cette région tourmentée. Il n'est pas impossible qu'ils appartiennent tous les deux à un même système de bancs ramenés à deux reprises par un pli ou par une faille. Toujours est-il que le gisement *h* est en parfaite concordance avec les couches schisteuses inclinées du terrain cambrien, et paraît s'intercaler régulièrement entres elles jusqu'à une hauteur considérable [2].

Nos échantillons provenant de la masse *g* sont éminemment schistoïdes. Ce sont des dalles feuilletées, d'un gris légèrement verdâtre, d'un éclat soyeux faible, et ressemblant beaucoup à certains schistes à séricite du

[1] *Op. cit.*, p. 89, en bas.

[2] Nous n'avons donc pas observé l'amincissement en hauteur dont parle Dumont dans l'endroit précité de sa description.

Digitized by Google

Taunus. Ils sont constitués par une eurite schistoïde avec enduits et membranes ondulées, irrégulières de séricite, accompagnés de place à place par de petits amas de chlorite. Dans ce tissu l'on distingue assez bien de grains de quartz vitreux de 3 ou 4 millimètres, parmi lesquels on retrouve des isocéloèdres arrondis sur les bords : on remarque aussi quelques rares cristaux de feldspath ayant à peu près les mêmes dimensions.

Dans la masse *h* on rencontre également des couches très-schistoïdes et composées d'une eurite gris-bleuâtre, translucide, dans laquelle s'entrelace une sorte de réseau à mailles elliptiques, serrées, et plus ou moins contourné, formé de séricite et de chlorite. Des grains de quartz vitreux et de petits cristaux de feldspath plagioclase se détachent dans cette masse. Dans ce même gisement certains bancs sont formés d'une porphyroïde à feuillets plus allongés, à cristaux plus nombreux et plus volumineux de feldspath et de quartz. Ils ne pourraient être distingués minéralogiquement de ceux qui constituent la porphyroïde du tunnel de Laifour. Des échantillons arrachés à des blocs voisins du même gisement et qui appartiennent peut-être aux bancs centraux, accusent une porphyroïde à texture grossièrement schistoïde ou gneissique, riche en petits cristaux de quartz plus ou moins dihexaédriques et renfermant de nombreux feldspaths où dominent franchement le caractère des plagioclases avec les formes que l'on a signalées. On peut extraire assez facilement de cette roche des cristaux de 8 à 10 millimètres. — Outre la séricite et la chlorite, on reconnaît çà et là dans cette porphyroïde quelques prismes d'amphibole et sur ceux-ci de petites houppes d'asbeste.

A 500 mètres environ plus bas et à la même rive gauche de la Meuse, s'ouvre un grand ravin sur le flanc nord duquel on peut voir un superbe développement de porphyroïde, qui répond au 6me filon à la Meuse de Dumont et à notre affleurement *k*. Exploité sur un ou deux points à l'occasion de la construction du chemin de fer et de la canalisation du fleuve, cet affleurement est assez bien à découvert [1]. Le diagramme ci-après donne

[1] Cette bande d'hyalophyre devait être très-peu visible au temps de Dumont qui la cite sans s'arrêter (*op. cit.*, p. 90) et sans signaler l'existence de la magnifique amphibolite sur laquelle elle repose.


Digitized by Google

une idée de la disposition des roches à mi-hauteur de la colline au nord du ravin.



1. 6 à 7 mètres d'amphibolite schisteuse, puis grenue, reposant en concordance sur les phyllades reviniens. A sa partie supérieure la roche passe de nouveau à l'amphibolite schistoïde.

2. 0m,80 d'amphibolite schistoïde et chloriteuse passant aux chlorito-schistes.

3. 8 mètres de porphyroïdes orthosifères et oligoclasifères surmontés par quelques centimètres de phyllade euritique et séricitcux. Immédiatement au-dessus apparaissent les phyllades reviniens normaux.

La roche n° 1 de la coupe est le premier exemple que nous rencontrions, dans cette description, de ces roches cristallines verdâtres, cohérentes, où l'amphibole est plus ou moins distincte, que Sauvage et Buvignier ont reconnues dans les Ardennes françaises et auxquelles, ainsi que Dumont, ils ont donné le nom de *Diorites* [1]. Ajoutons que c'est le seul cas rencontré par nous dans les Ardennes de la juxtaposition immédiate des roches amphiboliques et des porphyroïdes. La roche amphibolique de l'assise n° 1 de la coupe précédente constitue des bancs massifs recoupés par plusieurs systèmes de joints parallèles, qui, par suite de leur régularité dans quelques places, rappellent un peu la structure colonnaire. C'est pourquoi la roche se débite en fragments parallélipipédiques. La texture est finement granitoïde. Examinée à la loupe, on y reconnait un minéral d'un noir verdâtre ou d'un vert foncé, distribué en nombreuses petites masses lamello-fibreuses, plutôt qu'en cristaux nets, ayant 1 millimètre au plus, possédant les clivages faciles, l'éclat propre à la hornblende, et la fusibilité assez prompte en globule noir-

[1] Conf. *Statistique minéralogique et géologique des Ardennes*, p. 121.


Digitized by Google

grisâtre qui caractérise cette sous-espèce de l'amphibole. Entre ces petites masses cristallines hornblendifères qui paraissent sans alignement déterminé, du moins dans les bancs centraux, il existe une matière vitreuse d'un vert assez pâle passant à diverses nuances, et à texture granulaire, écailleuse ou fibreuse. Dans cette masse intermédiaire et où sont enchâssés les minéraux amphiboliques, on ne retrouve ni la couleur, ni la texture lamelleuse, ni les stries habituelles des feldspaths associés à la hornblende dans les diorites. Les portions d'un vert jaunâtre clair, fusible en verre noir, doivent être de l'épidote, et cette déduction est appuyée tant par le microscope que par l'existence de petites houppes aciculaires disséminées dans la masse et où l'épidote apparaît plus distinctement. Des points plus pâles ou grisâtres appartiennent au quartz plus ou moins verdi par les minéraux voisins et qui communique à cette pierre sa cohésion remarquable et la propriété de rayer le verre. Enfin une autre portion de la masse vitreuse verdâtre constitue un minéral à la fois écailleux et fibreux et que nous ne savons reconnaître. Les feldspaths ne figurent pas ici dans les éléments essentiels de la roche. Nous n'en avons pas vu dans l'examen à l'œil nu ou à la loupe et ils doivent être extrêmement rares, si tant est qu'ils existent.

Les lames minces de cette roche montrent qu'elle est composée de cristaux et de grains de hornblende brunâtre et verdâtre plus ou moins fibreuse, dicroscopique et montrant les clivages de cette sous-espèce de l'amphibole. On y découvre aussi des plages verdâtres non fibreuses que nous ne pouvons identifier avec la hornblende et que nous désignons sous le nom de viridite. Ces divers éléments sont enchâssés dans du quartz limpide et renfermant des enclaves liquides. Nous retrouvons ici le fer titané recouvert du produit de décomposition blanchâtre dont nous avons parlé en décrivant les roches plutoniennes de Belgique. Comme éléments accidentels, signalons l'épidote, le calcaire et quelques sections de sphène.

Cette même roche renferme beaucoup de mouches de pyrrhotine visibles à l'œil nu, ainsi que des grains et des cristaux de pyrite et de chalcopyrite. Ces derniers minéraux ont cristallisé, ainsi que le quartz, l'asbeste et l'épidote dans les fissures qui traversent les bancs, et l'on peut en extraire de jolis échantillons renfermant toutes ces espèces. Les préparations microsco-

Digitized by Google

piques faites avec les échantillons traversés par ces fissures remplies de minéraux secondaires sont d'une beauté exceptionnelle. Nous avons représenté sur notre planche IV, figure 24, les magnifiques houppes d'asbeste qui gisent dans le quartz associées à des sections d'épidote. L'asbeste se montre ici souvent sous forme de gerbe; dans ce cas les filaments asbestoïdes sont généralement séparés et courbés; dans d'autres cas ils se groupent tout en restant parallèles; ils ressemblent alors à la hornblende verdâtre fibreuse, que nous avons signalée dans la roche, qui constitue l'assise I de notre coupe. Ces filaments parallèles et serrés les uns contre les autres donnent des plages qui revêtent la couleur verte. On voit l'asbeste dans le quartz et dans les petites portions de calcaire spathique enclavées dans ces fissures. En général la disposition des filaments asbestoïdes et celle des cristaux d'épidote est perpendiculaire aux bords de la fissure.

D'après la description qui précède la roche verte de l'assise n° 1 doit être rapprochée des amphibolites.

L'assise n° 2 qui se lie à la précédente par quelques lits d'amphibole à demi schistoïde est une roche bien feuilletée, d'un vert sombre, brunissant par altération, légèrement luisante et fibreuse à la surface des feuillets. Elle est à base de chlorite associée à des lamelles de biotite. La cassure transversale y fait voir une foule de points vitreux brillants qui sont du calcaire et du quartz. L'examen macroscopique ne nous y a pas révélé l'amphibole qui doit y exister vu sa liaison intime avec la roche précédente : et c'est ce que révèle en effet le microscope. La roche présente d'ailleurs une grande analogie d'aspect avec les chlorito-schistes adjacents aux porphyroïdes du tunnel de Laifour, et comme dans cette dernière roche on y retrouve des cubes triglyphes de pyrite.

L'analyse microscopique montre que cette roche est composée presque exclusivement d'une substance chloriteuse verdâtre assez semblable à celle que nous avons désignée dans la description de l'amphibolite n° 1 sous le nom de viridite. Ici la hornblende est très-rare et elle apparait seulement en grains microscopiques. En étudiant les lames minces de ce schiste chloriteux et en constatant les rapports intimes de structure et de composition qu'il possède avec l'amphibolite schistoïde du n° 1 de la coupe, on ne peut s'em-

Digitized by Google

pêcher de se demander si la hornblende par sa décomposition n'a pas donné naissance au minéral verdâtre qui constitue l'élément principal de la roche que nous décrivons. Elle est plus riche en quartz que le chlorito-schiste du tunnel de Laifour et contient un grand nombre de points noirs avec enduits blanchâtres et qui sont des sections d'ilménite, que nous n'avons point remarquées dans la roche chloriteuse du gisement *t*. Dans les échantillons observés au microscope, le quartz, l'épidote et le calcaire sont représentés par des plages assez nombreuses. L'alignement très-sensible de tous ces minéraux détermine la structure schistoïde que l'on remarque à l'œil nu.

Les bancs de la porphyroïde figurée au n° 3 de la coupe du gisement *k* rappellent beaucoup ceux de la porphyroïde du ravin de Mairus. Comme dans ce dernier endroit, la pâte est tantôt blanche, tantôt d'un gris verdâtre, tantôt d'un gris bleuâtre plus ou moins foncé; elle possède une texture plus ou moins schistoïde, un éclat un peu gras, et ces caractères sont déterminés par les proportions variables de séricite ou de biotite associées à l'eurite. La biotite notamment est très-répandue et surtout en petits nodules dans la porphyroïde du gisement *k*. — Dans les bancs dont la base euritique est de couleur foncée, les feldspaths dominant sont des orthoses, en cristaux à contours rectilignes généralement allongés suivant la diagonale antéro-postérieure inclinée du prisme, le plus souvent maclés suivant le type de Carlsbad; ou bien, ayant une configuration elliptique ou globuleuse par suite de l'arrondissement de certaines zones de faces et l'effacement des arêtes correspondantes. L'orthose se voit aussi en nodules cristallins tout à fait irréguliers. Ces cristaux ont un éclat vitreux assez prononcé; ils sont rose-saumon, rose-corail, blanc-jaunâtre, et toutes ces nuances sont fréquemment associées dans un même petit cristal. Le plus grand nombre ont de 3 à 5 millimètres, beaucoup atteignent un centimètre et il y a des agrégations d'orthose beaucoup plus volumineuses et alors toujours arrondies. Les cristaux de quartz extrêmement nombreux qui accompagnent ces feldspaths sont gris de fumée ou bleuâtres. L'ensemble constitue une assez jolie pierre.

Dans d'autres bancs où la pâte est de couleur pâle, parfois presque blanche, les feldspaths plagioclases paraissent les plus nombreux. Leurs caractères extérieurs les rapprochent des oligoclases décrits dans les autres gisements

Digitized by Google

des Ardennes. Leurs dimensions sont un peu inférieures à celles des orthoses. Nous avons cependant observé quelques grands individus. Les bancs orthosifères et les bancs oligoclasifères nous ont paru alterner dans la série des porphyroïdes de l'assise 3. On peut voir dans cette même assise des cristaux arrondis de 5 centimètres et plus, plus ou moins enveloppés de séricite et d'autres phyllites et qui ont l'aspect clastique et trompeur signalé dans les cristaux de Mairus. — Le microscope permet à son tour de rapprocher la microstructure de cette porphyroïde de certaines parties riches en biotite que nous avons décrites en parlant du ravin de Mairus. La pâte de la porphyroïde du gisement *k* apparaît dans les lames minces composée de grains de quartz et de feldspath quelquefois très-nettement isolés. La séricite toutefois ne s'est pas montrée distinctement dans nos préparations microscopiques. Quoique la biotite y soit extrêmement abondante, on ne la voit pas provoquer la schistosite, car les lamelles de ce mica n'y affectent point la disposition longitudinale que nous avons observée dans les roches à structure gneissique où la biotite joue le rôle de phyllite, par exemple dans les bancs centraux de l'affleurement *b*. Les feldspaths observés au microscope appartiennent aux systèmes monoclinique et triclinique. Les plagioclases sont, dans nos préparations, plus fréquents que les orthoses. Parmi ceux-là on en remarque dont les proportions descendent à $0^{mm},5$ et ils sont en tout semblables aux plagioclases que nous avons décrits en parlant des nodules à biotite enchâssés dans la porphyroïde *c*. Les sections de quartz sont nodulaires ou rhombiques. Ils enclavent des lamelles de mica magnésien dont les proportions descendent souvent à $0^{mm},002$. Nous avons trouvé dans les plaques minces, taillées dans des fragments de cette assise 3, d'assez nombreuses paillettes d'un mica incolore, que nous rapportons à la muscovite.

Nous avons remarqué, vers le haut de la colline, et en suivant l'affleurement de la porphyroïde, des blocs de la même pierre, dans lesquels on voyait des masses lenticulaires ayant jusqu'à 25 centimètres et plus de longueur, composées de chlorito-schiste très-analogue à la roche qui constitue l'assise 2 sous-jacente. Nous avons confondu d'abord ces masses verdâtres, feuilletées, avec des fragments arrachés aux bancs inférieurs; mais c'était une erreur. Il y faut voir, selon nous, des intercalations tout à fait sembla-

Digitized by Google

bles à celles que nous avons signalées à propos des porphyroïdes du tunnel de Laifour et du ravin de Mairus; et dans le cas présent elles se rapprochent des chlorito-schistes amphiboliques. Dans tous les cas où nous avons observé ces intercalations, elles sont plus ou moins en rapport par leur nature avec les roches formant les couches adjacentes aux porphyroïdes.

Cette porphyroïde du ravin des Dames de Meuse se termine en haut par un lit de phyllade sériciteux, un peu feldspathique qui n'a guère que 8 à 10 centimètres d'épaisseur. Immédiatement au-dessus s'étendent des phyllades cambriens bleu-foncé. Cette faible épaisseur des phyllades sériciteux, surmontant des bancs de porphyroïdes, s'accorde avec l'opinion qui voit dans celles-ci des couches régulièrement intercalées dans le terrain quartzo-schisteux des Ardennes. Une masse d'hyalophyre aussi puissante, injectée, comme le pensait Dumont, dans le plan des couches, les aurait affectées sur une épaisseur bien plus considérable.

Dumont a signalé à la rive gauche de la Meuse et à un kilomètre environ au nord de Mairus des bancs d'hyalophyre qu'il appelait le troisième filon à la Meuse et qui correspondent à notre gisement *d*. Ces roches apparaissent au bord de la route de Deville à Laifour et tout à côté à la tranchée du chemin de fer. De plus, au nord-est des deux points précédents et à la rive droite de la Meuse en *p*, on remarque le prolongement très-probable des bancs précédents dans une carrière à mi-côte, aujourd'hui abandonnée et couverte de broussailles, mais qui était bien à découvert à l'époque où Dumont écrivit ses mémoires. Dans les circonstances présentes cette bande n'est pas facile à explorer. C'est à la route qu'elle est le plus visible, et malheureusement les fragments en sont fort altérés.

Ce gisement *d* à la route est constitué par des lits massifs d'une porphyroïde régulièrement interstratifiée dans les phyllades et les quartzites cambriens. L'ensemble de ces lits présente de 7 à 8 mètres de puissance, et ils sont séparés, au-dessus comme au-dessous, des couches ordinaires du terrain cambrien par deux à trois mètres d'un schiste feuilleté gris-bleuâtre, brunâtre par altération, où la séricite, fibreuse d'abord, la chlorite ensuite et peut être même un peu de biotite s'unissent à la matière feldspathique, et dans lequel sont disséminés quelques petits cristaux de quartz et de feldspath.

Digitized by Google

Ce schiste fait effervescence avec les acides, par suite de l'altération des grains feldspathiques. Dumont l'appelle un phyllade albiteux. Il se délite en dalles plus épaisses que les phyllades voisins. C'est une roche parfaitement analogue à celle que fournissent les bancs limites des porphyroïdes de Mairus et de Laifour. L'étude de cette roche au microscope confirme ce rapprochement.

Quant à la portion centrale, malgré son aspect massif et la netteté de la séparation d'avec les couches précédentes, on peut constater que les bancs supérieurs en sont faits d'une eurite gris-bleuâtre à texture schistoïde, texture déterminée par des enduits et des lames très-minces discontinues de séricite et de biotite. De nombreux cristaux de quartz et de feldspath ne dépassant que rarement le volume d'une noisette, se détachent sur cette pâte schisto-compacte. Dans les bancs les plus voisins du centre qui sont fort altérés, la pâte devient jaunâtre, plus ou moins terreuse, la texture schistoïde est beaucoup moins accusée; mais cependant on en reconnait les traces, dans les fragments qui ne sont pas trop altérés, grâce aux enduits argentins de séricite entourant les feldspaths ou tapissant l'eurite; on y observe aussi de petits feuillets ou amas de biotite et de chlorite. Le plus grand nombre des feldspaths que nous avons observés étaient des oligoclases d'un gris légèrement verdâtre, ou rosâtre, en cristaux maclés en gouttière avec grand raccourcissement de l'axe vertical, ou bien en macle de Carlsbad. On trouve aussi des feldspaths en cristaux nodulaires, dont quelques-uns vers les bancs centraux ont plusieurs centimètres de longueur. Quant au quartz, il s'offre en petits isocéloèdres vitreux grisâtres et presque aussi nets que ceux qui sont disséminés dans le porphyre quartzifère de Spa.

L'analyse microscopique ne découvre dans les plaques minces de cette roche aucun élément important qui n'ait été signalé dans la description macroscopique. Comme dans d'autres porphyroïdes des Ardennes les sections feldspathiques témoignent de la profonde altération de ce minéral. Il est transformé en grande partie en une substance verdâtre isotrope dont nous avons parlé en décrivant la porphyroïde *b*. Ce produit de décomposition s'est intercalé dans tous les plans de clivages de quelques plagioclases, et n'était la teinte uniforme et de même intensité qui, avec les nicols, colore

Digitized by Google

les fragments feldspathiques séparés maintenant par l'élément verdâtre, on ne rapporterait pas au même individu cristallin ces portions isolées de plagioclase que nous montre le microscope. Certaines parties de la substance verdâtre ne s'éteignent pas entre les nicols croisés. Les sections hexagonales et rhombiques du quartz sont d'une remarquable netteté; cela est surtout vrai pour celles dont les dimensions ne dépassent pas un millimètre. Pour les plus grands cristaux les contours sont plus vagues, en général, les arêtes sont émoussées, ils prennent des formes discoïdes et souvent fragmentées, ils sont resoudés par la pâte euritique et par la phyllite. Quelques sections prismatiques noir-verdâtre dicroscopiques et formées par la juxtaposition de lamelle excessivement ténues sont de la biotite.

Certains échantillons altérés de la porphyroïde *d* ressemblent au porphyre quartzifère de Spa, et en constatant cette analogie on conçoit que Dumont ait rattaché la roche éruptive de Spa à ses hyalophyres. Mais à part les différences du gisement et celles que révèle le microscope, la porphyroïde *d* possède dans la disposition schistoïde de sa base euritique et dans les enduits sériciteux qui l'accompagnent des caractères qui la rangent dans une classe entièrement différente.

Les échantillons que nous avons recueillis sur l'autre rive de la Meuse, à l'affleurement *p* rive droite, nous ont paru moins altérés que ceux de la rive gauche. Il en est dont la pâte d'eurite est d'un blanc mat, et où les enduits fibreux de séricite entourant les feldspaths et les quartz sont remarquablement caractérisés [1].

[1] Dumont donne, *op. cit.*, p. 87, 88, une coupe détaillée de ce gisement, coupe que l'on ne saurait vérifier dans l'état présent des lieux. Il signale au n° 3 de cette coupe un filon couché ferrugineux enveloppant des fragments de phyllades. Actuellement on ne voit plus ce filon, que le progrès de l'exploitation a fait disparaître. Mais nous nous sommes convaincus que le grand géologue prit pour un filon une brèche ferrugineuse superficielle comme il en existe beaucoup dans ce canton.

Digitized by Google

LES PORPHYROÏDES DES ENVIRONS DE REVIN.

—

Le terrain cambrien encaisse dans les environs de Revin quelques lits de roches feldspathiques que nous rapprochons des porphyroïdes. L'affleurement le plus remarquable désigné par *v* rive droite dans notre nomenclature est visible à une ancienne carrière située dans un escarpement longeant la Meuse, à l'est de la petite ville de Revin, et à 300 mètres du pont du chemin de fer. Dumont appelle *albite phylladifère* la roche qui apparaît à ce point. Elle était largement exploitée de son temps, et il put l'étudier sur des échantillons moins altérés que ceux que nous avons recueillis. Il la considère comme composée de grains cristallins d'albite blanchâtre, en cristaux maclés du système clinoédrique, et de phyllade gris sombre, dont l'agrégation produit une roche finement granitoïde ou schisto-granitoïde, d'un gris mêlé de blanc. Il constate dans la masse fondamentale des cubes de pyrite de 2 à 3 millimètres de côté et de petites agrégations de pyrrhotine. Il ajoute que la pierre est traversée de veines assez nombreuses, où le quartz d'abord, et ensuite le calcaire, la pyrite, la pyrrhotine et l'albite ont cristallisé, et il indique aussi la présence de quelques-uns de ces mêmes minéraux sur les parois des fissures. C'est, dit-il, un filon couché offrant plus de 7 mètres de puissance et qui n'a modifié le phyllade au milieu duquel il est injecté que sur une très-petite épaisseur. D'après le même auteur, le phyllade revinien des salbandes est transformé en phyllade albiteux et calcareux [1]. La roche de Revin envisagée d'après nos échantillons nous paraît formée d'une base euritique souvent calcareuse par décomposition, dans le sein de laquelle se sont développés d'innombrables cristaux de plagioclase de très-petites dimensions, les plus grands ne dépassant pas un millimètre, la plupart se tenant bien au-dessous. Ces cristaux, très-décomposés et devenus plus ou moins calcareux,

[1] *Op. cit.*, pp. 22, 90.

Digitized by Google

ne sont pas spécifiquement reconnaissables [1]. Ils sont disposés dans des sens variés, mais ils sont sans cesse entrelacés ainsi que l'eurite par des filaments très-minces et des enduits ondulés de phyllites dont la direction moyenne est à peu près fixe et parallèle à celle des bancs. De là une texture feuilletée. On peut constater ce mode de texture dans les bancs cohérents et granitoïdes de la partie centrale. L'élément phylliteux et un peu fibreux qui détermine ce caractère est d'un gris à éclat faiblement argentin, et passe souvent à une nuance d'un gris verdâtre ou bleuâtre plus ou moins sombre. Il est à peu près impossible de séparer cet élément lamelleux des feldspaths qui l'accompagnent. Les esquilles brillent vivement au feu du chalumeau et fondent indistinctement en un émail d'un noir brunâtre. La séricite parfaitement caractérisée se présentant vers les bancs limite du gisement *v*, nous pensons que la phyllite de la roche est formée en grande partie de séricite à laquelle s'unit la chlorite. Mais une troisième substance minérale qui doit contribuer au résultat pyrognostique que l'on vient de noter, s'ajoute aux phyllites ; c'est la pyrrhotine en petits agrégats lenticulaires en taches aplaties, généralement unies aux paillettes phylliteuses. La présence constante de cette espèce et le rôle qu'elle joue dans la texture, nous la font connaître ici comme essentielle au même titre que le feldspath, le quartz et la phyllite. — Cette

[1] Dumont (*op. cit.*, p. 29) rapporte à l'albite le feldspath essentiel de la roche de Revin, et il conclut ce fait de l'existence de l'albite en cristaux très-bien caractérisés dans les filons traversant cette roche; mais dans l'état de la pétrographie cette raison n'a pas la valeur que lui attribuait Dumont. On sait, ainsi que l'ont établi les recherches de M. Tschermak, que l'orthose, l'albite et l'anorthite sont des espèces pures, bien individualisées et qui offrent un développement cristallin bien caractérisé dans les fentes, les filons et les géodes. Tandis que les feldspaths plagioclases à la façon de l'oligoclase et du labrador, dont le rôle comme principe constituant des roches est très-considérable, ne se développent guère en cristaux nets dans les filons. Il s'ensuit qu'une roche oligoclasifère peut très-bien fournir les éléments d'une druse d'albite sur les parois de ses fentes, alors même que l'albite ne figure pas dans sa masse fondamentale. Cette même porphyroïde de Revin fournit un cas de ce genre à propos de deux autres silicates appartenant au groupe des phyllites. Le mica séricite y est un minéral essentiel et qui est entièrement développé dans quelques lits de la partie supérieure. Nous ne l'avons pas observé cependant dans les filons quartzeux très-nombreux qui traversent la roche. Ceux-ci renferment toutefois assez bien de lamelles nacrées d'aspect analogue à la séricite et qui, comme le prouve l'essai pyrognostique, appartiennent à la pyrophyllite. Or nous n'avons pas remarqué la pyrophyllite dans les lits de la porphyroïde.

Digitized by Google

roche, tout en conservant, comme on vient de le voir, les caractères des véritables porphyroïdes, offre au microscope ainsi qu'à l'œil nu des différences bien accentuées avec les roches de même nom que nous avons déjà fait connaître. On voit dans les plaques minces de la porphyroïde *v* que cette roche est surtout composée de petits plagioclases, dont les sections sont généralement prismatiques. Ces sections portent les stries parallèles du 6e système et nous n'avons point remarqué d'orthose. Les plagioclases sont très-altérés sur leurs bords, ils présentent de nombreuses échancrures revêtues d'une substance chloriteuse secondaire. En certaines plages la roche paraît n'être composée que d'une agglomération de ces cristaux microscopiques dont l'alignement est loin d'être aussi régulier que le pourrait faire soupçonner la structure schistoïde de la porphyroïde. Le quartz se montre rarement dans nos préparations ainsi que la pâte euritique, qui d'ailleurs ne se laisse pas bien juger ici à cause de sa décomposition; par contre le calcaire occupe une grande place; ajoutons que la chlorite et la séricite s'y retrouvent souvent. Ces deux phyllites s'alignent et déterminent le feuilletage des parties schisteuses. Nous avons observé aussi de nombreux grains d'épidote enchâssés dans la chlorite. La pyrite et la pyrrhotine surtout se montrent avec abondance dans nos plaques minces.

M. Chevron a donné une analyse de cette porphyroïde, il a trouvé :

Perte au feu	7,55
Silice	49,86
Alumine	18,56
Oxyde ferrique	3,10
Oxyde ferreux	9,56
Chaux	5,46
Magnésie / Oxyde manganeux	2,76
Potasse	0,30
Soude	2,45
Lithine, traces très-notables.	
Acide phosphorique	0,02
	99,62

La perte au feu 7,55 p. % indique combien cette roche est altérée et à quels résultats douteux mènerait l'interprétation de cette analyse.

Vers les bancs supérieurs se rencontre une roche d'aspect compacte, grâce à l'atténuation du feldspath et des paillettes phylliteuses. Cette roche d'un gris bleuâtre, un peu translucide aux bords, a parfois une cassure conchoïdale et ressemble à un pétrosilex. Néanmoins on y distingue des enduits allongés et des linéaments multiples de pyrrhotine, qui conservent l'alignement général et décèlent encore le caractère schistoïde.

Il est possible de poursuivre l'affleurement de la roche feldspathique de Revin sur une distance notable. En montant le chemin en lacet dit des Ardennes, et qui s'élève de Revin sur le plateau du mont Malgré-Tout, on recoupe à quatre ou cinq reprises les bancs visibles au bord de la Meuse suivant leur prolongation jusqu'à 400 mètres de distance. En explorant cet ensemble, on voit que les caractères de la bande se modifient plus ou moins suivant les endroits. Ainsi vers le sommet de l'escarpement qui suit les bords de la Meuse les phyllites des bancs centraux se multiplient et prennent plus de continuité. Les feuillets très-serrés se régularisent et quelques blocs de la roche se cassent à la façon d'une ardoise épaisse. La roche ressemble alors à quelques gneiss à grains fins bien zonaires, et qui seraient marquetés de pyrrhotine. En continuant de s'élever sur le plateau le long du chemin des Ardennes, on avise des bancs presque compactes, d'un gris plus uniforme, où les éléments cristallins sont submicroscopiques et qu'on ne saurait distinguer qu'à peine de quelques couches schisto-compactes associées aux porphyroïdes de Laifour et de Mairus. — Des disparités du même genre se manifestent dans les bancs de passage au toit et au mur. Dumont, comme on l'a vu, observe à propos de cette roche qu'il jugeait éruptive, qu'elle n'affecte le phyllade que sur une faible épaisseur. Les lits qui font passage de la roche porphyroïde aux phyllades et qu'on pourrait appeler les lits de transition tombent parfois en effet au-dessous de 10 centimètres. Ils varient beaucoup d'aspect minéralogique suivant les places. Dans certains endroits nous avons recueilli des feuillets de schiste feldspathique micacés et régulièrement tachetés de pyrite magnétique unie aux phyllites, c'est-à-dire reproduisant les caractères de la roche singulière que nous avons signalée au mur

Digitized by Google

de la porphyroïde *r* à Laifour. Mais ailleurs nous avous revu des lits de séricite fibreuse, onctueuse, d'un gris verdâtre, semblable à du talc, et passant à la roche schisto-grenue que nous avons rapprochée pour l'aspect des *Hälleflinta*, et que l'on observe à la limite des masses porphyriques de Mairus.

D'après toutes ces circonstances, nous considérons l'albite phylladifère de Revin comme une porphyroïde à grains fins, qui par suite de l'atténuation des éléments dans certaines places passe à une eurite séricitcuse et schistoïde. Pétrographiquement parlant, elle doit être rangée parmi les porphyroïdes des Ardennes.

La disposition stratigraphique de l'albite phylladifère de Revin concorde avec les analogies pétrographiques, que nous avons dévoilées, pour la faire désigner comme une porphyroïde. Les bancs qu'on peut suivre avec peu d'interruption sur plusieurs centaines de mètres sont parfaitement interstratifiés dans les couches du mont Malgré-Tout. Nulle part on n'observe de pénétration transversale dans les couches encaissantes. En un point du chemin montant des Ardennes, nous avons remarqué un lit de phyllade d'aspect presque normal interposé dans les lits très-amincis de la roche feldspathique; mais cette intercalation n'a pas le caractère des intrusions d'une masse éruptive entre les feuillets d'une roche stratifiée. Il n'y a ni dérangement ni froissement au contact des deux roches. C'est une alternance du même genre que celles qui se retrouvent entre des quartzites et des phyllades. Elle indique une diminution d'épaisseur et une disposition lenticulaire dans la porphyroïde de Revin, et cette manière d'être a été déjà constatée dans les porphyroïdes de certaines régions, par exemple, dans celles des environs de Dalberg et de Gebroth [1].

A 2500 mètres à l'ouest-sud-ouest de la porphyroïde *v* on voit dans les escarpements entaillés pour la nouvelle route de Rocroy à Revin, et à la rive gauche de la Meuse quelques intercalations d'une porphyroïde schisteuse, à grains extrêmement fins, et interstratifiés dans les schistes cambriens (en *n* sur la carte annexée à notre mémoire). La plus visible de ces assises

[1] Voir la carte géognostique annexée au mémoire de M. Lossen sur les roches du Taunus (*Zeits. d. d. geol. Gesell.*, 19, Tafel XI).



a un mètre environ d'épaisseur et correspond assez exactement avec la porphyroïde de Revin, pour que l'on puisse avec quelque probabilité la regarder comme une prolongation très-amoindrie de cette dernière. C'est une masse grisâtre sériciteuse et calcareuse, schisto-grenue, dont les éléments très-petits sont devenus à peu près méconnaissables par l'effet de l'altération, mais qui a le même aspect que les bancs les plus compactes de la porphyroïde de Revin et dans les fissures de laquelle l'albite a également cristallisé.

Nous interprétons de la même manière, c'est-à-dire que nous voyons une porphyroïde plagioclastique feuilletée, mais d'aspect presque compacte par suite de l'atténuation et de l'altération des cristaux, dans la masse feldspathique située au ravin de la Pille, à 50 mètres au sud du moulin du même nom, et que Dumont désigne comme une albite chloritifère. C'est l'affleurement indiqué par *m* sur notre carte. Il constitue un ensemble de bancs ayant en tout 3 mètres d'épaisseur et concordant avec les couches d'ardoises adjacentes. Cette masse, qui était bien exploitée au temps de Dumont, dans une carrière dont on voit les débris, n'offre plus aujourd'hui à découvert de fragments suffisamment intacts pour l'étude en grand et en petit; on ne peut l'examiner au microscope. C'est une roche d'un gris plus ou moins pâle parfois légèrement verdi par la chlorite, plus souvent brunissant par altération, légèrement luisante sur les feuillets, devenue en grande partie calcareuse, et où l'on retrouve encore un peu de pyrite et de pyrrhotine. Elle rappelle tout à fait les parties les plus massives et les plus altérées de la porphyroïde de Revin; il n'y a pas lieu de douter qu'elle appartienne à la même catégorie.

Des observations identiques s'appliquent, selon nous, à l'affleurement de la même bande, recoupée à 30 mètres à l'ouest par la route des Mazures, et également aux traces rencontrées sur le chemin de traverse de Revin à Anchamp à la rive droite de la Meuse en *u*. Tous ces gisements dépendent d'un même système de couches, qui s'identifie peut-être avec la grande porphyroïde de Revin et qui serait ramené par des plissements semblables à ceux que l'on peut constater dans les escarpements du terrain ardoisier longeant la Meuse.

Digitized by Google

En dehors du bord de la Meuse, on rencontre des affleurements d'hyalophyre ou de porphyroïdes qui ont été indiqués autrefois par Dumont. Dans la vallée des Forges de la Commune, qui s'ouvre à la rive droite de la rivière, un peu en aval de Mairus, Dumont a noté des traces ou traînées d'hyalophyre s'étendant jusqu'au moulin de la Pillette à 3000 mètres environ des rives de la Meuse, et il rattachait ces traînées à la prolongation des masses *b* et *c* qu'il appelait, comme on l'a dit, le premier et le second filon. Ces prolongations concordent avec les directions est-nord-est du terrain quartzo-schisteux de la contrée, ce qui est tout à fait dans le caractère des porphyroïdes, qui, selon nous, sont des couches régulières susceptibles d'une grande extension en surface. C'est pourquoi nous ne serions pas surpris que l'exploration de la grande forêt, qui couvre tout ce pays sur la rive droite comme sur la rive gauche de la Meuse, fît découvrir de nombreux pointements de nos roches cristallines et jusqu'à de grandes distances de l'axe de la rivière.

En parcourant la vallée de la Commune nous avons vu quelques têtes de bancs de porphyroïdes et des blocs isolés et considérables des mêmes roches, mais nous n'avons pas aperçu de gisement bien à découvert; c'est l'ensemble de ces affleurements que nous désignons par *o*, rive droite sur la carte jointe à notre mémoire. A en juger d'après nos échantillons les porphyroïdes de ces localités sont semblables les unes à la roche centrale du Ravin de Mairus, les autres à l'assise supérieure du même ravin, ou mieux encore aux bancs à ondulations gneissiques du gisement *a*, rive droite que nous avons signalé les premiers. C'est à ce type qu'appartiennent les blocs les plus remarquables au point de vue pétrographique. On les rencontre, entre autres, au pied du chemin de traverse venant de Monthermé et descendant au ruisseau de la Commune proche de l'endroit nommé *Cabaret* sur la carte de l'état-major français. Les fragments de cette dernière provenance et que nous avons étudiés sont très-inégalement altérés. Ceux dont la pâte est assez décomposée se prêtent très-bien à l'extraction de leurs cristaux de feldspath. On y découvre toutes les formes feldspathiques que nous avons décrits, en cristaux ayant depuis 2 ou 3 jusqu'à 20 et 25 millimètres. La très-grande majorité sont des oligoclases en groupements indépendants. Dans d'autres circonstances les oligoclases paraissent comme incrustés et orientés, soit à l'intérieur, soit

Digitized by Google

à la surface d'une masse cristalline orthosée. Il existe aussi des feldspaths de forme entièrement ovoïde et circulaire et des nodules cristallins à contours plagioclastiques. Il en est de ce genre qui ont 10 centimètres et plus suivant leur grand axe. Quant au quartz, il est ou bien lenticulaire ou en isocéloèdres un peu arrondis. Tous ces cristaux sont d'ailleurs fort altérés. Un grand nombre d'individus ont été fissurés ou brisés sur place à la suite du mouvement des couches, et c'est peut-être parmi ces blocs épars de la Commune que l'on peut constater les déplacements et les pivotements les plus remarquables de tronçons cristallins. La pâte euritique de plusieurs échantillons recueillis à Cabaret est remarquablement feuilletée. Cette texture apparaît plus distinctement dans des morceaux où la pâte devient terreuse et alors on voit que les feuillets d'eurite peuvent être aussi minces qu'une feuille de papier. En examinant à la loupe la surface des cassures transverses, on observe que cette disposition est due surtout à des agrégats lamelleux, ou à des lentilles extrêmement aplaties et plus ou moins allongées de chlorite, de séricite ou de biotite qui se succèdent dans les mêmes directions. Les paillettes submicroscopiques de toutes ces phyllites paraissent orientées suivant les ondulations de la texture gneissique autour des noyaux cristallins. Ces amas lamelleux ne s'unissent pas toujours sur une même bande; souvent ils sont très-petits et espacés, et c'est par une sorte de ponctuation phylliteuse que les lits de la pâte sont indiqués. D'autres fois les agrégats phylliteux s'épaississent, se relient entre elles sur des longueurs de plusieurs centimètres et même de plusieurs décimètres, et il en résulte des feuillets micacés, luisants très-différents de la roche entourante et qui ressemblent à des fragments d'ardoises altérés et enchâssés dans un porphyre. La figure ci-dessous, qui reproduit exactement la coupe d'un échantillon, donne l'idée de ces diverses particularités, et aussi de la ressemblance d'aspect entre cette roche singulière et un conglomérat schistoïde.

Digitized by Google

En étudiant les échantillons de ce gisement, on voit combien des lentilles et des masses phylladeuses formées en place sont susceptibles de s'entrelacer intimement à une roche à texture porphyrique, et l'on apprend ainsi à reconnaître le véritable caractère de beaucoup de paquets phylladeux que Dumont prit pour des fragments empâtés dans un dyke éruptif. Toute hypothèse hasardée sur le mode de formation des porphyroïdes ardennaises est tenue, avant tout, de rendre compte de cette particularité de structure. A nos yeux, l'existence de cette structure dans une roche cristalline est une des plus fortes preuves en faveur de l'origine sédimentaire.

Les lames minces taillées dans des fragments ramassés dans la vallée de la Commune, près du chemin de Monthermé, montrent la pâte euritique se résolvant en feldspath et en quartz. Cette pâte est entrelacée de séricite recouverte quelquefois d'enduits d'hydroxyde de fer. On voit au microscope comment les membranes phylliteuses viennent s'appliquer sur les grands fragments de feldspath et de quartz. Au contact des fibres séricíteuses et des éléments porphyriques, celles-là refoulent tout à fait la pâte. On voit deux espèces de fibres de séricite; les unes sont incolores, d'autres légèrement jaunâtres. On observe aussi des lamelles de chlorite avec les points absorbants caractéristiques. Nous avons retrouvé ici les petits cristaux géniculés enclavés dans une substance verdâtre, et que nous considérons comme analogues à ceux dont il fut question dans la description du ravin de Mairus. Les sections feldspathiques ont des formes arrondies ordinairement très-irrégulières pour les individus invisibles à l'œil nu. Ces sections sont presque entièrement kaolinisées et renferment des particules calcareuses. Nous devons ajouter que ces cristaux de plagioclase ne descendent guère à des proportions microscopiques; ils sont rares dans nos préparations, et nous en dirons autant des sections quartzeuses qui n'apparaissent presque jamais régulièrement terminées. Le quartz est souvent fissuré, traversé par la pâte ou la phyllithe et renferme de nombreuses enclaves liquides.

On retrouve des blocs de porphyroïde à des distances notables de la rive gauche de la Meuse, vers l'ouest; par exemple, dans la vallée de Faux à 10 kilomètres de cette rivière, et près de Rimogne à 13 kilomètres, au bord sud de l'étang des Evys, au nord de Rimogne. Dans ce dernier endroit, on

Digitized by Google

observe en place les bancs d'une porphyroïde très-schistoïde inclinés comme les lits de phyllade qui apparaissent des deux côtés à très-peu de distance. Cette porphyroïde, qui a cinq mètres d'épaisseur, reproduit la plupart des caractères de structure que nous venons de décrire à propos des blocs de Cabaret. Elle présente aussi beaucoup d'analogie avec celle du gisement *a*, rive gauche; la principale différence consiste dans l'abondance de l'orthose qui paraît y prévaloir sur les plagioclases et aussi dans la fréquence des paillettes et des feuillets de biotite. Si l'on s'en rapporte à l'autorité de Dumont, cette porphyroïde, de même qu'une amphibolite que l'on voit à 50 mètres plus au nord, appartiennent au système devillien antérieur au revinien. Elles sont intercalées dans l'étage que fournissent les bancs à phyllades aimantifères de Rimogne et de Monthermé. A ce titre cette porphyroïde de l'étang des Evys serait la plus ancienne roche feldspathique que nous connaissions en Belgique et dans les contrées voisines.

Comme on le voit d'après tout ce qui précède, les porphyroïdes forment quelques couches isolées dans le grand massif quartzo-schisteux du pays : ce ne sont pas des filons d'injection. D'un autre côté, on ne remarque pas dans leur voisinage des roches éruptives dont l'action sur les roches encaissantes ait été capable de produire des porphyroïdes par métamorphisme de contact. Nous ne pouvons donc pas appliquer aux roches feldspathiques des Ardennes l'explication que M. Lossen a développée avec tant de science à propos des roches schisto-porphyriques du Hartz; car ces dernières se développent toujours à la limite des granites ou des diabases qui ont pénétré le terrain silurien, et l'influence de ces roches d'intrusion sur les couches sédimentaires a pu convertir celles-ci en couches schisto-cristallines. Mais dans les Ardennes, les choses se passent comme dans le Taunus et le Fichtelgebirge, où l'on voit des couches de porphyroïdes éloignées de toute masse éruptive. M. Lossen, traitant des porphyroïdes isolées des environs de Creutznach, s'est demandé si elles ne pouvaient pas résulter de sources hydrothermales d'une grande énergie, jaillissant par des fentes dans le plan des couches au moment du soulèvement du terrain dévonien. Mais la régularité des couches des porphyroïdes ardennaises, leurs alternances nettement stratifiées avec des chlorito-

Digitized by Google

schistes et des amphibolites, comme au tunnel de Laifour ou aux Dames de Meuse, ne nous paraissent pas explicables à l'aide d'infiltrations hydrothermales. Il faut que, dès l'origine, ces couches cristallines aient possédé des caractères propres que n'ont pas leurs voisines.

Nous pensons que les couches ardennaises qui se présentent aujourd'hui à l'état de porphyroïdes, n'ont jamais été semblables aux sédiments voisins qui se présentent en phyllades et en quartzites. D'ailleurs, sans nier qu'une action métamorphique générale ait affecté tous ces terrains anciens, il nous paraît invraisemblable, si pas impossible, qu'elle ait pu réaliser dans des roches déjà consolidées la grande cristallisation et l'aspect de porphyre massif que nous avons vus dans les bancs de Mairus. Une telle transformation exigerait un ramollissement complet de la matière, un état voisin de la fluidité. De plus, la composition chimique de quelques phyllades reviniens de l'Ardenne ne paraît pas s'écarter beaucoup de celle de la porphyroïde du ravin de Mairus [1]. Comment comprendre alors que dans une même série de couches de composition rapprochée, une même action métamorphique ait produit à côté les uns des autres les phyllades et les porphyroïdes de Mairus et de Laifour? Nous inclinons donc à penser, avec M. Gümbel, que la cristallisation des porphyroïdes et des amphibolites s'est opérée en grande partie au fond de la mer cambrienne, très-peu de temps après le dépôt, et quand les matériaux étaient encore à l'état plastique.

[1] Cf. *Annales des mines*, 4e série, t. VII; SAUVAGE, *Recherches sur la composition des roches du terrain de transition*; et *Ann. de la Soc. géol. de Belg.*, t. II, p. 195; *Analyse de la porphyroïde de Mairus*, par M. Chevron.


Digitized by Google

LES ROCHES AMPHIBOLIQUES DES ARDENNES.

—

Des roches vertes à base d'amphibole apparaissent à la rive gauche de la Meuse en *e*, *f*, *c*, *l* et sur la rive droite en *g* et *s*. De plus, on a vu que des bancs épais d'amphibolite figurent au mur de la porphyroïde *k* des Dames de Meuse. Des roches plus ou moins analogues se retrouvent en blocs dispersés dans les vallées de la Pille et de Faux, et en place vers l'extrémité septentrionale de cette dernière vallée, à 800 mètres à peu près de la rive gauche de la Meuse, au bord d'un talus de la route de Rocroy et près d'une usine. Enfin, comme l'ont mentionné autrefois Sauvage et Buvignier et Dumont après eux, quelques têtes de bancs formés d'une roche du même genre apparaissent près de Rimogne, au bord de l'étang des Evys, à 50 mètres à peu près au nord des bancs de porphyroïde signalés dans la même localité.

En voyant le grand nombre de moellons formés de ces roches amphiboliques et qui furent employés dans les diverses constructions des bords de la Meuse, telles que murs de maison et de jardin, chemin de halage, remblais et piles des ponts du chemin de fer, l'on se convainc que les affleurements placés dans une situation favorable ont dû être exploités avec activité à diverses époques. Et l'on trouve, en effet, en *e* et en *f*, le long de la route de Deville et contre la rive gauche de la Meuse, de même que vis-à-vis du même point vers le pied des escarpements de la rive droite, ou bien dans la vallée de Faux, d'anciennes exploitations qui furent très-importantes. Mais au moment où nous terminons ce mémoire, l'état profondément altéré et délabré de ces exploitations ne permet pas d'observations précises et complètes. Aucune n'est comparable à la carrière d'amphibolite actuellement exploitée au-dessous de la grande assise porphyroïde des Dames de Meuse et dont nous avons décrit les caractères pétrographiques et géognostiques à

Digitized by Google

l'occasion de cette dernière. D'un autre côté, la provenance d'échantillons meilleurs ou plus granitoïdes que l'on peut recueillir parfois en dehors des anciennes exploitations n'est pas sûre. Pour toutes ces raisons nous serons courts au sujet des amphibolites. D'après les échantillons que nous avons recueillis des roches amphiboliques on peut y trouver les quatre types suivants : 1° Diorite schistoïde; 2° amphibolite granitoïde; 3° amphibolite schisteuse; 4° chlorito-schiste amphibolique.

La diorite schistoïde est une roche à texture schisto-grenue, d'un vert foncé tacheté de blanc verdâtre pâle. Comme toutes les roches amphiboliques des bords de la Meuse, c'est une roche d'une très-grande ténacité. On y reconnaît à la loupe des grains de quartz et de petits cristaux de feldspaths plagioclases, maclés, plus ou moins aciculaires, d'un éclat vitreux. Ils sont accompagnés de hornblende verte ou vert-noirâtre, à texture éminemment fibreuse et qui laissent rarement apercevoir le prisme fondamental avec les clivages de l'espèce. Ces fibres amphiboliques, associées à plus ou moins de paillettes chloriteuses, forment des espèces de lamelles ondulant autour des noyaux de feldspaths ou de quartz et déterminent la schistosité. La roche contient beaucoup de pyrrhotine et de petites masses écaillo-fibreuses d'un vert clair qui sont de l'épidote. En outre on y voit une foule de points calcareux clivables résultant de l'altération des feldspaths et de l'amphibole. On rencontre cette diorite en place dans l'ancienne exploitation de la vallée de Faux, sise à 800 mètres de la rive gauche de la Meuse. Nous avons recueilli des fragments à grains plus gros d'une roche semblable au bord de la Meuse, mais nous ignorons son lieu d'origine. De plus, un échantillon de la roche amphibolique de Rimogne, extrait de la collection de Dumont, paraît appartenir également au type des diorites, cet échantillon accusant une assez grande abondance de feldspath associé à la hornblende. A l'œil nu elle apparaît d'un grain moins fin que la roche que nous avons recueillie dans la même localité. L'échantillon de Dumont, taillé en lames minces, justifie le nom que le grand géologue lui avait donné. Sauf la présence des plagioclases, on voit au microscope la plus grande ressemblance entre cette diorite et les amphibolites des bords de la Meuse. La présence d'une diorite dans des massifs d'amphibolite est un fait souvent constaté par les pétrographes; c'est

Digitized by Google

ainsi que les *ophites* [1] des Pyrénées sont tantôt des diorites passant aux amphibolites, tantôt des amphibolites normales. M. Leplay a constaté ces mêmes transitions dans l'Oural [2].

Quant aux échantillons que nous avons recueillis dans la même localité, ils appartiennent aux variétés suivantes : *L'amphibolite granitoïde* est la roche que nous avons décrite précédemment et qui est située à la base de la porphyroïde des Dames de Meuse; une roche semblable, mais mieux accusée encore par la grosseur du grain, se voit dans l'ancienne carrière sur la route de Deville en *e*. Les meilleurs échantillons que nous ayons trouvés dans cette exploitation aujourd'hui abandonnée et à demi comblée, fournissent une belle roche à texture granitoïde d'un vert plus ou moins foncé tacheté de noir un peu brunâtre. On y distingue des cristaux lamello-fibreux, de 1 à 2 millimètres, à éclat métalloïde parfois un peu chatoyant d'un brun très-foncé et qui sont de la hornblende, ainsi que le démontrent leurs clivages et l'examen microscopique. Cette hornblende semble passer à de petites masses fibreuses d'un vert présentant diverses nuances et offrant aussi quelquefois un éclat chatoyant. Ces masses fibreuses appartiennent également à une variété d'amphibole à laquelle s'ajoutent certains minéraux pailletés verdâtres, plus tendres, et qui sont de la chlorite [3] ou un minéral approchant. Nous y avons remarqué très-peu de lamelles clivables, vitreuses et cannelées, pouvant se

[1] F. Zirkel, *Lehrb. de Petrogr.*, II, p. 14.

[2] Leplay, *Comptes rendus*, 1844, p. 855.

[3] C'est la même roche que l'on exploitait du temps de Dumont sur l'autre rive de la Meuse, au nord des Forges de la Commune (vers l'endroit désigné par *q* sur notre carte). Nous ignorons d'où venaient les échantillons dont parle M. Gosselet (*Mém. sur les terrains primaires de la Belg., etc.*, p. 39); il les rapporte à la Commune, et les dit composés d'oligoclase, d'épidote et d'un silicate ferro-magnésien analogue à l'hypersthène. M. Gosselet cite à cette occasion l'autorité de M. Delesse, dont nous ne connaissons pas de publication sur ce sujet. Mais l'affirmation de M. Gosselet a été répétée dans plusieurs écrits et récemment encore dans la Patria Belgica, article *Géologie de la Belgique*, par M. Mourlon, p. 21. Pour nous, jusqu'à présent nous n'avons pas rencontré de roche hypersthénique dans les Ardennes, mais nous devons déclarer que sans la méthode microscopique des plaques minces, nous aurions été exposés à confondre la hornblende de quelques amphibolites de la vallée de la Meuse avec la diallage ou l'hypersthène, les cristaux étant très-mal terminés, ayant un caractère asbestiforme qui rend les clivages difficiles à observer, et offrant, par suite de leur texture, un genre d'éclat qui les rapproche de certains minéraux pyroxéniques.

Digitized by Google

rapporter aux plagioclases. Mais on distingue des particules de quartz vitreux et de calcaire, des mouches assez fréquentes d'épidote, des grains de pyrite et plus encore des grains de pyrrhotine. Vu la pauvreté en feldspath, la roche est donc bien une amphibolite.

Voici comment les *amphibolites granitoïdes* se présentent au microscope [1]. Les préparations des divers gisements où nous avons rencontré ces amphibolites nous montrent un agrégat microgranitoïde de cristaux de hornblende brunâtre ou verdâtre. Le quartz constitue, peut-on dire, la masse fondamentale qui les enchâsse, comme il arrive presque toujours dans les roches amphiboliques que l'on a étudiées au microscope. La chlorite, le fer titané, l'épidote et quelquefois l'apatite font souvent partie de cette roche comme élément secondaire. Dans les lames minces assez nombreuses que nous étudiâmes, on distingue d'abord des sections de hornblende brunâtre par transparence; quelquefois les contours cristallographiques de ce minéral sont bien accusés, et presque toujours on le voit traversé par des lignes parallèles qui répondent au clivage prismatique; dans d'autres cas il montre des sections réticulées par les lignes de clivage, se coupant sous un angle de 124°,30′; ces cristaux sont fortement dicroscopiques (pl. IV, fig. 23). Avec de forts grossissements on aperçoit qu'ils sont très-finement fibreux. Leurs contours sont frangés et l'on voit souvent des centres de hornblende comme ceux que nous venons de décrire entourés par une zone fibreuse de coloration moins foncée. Ces fibres juxtaposées sont elles-mêmes des microlithes amphiboliques. Ceux-ci se montrent souvent aussi groupés et formant des plages isolées; elles sont même plus fréquentes que celles de hornblende brunâtre, et constituent une bonne partie de la substance vert-pâle que l'examen macroscopique découvre intercalée entre les cristaux d'amphibole noirâtre. Ces sections fibreuses verdâtres n'offrent pas en général les contours réguliers que nous avons signalés tout à l'heure pour les parties brunâtres. Cependant on y retrouve encore dans bien des cas les angles de la hornblende. Ces filaments amphiboliques descendent à $0^{m},3$ d'épaisseur moyenne. Lorsqu'ils apparais-

[1] A part la disposition schistoïde qu'on trouve dans quelques amphibolites ou la prédominance de certains éléments tels que la chlorite, etc., cette description générale peut s'appliquer à presque toutes les roches amphiboliques de l'Ardenne.


Digitized by Google

sent isolés sous forme de microlithes aciculaires dans les plages quartzeuses ou calcareuses, la teinte verdâtre, produite par leur agglomération dans les parties où elles sont serrées les unes contre les autres, disparaît presque totalement et l'on a sous les yeux des prismes allongés, incolores, asbestoïdes qui ne manquent pas de ressemblance avec l'apatite [1] (pl. V, fig. 25). Ces plages fibreuses verdâtres laissent entrevoir quelquefois des traces de clivages réticulés. Leur couleur peu foncée ne permet pas toujours de juger du dichroïsme et les phénomènes de polarisation chromatique sont très-peu sensibles [2]. On trouve enchâssée dans la hornblende brune ou intercalée entre les plages fibreuses une substance verdâtre pâle non fibreuse, ayant quelque analogie avec la chlorite. Elle est homogène et isotrope. Lorsqu'elle apparaît isolée elle montre des sections dont les contours rappellent celles de la hornblende. Nous sommes amenés à considérer cette matière comme produit de décomposition de l'amphibole et nous lui appliquerons le nom de viridite (pl. IV, fig. 22). A l'aide de la lumière polarisée on découvre cette viridite au sein des cristaux d'amphibole, dont toutes les parties non altérées donnent le phénomène de la polarisation chromatique, tandis que d'autres parties restent insensibles à l'action des nicols et les points isotropes sont toujours occupés par la viridite. Nos observations microscopiques nous ont montré que le quartz est l'associé le plus important et le plus constant des éléments que nous venons de signaler. Les filaments quartzeux que l'on observe au microscope sont parfois extrêmement minces, mais on le retrouve partout, grâce à sa limpidité, à ses enclaves et à ses caractères optiques toujours si saillants. Dans nos amphibolites le fer titané se montre, comme dans les roches belges, accompagné le plus souvent de plages ou d'endroits blanchâtres (pl. VI, fig. 31). Souvent les sections d'ilménite de ces amphibolites paraissent dans une phase de décomposition plus avancée que celle que nous avons étudiée dans les lames minces des roches belges. Jusqu'ici, lorsque nous

[1] L'étude que nous avons faite de certaines roches amphiboliques des territoires de l'Est des États-Unis, nous a montré des faits analogues à ceux que nous venons de signaler en décrivant les roches hornblendifères des Ardennes. Nous avons remarqué des faits identiques dans la propylite de Bershire Cañon.

[2] La hornblende verdâtre fibreuse est surtout représentée dans les amphibolites que nous nommons schistoïdes; elle y refoule presque complétement la variété brunâtre.

Digitized by Google

avions observé ce produit de décomposition, nous ne l'avions jamais vu transparent. Ici les sections d'ilménite sont recouvertes d'un enduit qui, sur les bords, est translucide et forme une zone autour de la section. Dans d'autres cas cet enduit est transparent presque sur toute son étendue. L'épidote des amphibolites des Ardennes est rarement bien cristallisée, elle se montre au microscope sous forme de grains jaunâtres que nous avons déjà si souvent signalés. Quelques sections rhombiques de même couleur doivent lui être rapportées. De petites plages jaune-brunâtre aux angles très-aigus sont des sections de sphène assez fréquentes dans ces amphibolites. Notons parmi les éléments accidentels les plus fréquents le calcaire spathique.

L'amphibolite du gisement *e* offre souvent une cassure polyédrique remarquable. Quelques blocs provenant de la carrière ou de la tranchée joignante du chemin de fer qui recoupe les mêmes bancs sont traversés de veines plus ou moins parallèles de 5 à 15 millimètres et plus d'épaisseur, qui sont remarquables par les asbestes fibreuses perpendiculaires aux parois, qui s'y sont développées concurremment avec le quartz, le calcaire lamellaire, l'épidote, la pyrite et la pyrrhothine.

Nous avons retrouvé l'amphibolite granitoïde à gros grains à l'étang des Evys, près de Rimogne, mais en blocs très-altérés et dont quelques-uns ont une disposition un peu sphéroïdale. Nous l'avons retrouvée dans l'ancienne carrière au bord de la Meuse en *f*. Enfin nous avons reconnu la variété à grains fins en *i* dans le massif des Dames de Meuse où elle constitue une assise insérée entre les chlorito-schistes amphiboliques et en parfaite concordance avec les phyllades et les quartzites cambriens. Cette assise nous a paru faire partie d'une bande de roches amphiboliques parallèle à la porphyroïde du tunnel de Laifour, traversant la rivière aux Dames de Meuse et aboutissant au gisement *e*, que Dumont n'a pas connu, et où l'on trouve quelques blocs aux bords de la rivière. Cette bande doit avoir été recoupée à l'intérieur du tunnel de Laifour et d'après les dires que nous avons recueillis, la ténacité exceptionnelle de la roche aurait été un grand obstacle au percement [1].

[1] Depuis que ces lignes sont écrites, un de nos amis, employé au chemin de fer de l'Est, M. Jannel, de Charleville, nous a dit avoir aperçu le passage des bancs d'amphibolite dans les tranchées joignant le tunnel de Laifour.

Digitized by Google

L'*amphibolite schistoïde* est une roche schisto-compacte d'un vert foncé qui est composée comme l'amphibolite grenue, de quartz uni à la hornblende et à la chlorite. Mais la roche possède une texture et une cassure schisteuse, dues à l'alignement mieux marqué de ses éléments et surtout aux feuillets fibreux des deux silicates. Dumont l'appelle parfois *diorite chloritifère;* mais la présence de quelques petits cristaux de plagioclase que nous constatons dans certains échantillons ne suffit pas pour qu'on la désigne comme diorite. On n'y voit guère la variété lamelleuse de hornblende noir brunâtre qui abonde dans la première variété décrite. Cette espèce minérale y est ordinairement en fibres de couleur vert-foncé et associées à la chlorite. On y trouve en outre beaucoup de grains cristallins de calcaire, des mouches d'épidote, des cubes de pyrite et de petites masses de pyrite magnétique plus ou moins allongées dans le sens de la stratification. L'amphibolite granitoïde est très-intimement alliée à l'amphibolite schistoïde dans les gisements des Ardennes. Quelquefois une de ces roches paraît passer graduellement à l'autre dans le sens même des bancs. Plus habituellement l'amphibolite schistoïde s'applique au toit et au mur de l'amphibolite grenue. Moins résistante que celle-ci aux actions atmosphériques, l'amphibolite schistoïde se trouve assez altérée aux parois des anciennes carrières, comme en *e* et en *f*. Elle y est devenue terreuse bigarrée de taches brunes parfois, limoniteuse et plus ou moins celluleuse. On peut observer cette roche en meilleur état à la tranchée du chemin de fer, particulièrement dans la traversée de la bande *e* et mieux encore aux gisements *i* et *k* des Dames de Meuse. Nous en avons également observé dans un pointement amphibolique à 1 kilomètre environ au sud du clocher d'Anchamp, au point marqué *l* sur notre carte. Les blocs de roches amphiboliques indiqués par M. Malaise dans le ravin de la Pille se rattachent très-probablement à la prolongation de cette dernière bande.

Le *chlorito-schiste amphibolique* est la roche précédemment décrite et qu'on observe au mur de la porphyroïde *k*. Elle est plus pâle et moins cohérente que la variété précédente. Nous avons retrouvé une roche plus ou moins analogue vers les limites supérieures et inférieures de la plupart des amphibolites des Ardennes. Elle offre beaucoup d'analogie avec les chlorito-schistes calcareux que nous avons signalés au contact des porphyroïdes, ou

Digitized by Google

en alternance avec eux. Mais l'examen en grand y révèle de petites aiguilles amphiboliques et le microscope surtout y fait découvrir assez bien de cristaux minuscules de hornblende plus ou moins altérés et partiellement transformés en chlorite. La roche est abondante en grains cristallisés de calcaire, et ce minéral est susceptible d'y former des enduits assez épais et des veines. D'autre part, les pyrites qui existaient autrefois sont converties en limonite. Dans quelques occasions où la série des bancs pouvait être suivie, nous avons remarqué que les chlorito-schistes passent du gris verdâtre terne au gris plus ou moins bleuâtre. Les feuillets devenaient plus minces, l'éclat de leur surface plus luisant, et la séricite en enduits ou lames micro-cristallines y devenait l'élément phylliteux principal; c'est comme une transition vers les porphyroïdes. Les chlorito-schistes adjacents aux amphibolites sont d'ailleurs dans un tel état d'altération, que l'examen pétrographique en grand y est souvent impraticable, et bien plus encore l'examen à l'aide du microscope.

Au point de vue stratigraphique, les amphibolites que nous avons observées dans les Ardennes françaises ressemblent aux porphyroïdes. Les bancs se montrent toujours parallèles aux couches cambriennes encaissantes : jamais nous n'avons vu d'injection latérale partant du mur ou du toit de ces roches; quelques-unes conservent une texture visiblement schistoïde dans leurs portions les plus centrales. Aussi les divers affleurements qu'on peut considérer comme dépendant d'une même prolongation de bancs paraissent se régler suivant la direction des quartzites et des phyllades reviniens, et cela aussi régulièrement que les affleurements des porphyroïdes. On peut alléguer aussi en faveur de la même idée le passage des amphibolites grenues aux chlorito-schistes amphiboliques nettement stratifiés, et également les intercalations lenticulaires ou zonaires des chlorito-schistes plus ou moins amphiboliques dans les porphyroïdes, comme au ravin des Dames de Meuse, et près du tunnel de Laifour. En conséquence nous envisageons ces roches hornblendifères comme formant des couches régulières et contemporaines du terrain où elles se trouvent. Les analogies pétrographiques que la plupart d'entre elles ont avec la classe des amphibolites appuient la même conclusion.

Digitized by Google

NOTE SUR LES BRÈCHES FERRUGINEUSES.

Nous avons indiqué, en plusieurs endroits de ce mémoire, l'existence de brèches composées de fragments de phyllades et d'autres roches du terrain cambrien de l'Ardenne, réunis par les oxydes du fer. Les brèches de ce genre ont été constatées en plusieurs gisements de porphyroïdes, par exemple à Mairus en *a* et en *c*, à la Commune en *p*, à Laifour en *r*, etc. Dumont et d'Omalius, en voyant quelques-unes de ces brèches enchâssées vers les bancs limites des affleurements feldspathiques, les ont considérées, du moins dans ce cas, comme des salbandes de filons ou comme des conglomérats de frottement [1]. Nous avons dit, dans la discussion relative à la porphyroïde du ravin de Mairus, que ces brèches n'ont pas le caractère que leur ont attribué ces savants et qu'elles ne pouvaient être invoquées à propos de l'origine des hyalophyres. Nous en avons acquis la certitude en examinant la disposition et la composition des brèches de ce genre.

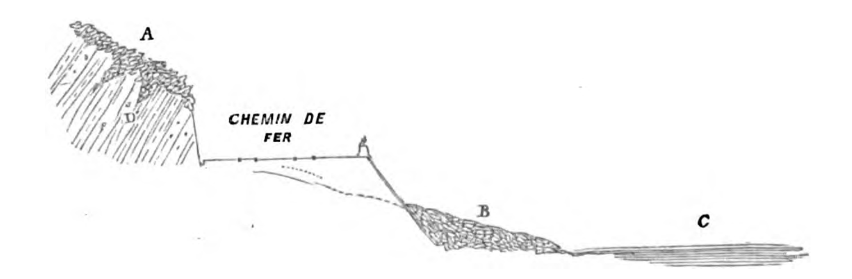
En effet, elles ne se rencontrent pas seulement au voisinage ou au contact des roches feldspathiques que Dumont croyait éruptives, elles sont fréquentes le long de la vallée de la Meuse, et notamment dans la région de Monthermé, de Deville et de Laifour. Elles sont généralement placées sur la rive où les hauteurs bordant le fleuve sont les plus escarpées. Par conséquent, dans les contours de la Meuse, on les cherchera vers le pied des escarpements situés du côté de la courbe extérieure. A la rive opposée où, comme l'on sait, les pentes

[1] *Bulletin de la Société géologique de France,* 1re série, t. VI. Dumont, *op. cit.*, p. 87.

Digitized by Google

sont généralement peu inclinées et recouvertes de dépôts de transport fluviatiles, les brèches ferrugineuses font communément défaut. Ces brèches ont les caractères des talus d'éboulement sur les pentes, et c'est pourquoi elles se développent surtout vers le bas des côtes raides où les dépôts de cette catégorie s'accumulent par la désagrégation et l'abattement des roches supérieures. Les brèches s'appliquent comme un revêtement très-irrégulier vers le pied des collines côtoyant de près la Meuse, elles descendent au rivage et s'étendent dans certains endroits jusque dans le lit de la rivière [1].

Le chemin de fer des Ardennes, en entamant le sol dans les parties de la vallée où il n'existe qu'une zone resserrée entre les hauteurs et la rivière, a rencontré et coupé plusieurs fois les dépôts bréchiformes. On en retrouve alors les tronçons en place de chaque côté de la voie. Le diagramme suivant reproduit un de ces cas qui se présente à la hauteur de la porphyroïde *a* près de Mairus. A et B représentent les deux lambeaux restés en place d'une brèche qui s'étendait autrefois d'une manière continue jusqu'à la Meuse C, et qui se trouve coupée aujourd'hui par le passage du chemin de fer. D est la porphyroïde du gisement *a* recouverte de cette brèche qui pénètre dans les anfractuosités de la roche porphyrique.

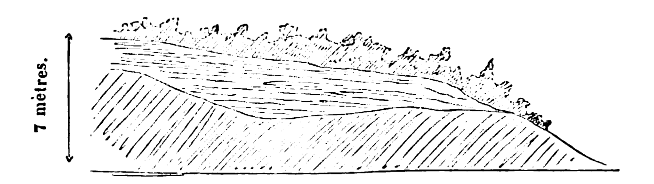


Les brèches de la vallée de la Meuse offrent souvent l'aspect d'un conglomérat à grandes parties, d'une grande ténacité, d'une couleur sombre : en les voyant on pourrait croire qu'on a affaire à une formation d'une haute anti-

[1] Par exemple au pied des rochers des Dames de Meuse; et auprès de la Roche à Fepin, où l'alluvion profonde de la Meuse est convertie en un poudingue ferrugineux très-cohérent, qui oppose un obstacle fort incommode aux travaux de canalisation que l'on entreprend en ce moment même dans le lit du fleuve.

Digitized by Google

quité. Elles sont formées de débris de phyllade, de quartzites, de porphyroïdes, cimentés parfois avec une telle force de cohésion, qu'il en est dont il est extrêmement difficile de détacher des morceaux. Comme exemple nous indiquerons le monticule voisin du bord de la Meuse et représenté en B dans la figure précédente. L'apparence est si trompeuse qu'avant de nous être familiarisés avec la structure et les relations géognostiques de ces dépôts, nous crûmes voir dans quelques-uns d'entre eux des poudingues bréchiformes subordonnés au système cambrien. Dans d'autres occasions ils simulent des discordances dans le système revinien de Dumont. Le fait arrive surtout lorsqu'ils sont composés de plaquettes de phyllade; ces plaquettes, en tombant des hauteurs voisines, se sont empilées les unes sur les autres en présentant leur plus grande surface dans la position d'équilibre, c'est-à-dire parallèlement au niveau du sol. Il s'en est suivi des amas où l'alignement des feuillets d'ardoises est sensiblement uniforme. La masse fortement cimentée dans cet état présente à quelque distance l'apparence de bancs de phyllade en couches horizontales. A la maisonnette du garde n° 46, au nord de Mairus, s'ouvre une tranchée du chemin de fer intéressante sous ce rapport. Cette tranchée est pratiquée à travers des phyllades bleu foncé reviniens, inclinant fortement vers le sud, mais elle entaille également une brèche phylladeuse à feuillets horizontaux qui recouvre les précédents sur une longueur assez notable. Le diagramme suivant donnera l'aspect du terrain.



L'escarpement vu du chemin de fer paraît formé de deux systèmes de couches d'un type pétrographique analogue, mais en discordance l'un sur l'autre.

Dans les lieux situés à proximité des porphyroïdes on trouve les débris de celles-ci dans les brèches, comme on y trouve aussi ceux des autres roches. Nous avons vu des blocs de porphyroïde de $1^{m},50$ de longueur

Digitized by Google

enchâssés dans le conglomérat. Les débris des roches feldspathiques ne sont pas toujours cimentés dans les brèches adjacentes aux affleurements de porphyroïde, comme en *a* de Mairus : on peut en voir à des distances de plusieurs centaines de mètres de ces dernières ; ils proviennent de l'éboulement de têtes de bancs inclinés qui s'élèvent sur les flancs de la montagne jusqu'au sommet du plateau. Ainsi les brèches ferrugineuses en aval du ravin de Mairus ont empâté des fragments d'hyalophyre qui devaient provenir d'une altitude de 150 mètres au moins au-dessus du niveau de la rivière.

La ténacité et la dureté de quelques brèches nous font admettre que la silice a contribué à en cimenter les parties. L'action concrétionnante de la silice ne s'est pas seulement exercée dans la vallée de la Meuse, on a signalé depuis longtemps des lits horizontaux de poudingues et de brèches à ciment siliceux sur les plateaux voisins de Laifour et de Revin [1]. Mais dans le plus grand nombre de cas que nous ayons observés, l'agglutination des matériaux fut causée par la limonite et la goethite. Les sources ferrugineuses qui suintent du terrain revinien sont extrêmement fréquentes. Les roches, naturellement de couleur sombre, sont teintées à chaque instant par des enduits ocreux plus ou moins épais. Les parois des tranchées du chemin de fer creusées dans le roc vif, il y a moins de vingt ans, sont déjà revêtues en maints endroits de ces précipités ferrugineux.

Parmi ces sources minérales, la plus remarquable, connue depuis longtemps, est située à 300 mètres au nord-nord-ouest de la porphyroïde *a* de Laifour. C'est une source minérale acidule à saveur styptique, rappelant à beaucoup d'égards les *pouhons* de Spa [2]. Elle a contribué à édifier une brèche assez considérable au pied du grand tournant de Laifour, et parmi les tas de phyllade qui ont été déblayés des alentours de la source lors des travaux d'aménagement qu'on a entrepris il y a quelques années pour la rendre plus abordable, il en est dont les éléments sont déjà très-solidement agglutinés par les suintements journaliers de l'eau minérale. On trouve à Mairus de ces brèches conglomérées dont les parties inférieures sont déjà bien agrégées et

[1] Cfr. Sauvage et Buvignies, *op. cit.*, p. 57.
[2] Une analyse en a été donnée autrefois dans le *Journal de Pharmacie*, t. I, p. 272.

Digitized by Google

dont les parties superficielles sont encore meubles et imprégnées d'enduits ocreux très-humides. Les oxydes de fer qui ont incrusté les fragments des brèches ont communément la structure des dépôts de tufs, ils ont plus ou moins comblé les vides entre les débris meubles, mais en gardant la structure tour à tour cloisonnée, caverneuse, cylindroïde, vermiculaire, qui est propre à tous les dépôts d'incrustation.

Nous avons toujours vu les brèches s'appliquer sur le modelé actuel de la vallée de la Meuse. Elles sont donc postérieures au creusement de cette vallée. Il est possible que quelques-unes remontent à la fin de la période quaternaire; toutefois nous n'en avons pas observé qui fussent recouvertes par les dépôts de transport de cette époque. D'un autre côté, il en est qui se forment sous nos yeux. Cette formation appartient donc en grande partie à l'époque actuelle.

Digitized by Google

EXPLICATION DES PLANCHES CHROMOLITHOGRAPHIÉES.

PLANCHE I.

1. Diorite quartzifère de Quenast. — Section d'oligoclase offrant la disposition par zones concentriques et les lamelles hémitropes du système triclinique. Lumière polarisée, × 40.

2. Diorite quartzifère de Quenast. — Au centre, section d'un cristal dihexaédrique de quartz montrant une enclave lithoïde de même composition que la pâte environnante et dont les contours sont parallèles à ceux du cristal qui la renferme. Les formes globulaires représentées dans la section quartzeuse sont des enclaves liquides. Les sections verdâtres appartiennent à la hornblende altérée. La grande plage brunâtre à droite est de la biotite, et la section jaune pointillée de l'épidote. Les plages noires et opaques appartiennent au fer magnétique ou à l'ilménite, × 70.

3. Diorite quartzifère de Quenast. — Cristal de hornblende altéré, entouré d'une zone de décomposition. Au centre de la hornblende, petit prisme d'apatite. Autour de cette section est représentée la pâte microgranitoïde avec des points opaques ou limoniteux, × 95.

4. Diorite quartzifère de Quenast. — Groupe de cristaux d'épidote entouré de calcaire montrant le clivage rhomboédrique. A droite, section opaque de pyrite, × 95.

5. Diorite quartzifère de Quenast. — Ce groupe de cristaux d'épidote rend l'aspect de ce minéral tel qu'il apparaît à la lumière polarisée; comme dans la figure 4 l'épidote est entourée de calcaire et les accumulations de points plus ou moins circulaires, dans les plages incolores autour de l'épidote, se résolvent avec un grossissement de 600 diamètres en petits rhomboèdres de 105°5'. Lumière polarisée, × 95.

6. Diorite quartzifère de Quenast. — Sur le fond opaque occupant le centre de la figure se détachent de fines lamelles de fer titané. Les sections jaunâtres ou brunâtres non striées appartiennent au feldspath; celles plus petites, à coloration plus vive, représentent le quartz. Les plages opaques noirâtres ou brunâtres doivent se rapporter au fer magnétique ou à l'ilménite. Lumière polarisée, × 70.


Digitized by Google

PLANCHE II.

7. Diorite quartzifère de Quenast. — Lamelles de mica magnésien; les unes paraissent occuper la place d'un minéral disparu par pseudomorphose, les autres sont répandues sporadiquement dans la pâte, × 95.

8. Cristaux de tourmaline enchâssés dans un cristal de quartz de Quenast × 70. On a représenté dans cette figure les enclaves liquides souvent renfermées dans le quartz de la diorite de Quenast; ces enclaves montrent outre la libelle des cristaux cubiques de chlorure de sodium, × 800.

9. Diorite du champ S[t]-Véron (Lembecq). — Les deux grandes figures représentent la hornblende avec les clivages de 124°30′. Elles montrent le dicroscopisme caractéristique de ce minéral; la figure de gauche est prise avec un prisme de Nicol; celle de droite représente la même plage à la lumière ordinaire. A la partie supérieure, le petit dessin montre la hornblende entourée de viridite; le petit dessin inférieur montre le fer titané couvert d'un produit de décomposition blanchâtre, × 75.

10. Porphyroïde de Steenkuyp. (Vert chasseur.) — Plages chloriteuses verdâtres bordées de cristaux aciculaires répandues dans la masse de la porphyroïde, × 95.

11. Porphyre quartzifère de Spa. — Cristal d'orthose, macle de Carlsbad, environné de microlithes. Plages verdâtres bordées par un produit de décomposition opaque et qui paraissent de la hornblende altérée. Lumière polarisée, × 75.

12. Gabbro d'Hozémont. — Cristal de labrador disloqué par la structure fluidale, enchâssé dans une substance serpentineuse. Lumière polarisée, × 40.

PLANCHE III.

13. Gabbro d'Hozémont. — A la partie inférieure, cristal de diallage bordé de hornblende fibreuse. La partie supérieure de la figure est sillonnée de bandes de ce même minéral qui apparaissent surtout à la lumière polarisée, × 25.

14. Gabbro d'Hozémont. — Section de diallage, entourée de hornblende; la masse fondamentale a été dessinée avec les nicols croisés pour représenter l'isotropie apparente de cette substance, × 40.

15. Gabbro d'Hozémont. — Groupe de cristaux d'actinolithe (?) A la partie inférieure un plagioclase aux contours arrondis est enchâssé dans la substance serpentineuse jaunâtre sillonnée de veines noires et opaques. Lumière polarisée, × 125.

16. Gabbro d'Hozémont. — Section de diallage montrant les lignes du clivage facile répondant à h^1 ($\infty \bar{P} \infty$). Les lignes moins marquées et plus irrégulières qui sont sensiblement perpendiculaires à cette direction indiquent le clivage suivant g^1 ($\infty \breve{P} \infty$). La petite section hexagonale incolore enclavée dans la diallage appartient à un cristal d'apatite taillé perpendiculairement à l'axe principal, × 25.


Digitized by Google

17. Porphyroïde clastique de Pitet. — Fragments de feldspath et de quartz entourés de fibres séricitcuses. Lumière polarisée, × 120.

18. Porphyroïde clastique de Fauquez. — Fragments de feldspath plagioclase. La majeure partie de la figure est occupée par une substance chloriteuse, dans laquelle apparaissent des plages circulaires plus foncées, quelquefois entourées d'une zone de points noirâtres. Les feldspaths sont dessinés avec la lumière polarisée, × 95.

PLANCHE IV.

19. Porphyroïde de Fauquez. — Plage quartzeuse enclavant des formes arrondies de viridite reliées par des filaments à la même substance verdâtre répandue autour de la section de quartz. La compénétration de ces deux minéraux et leur disposition nous indiquent qu'ils ont été formés en même temps et que le quartz a cristallisé en place, × 70 (voir p. 97).

20. Arkose de Tubize. — Au centre, fragment de feldspath kaolinisé entouré de sections quartzeuses avec enclaves liquides; ce dernier minéral est cimenté par de la chlorite, × 95.

21. Porphyroïde de Mairus *c*. — Section quartzeuse avec enclaves liquides renfermant des lamelles de biotite, × 70. Au bas de la figure à droite plage micacée verdâtre pâle avec microlithes quelquefois géniculés, × 450.

22. Amphibolite granitoïde *e*. — Sections de viridite terminées par des contours réguliers renfermées dans du quartz et entourées de fer titané recouvert d'un produit de décomposition blanchâtre, cristal d'apatite, × 95.

23. Amphibolite du ravin de N.-D. de Meuse *k*. — Section de hornblende montrant les clivages de cette espèce minérale, × 45.

24. Amphibolite du ravin de N.-D. de Meuse *k*. — Asbeste et sections d'épidote dans du quartz développé dans les fissures de la roche, × 70.

PLANCHE V.

25. Amphibolite *e*. — Hornblende fibreuse verdâtre; dans le quartz nombreux microlithes amphiboliques incolores et grains de fer titané décomposés, × 95.

26. Caillou roulé du poudingue de Burnot. (Coll. de l'Univ. de Liége, n° 255.) — Cristaux d'amphibole enchâssés dans du quartz, × 70.

27. Porphyroïde de Mairus *b*. — Section d'un cristal d'orthose montrant des plages opaques koalinisées et d'autres parties transparentes où l'on voit deux systèmes de stries perpendiculaires. Lumière polarisée, × 70.

28. Porphyroïde de Mairus *b*. — Dans la masse fondamentale, lamelles brunâtres plus ou moins alignées de biotite, qui produisent la structure gneissique. Les sections grisâtres sont du feldspath altéré, sections de quartz et lamelles chloriteuses, × 70.


Digitized by Google

29. Porphyroïde de Laifour *r*. — La masse fondamentale est presque exclusivement formée de séricite; les sections grisâtres appartiennent à des cristaux de feldspath altéré; les formes lenticulaires incolores sont des quartz avec enclaves liquides. Vers le haut à droite petit nid de biotite, × 95.

30. Porphyroïde de Laifour *r*. — Cette figure rend l'aspect au microscope du schiste A de la base. La masse fondamentale est sillonnée de veines micacées. Les grains noirs sont en grande partie de la pyrrhotine, × 125.

PLANCHE VI.

31. Amphibolite *e*. — Section d'un cristal de fer titané presque entièrement transformé en substance blanchâtre provenant de la décomposition, × 70.

32. Gabbro d'Hozémont. — Section de fer titané recouvert d'un produit de décomposition.

33. Porphyroïde de Mairus *b*. — Ce dessin reproduit l'aspect macroscopique d'un échantillon de la roche *b* de Mairus. A la partie supérieure cristal d'orthose ovoïde; vers le centre, cristal d'orthose arrondi avec zone de plagioclase; vers le bas un troisième cristal d'orthose apparaît sillonné de veinules quartzeuses, dans lesquelles s'est développée de la biotite. Les cristaux jaunâtres appartiennent à l'oligoclase.

34. Diorite quartzifère de Quenast. — Sections de fer titané avec produit de décomposition, × 125.

35. Porphyroïde de Chenois. — Section d'un cristal de fer titané; les clivages sont accusés par la substance blanchâtre, qui s'est développée suivant ces directions. Ce dessin fut fait à la lumière réfléchie, × 70.

Digitized by Google

TABLE DES MATIÈRES.

Digitized by Google

Digitized by Google

L'ÉLECTRICITÉ STATIQUE

EXERCE-T-ELLE UNE INFLUENCE

SUR LA TENSION SUPERFICIELLE D'UN LIQUIDE?

PAR

G. VAN DER MENSBRUGGHE,

Chargé du cours de physique mathématique à l'Université de Gand, correspondant de la Société de physique de Rotterdam.

AVANT-PROPOS. — PREMIÈRE PARTIE : HISTORIQUE DES RECHERCHES SUR LES RAPPORTS DE L'ÉLECTRICITÉ STATIQUE ET DE LA COHÉSION DES LIQUIDES.

SECONDE PARTIE : I. CAS DE L'ÉLECTRISATION D'UNE BULLE DE LIQUIDE GLYCÉRIQUE. — II. FAITS RELATIFS A UNE LAME PLANE ÉLECTRISÉE. — III. CAS D'UNE MASSE LIQUIDE PLEINE. OBSERVATION DE LA HAUTEUR CAPILLAIRE SOUS L'INFLUENCE DE L'ÉLECTRICITÉ. — COMMENT LA THÉORIE DE LA TENSION SUPERFICIELLE SE CONCILIE AVEC LA THÉORIE DE LAPLACE ET LA COMPLÈTE. — IV. FLOTTEURS CAPILLAIRES SUR UN LIQUIDE ÉLECTRISÉ. — V. COLONNES LIQUIDES SUSPENDUES PAR LE PROCÉDÉ DE M. DUPREZ ET SOUMISES A L'ACTION ÉLECTRIQUE. — VI. CAS DES FLOTTEURS ARÉOMÉTRIQUES. — CONCLUSION.

(Présenté à la classe des sciences de l'Académie le 6 juin 1874.)



Digitized by Google

L'ÉLECTRICITÉ STATIQUE

EXERCE-T-ELLE UNE INFLUENCE

SUR LA TENSION SUPERFICIELLE D'UN LIQUIDE?

AVANT-PROPOS.

§ 1. J'ai rappelé, dans un travail précédent [1], quelques expériences qui montrent clairement que la chaleur exerce sur la tension superficielle d'un liquide une influence assez grande pour provoquer à la surface de celui-ci des courants plus ou moins prononcés. Dans le Mémoire actuel, je me propose d'examiner si l'électricité statique produit également des variations dans la force contractile des liquides; mais avant de faire connaître mes propres recherches, je tâcherai de réunir les faits relatifs à la question, bien que les physiciens ne les aient point envisagés au point de vue de la tension superficielle. Les conclusions qu'on a tirées des diverses observations m'ont paru, sinon inexactes, du moins peu précises, ou trop faiblement appuyées. C'est pourquoi j'ai dû reprendre quelques expériences déjà connues, j'en ai imaginé de nouvelles, et toutes m'ont conduit au même résultat.

Résumer l'ensemble des recherches qui, à ma connaissance, ont précédé les miennes, tel est l'objet de la première partie de ce travail; dans la seconde partie, je décrirai une série de phénomènes où l'électricité statique entre en jeu simultanément avec la force contractile des liquides, et j'énoncerai la conséquence générale que j'ai cru pouvoir en déduire.

[1] *Sur la tension superficielle des liquides considérée au point de vue de certains mouvements observés à leur surface*, premier Mémoire, § 3 (Mém. couronn. et Mém. des sav. étrang. de l'Acad. roy. de Belgique, t. XXXIV).


Digitized by Google

PREMIÈRE PARTIE.

HISTORIQUE DES RECHERCHES SUR LES RAPPORTS DE L'ÉLECTRICITÉ STATIQUE ET DE LA COHÉSION DES LIQUIDES.

§ 2. Les premières observations concernant les effets de l'électricité statique sur les propriétés des liquides remontent, je pense, au milieu du XVIIIe siècle : c'est très-probablement Boze, professeur de physique à Wittemberg, qui imagina en 1745 l'expérience si connue de l'arrosoir électrique; voici comment il la décrivit dans une lettre adressée à Réaumur [1] : « Si l'on électrise un vase d'où s'écoule un liquide par un orifice étroit, ce liquide devient lumineux dans l'obscurité, et l'écoulement, au lieu de se faire goutte à goutte, se montre continu et se divise en plusieurs jets qui divergent entre eux comme les rayons d'une aigrette lumineuse. » Le même physicien rapporte en outre que « le sang d'un homme à qui l'on ouvrit une veine sortit avec plus de vitesse lorsqu'on l'électrisa; les gouttes parurent lumineuses comme du feu. »

Le P. Gordon a observé de son côté des phénomènes analogues aux précédents [2].

§ 3. Bientôt après, l'abbé Nollet [3] entreprit une série d'expériences sur les *écoulements électrisés*, en employant des vases en verre et en métal, terminés par des orifices de différents diamètres; il crut pouvoir déduire de ses observations, répétées chacune trois ou quatre fois, les conséquences suivantes :

1° « L'électricité accélère toujours les écoulements qui se font goutte à goutte par des tubes capillaires.

2° Cette accélération n'est pas aussi grande qu'elle le paraît.

[1] *Mém. de l'Acad. des Sciences de Paris,* 1745, pp. 19 et 133.

[2] Ils sont décrits probablement dans l'ouvrage de cet auteur, ayant pour titre : *Phænomena electricitatis exposita,* Erfurt, 1744. Je n'ai pu me procurer ce livre.

[3] *Conjectures sur les causes de l'électricité des corps* (Mém. de l'Acad. des sc. de Paris, 1745, p. 107). — *Éclaircissements sur plusieurs faits concernant l'électricité* (Ibid, 1747, p. 207). Voir aussi ses *Recherches sur les causes particulières des phénomènes électriques,* 1749, pp. 342-348.


Digitized by Google

3° L'écoulement est d'autant plus accéléré que l'orifice de sortie est plus étroit.

4° A partir d'une ou deux lignes de diamètre de l'orifice, il semble n'y avoir ni accélération, ni retard.

5° Enfin, au lieu d'une accélération, il se produit un léger retard quand on électrise fortement un orifice d'environ une demi-ligne de diamètre intérieur. »

Voici le raisonnement que fait Nollet pour expliquer ces phénomènes : « La matière électrique effluente s'élance visiblement avec beaucoup plus de vitesse que l'eau qui sort goutte à goutte; ..... il est donc bien naturel que cette matière ajoute au mouvement de la liqueur. Si l'action de l'électricité sur un jet d'eau est insensible, c'est que l'excès de vitesse de la matière électrique est moindre et que la masse à mettre en mouvement est plus grande; quant au retard occasionné dans l'écoulement par l'électricité, il faut ranger le fait parmi les phénomènes douteux, jusqu'à plus ample confirmation....... C'est pourquoi on ne peut dire rigoureusement que les fluides s'écoulent toujours avec plus de rapidité quand on les électrise. »

L'auteur ajoute que l'électricité exerce une influence sur l'évaporation : « en effet, » dit-il, « j'ai mouillé d'eau une éponge, et je l'ai coupée en deux; je pèse séparément les deux moitiés, puis je les rejoins et je place l'ensemble près d'un large conducteur électrisé, de manière que l'une des moitiés soit en regard de ce dernier, tandis que l'autre moitié est du côté opposé; après une électrisation de cinq ou six heures, j'ai trouvé la partie la plus rapprochée du conducteur plus légère que l'autre. »

§ 4. Presque en même temps que l'abbé Nollet, Ellicott [1] s'occupa de la question des veines liquides électrisées et essaya de prouver que l'accélération constatée parfois dans l'écoulement des liquides par des tubes capillaires ne dépend pas seulement de leur état électrique; selon lui, l'eau électrisée peut tantôt donner lieu à un courant continu, tantôt s'écouler goutte à goutte comme si elle était à l'état naturel; de plus, le liquide peut produire un jet continu sans être électrisé, ou bien cesser de s'écouler au moment où on l'électrise.

[1] *An essay towards discovering the laws of electricity* (PHIL. TRANSACT. ABRIDGED, vol. X., page 386).


Digitized by Google

Il cite l'expérience du siphon électrisé, puis il constate que l'électricité ne diminue pas la hauteur capillaire d'un liquide dans un tube étroit, ce qui prouve, d'après lui, que l'électricité n'intervient pas seule dans la production d'un jet continu, puisque l'écoulement en gouttes est dû à la même cause que l'élévation capillaire d'un liquide.

Un autre fait qui le confirme dans ses idées, c'est que le jet continu sortant d'un tube capillaire électrisé se change en gouttes séparées dès qu'on cesse de tourner la machine, et cela malgré l'électricité que conserve encore l'eau; « cela provient, » dit-il, « des effluves électriques qui, aussi longtemps qu'on électrise le liquide, se propagent le long de sa surface et l'entraînent; quand l'électrisation, c'est-à-dire la formation de nouveaux effluves électriques cesse, le liquide n'est plus entraîné et s'écoule par gouttes. »

Ellicott montre l'attraction de l'eau pour les effluves électriques, en disant que si l'on électrise ce liquide contenu dans un vase quelconque et qu'on tienne le doigt suffisamment près de la surface libre, de petites gouttelettes se détachent de celle-ci, et sont lancées sur le doigt; d'après l'opinion de l'auteur, puisque les effluves électriques peuvent transporter des gouttelettes liquides dans une direction opposée à la pesanteur, on comprend aisément qu'ils puissent produire un courant continu du liquide, lorsqu'ils agissent dans le sens même de la gravité.

Quand on a cessé d'électriser l'eau et que l'écoulement par gouttes s'est rétabli, on peut faire renaître le jet continu en approchant un corps bon conducteur; Ellicott explique cet effet, en avançant que le bon conducteur soutire les effluves électriques et que ceux-ci entraînent l'eau avec eux.

§ 5. En 1748, Jallabert [1] a examiné, comme Ellicott, si l'électricité n'augmente pas la hauteur des liquides dans les tubes capillaires; il a trouvé aussi qu'elle ne produit aucun effet.

§ 6. Je citerai maintenant un travail de Changeux [2], qui, en 1778, publia des expériences pour constater l'influence de l'électricité sur les indi-

[1] *Expériences sur l'électricité avec quelques conjectures sur la cause de ses effets,* Genève, 1748; ouvrage cité dans le *Journal des Savants,* vol. CXLIX, 1749.

[2] *Examen des effets de l'électricité, soit naturelle, soit artificielle, sur les baromètres* (JOURN. DE ROZIER, OBSERVATIONS SUR LA PHYSIQUE, ETC., 1778, t. I, p. 538).

Digitized by Google

cations barométriques; de fortes charges lui semblèrent produire parfois de très-faibles variations dans la hauteur du baromètre; néanmoins il n'hésita pas à conclure de ses observations que l'électricité atmosphérique ne peut rendre le baromètre infidèle, ni donner lieu à des variations sensibles dans ses indications.

Cette conclusion équivaut, selon moi, à cette autre, que l'électricité statique n'altère pas les forces capillaires agissant sur le ménisme convexe du mercure d'un baromètre.

§ 7. Trois ans après, Achard[1] chercha si l'électricité agit sur l'évaporation de l'eau, et trouva que l'action est absolument nulle.

§ 8. Les expériences faites par Boze, Nollet et Ellicott étaient évidemment trop peu nombreuses pour permettre d'énoncer une conséquence bien fondée au sujet de l'influence de l'électricité sur l'écoulement des liquides; c'est pourquoi Carmoy[2] reprit la question en 1788; les tubes dont il s'est servi étaient de matières, de formes et de longueurs différentes, et avaient des diamètres inférieurs à 1 millimètre; la durée totale de toutes ses observations réunies a été de 75 heures; les expériences avaient des durées qui variaient depuis 5 minutes jusqu'à des heures entières; l'écoulement était tantôt accéléré, tantôt retardé par l'action électrique. Dans le nombre considérable des essais faits par ce physicien, la quantité d'eau écoulée sans électrisation était à celle qui s'est écoulée sous l'influence électrique comme 100 : 98,47. Ce résultat est contraire aux assertions de l'abbé Nollet; aussi Carmoy, sans vouloir en déduire une action défavorable à l'écoulement des liquides, déclare que l'idée de l'accroissement de vitesse imprimé par l'électricité doit son origine au simple témoignage des yeux, bien plus qu'à l'emploi de la balance; il ajoute que l'explication du prétendu phénomène de l'augmentation de vitesse du sang est purement gratuite, et que d'ailleurs le fait est faux en lui-même.

L'opinion de Carmoy a été complétement confirmée depuis par Girard[3];

[1] *Mémoire renfermant le récit de plusieurs expériences électriques faites dans différentes vues* (MÉM. DE L'ACAD. DE BERLIN, 1781, pp. 9-19).

[2] *Lettre sur l'action de l'électricité sur les végétaux* (JOURNAL DE ROZIER, 1788, t. II, pp. 339-343).

[3] *Sur l'écoulement linéaire de diverses substances liquides par des tubes de verre* (ANN. DE CHIM. ET DE PHYS. DE PARIS, 1817, t. IV, p. 164).


Digitized by Google

il est donc très-probable que l'électricité n'exerce pas d'action sensible sur la dépense d'un liquide s'écoulant par des orifices en mince paroi.

§ 9. En 1797, Aldini[1] a décrit les expériences suivantes : « si l'on verse des gouttes d'huile à la surface de l'eau électrisée par un conducteur, on les voit se diviser en d'autres gouttelettes tellement petites qu'on ne peut presque pas les compter; la même chose a lieu quand on verse une faible quantité d'huile sur l'eau contenue dans une bouteille de Leyde chargée. »

J'ai essayé de reproduire ces expériences; j'ai reconnu, en effet, qu'une goutte d'huile amenée dans le voisinage de l'eau pendant qu'on électrise celle-ci, se divise en un grand nombre de petites gouttelettes; mais cette division a lieu avant le contact de l'huile avec l'eau; aussi je regarde les faits décrits par Aldini comme dus non à des changements de tension soit de l'eau, soit de l'huile, mais à des attractions et répulsions électriques ordinaires; sauf ces dernières, les gouttelettes qui touchent la surface de l'eau s'y comportent comme s'il n'y avait pas d'électricité en présence.

§ 10. Deux années après, Van Marum[2] a répété souvent les expériences de Changeux (§ 6); il n'a pu constater la moindre action de l'électricité sur le mercure bien sec. Il a trouvé aussi que l'évaporation de l'alcool, de l'eau et de l'éther sulfurique n'est pas influencée par l'électricité statique.

§ 11. En 1809, Erman[3], ayant observé certains effets très-curieux produits par l'électricité dynamique à la surface des liquides, essaya vainement de constater une action analogue de l'électricité statique sur la cohésion, et nous savons aujourd'hui que la cohésion est liée intimement à la tension superficielle. Voici l'une des expériences de l'auteur : « on attache en bas d'une balance très-sensible un fil fin métallique portant une plaque d'adhésion bien centrée, et, au-dessous de cette dernière, on amène une capsule contenant du mercure couvert d'une très-mince couche d'eau qui, selon l'expression de Erman, se dispose alors en cylindre; on établit l'équilibre de

[1] *Memoria intorno ad alcune elettriche sperienze* (Journ. de Brugnatelli, t. XIV, p. 195); j'ai trouvé un extrait de ce travail dans les *Annales de Gilbert*, t. IV, p. 425.

[2] *Einfluss der Elektricität auf den Barometer* (Ann. de Gilbert, vol. I, p. 117).

[3] *Wahrnehmungen ueber das gleichzeitige Entstehen von mechanischer Cohærenz und chemischer Verwandtschaft* (Ibid, t. IX, 1809, pp. 263-293).

Digitized by Google

telle sorte que ce cylindre soit aussi rapproché que possible de la rupture; à cet instant, on électrise le système placé sur un corps isolant et l'on n'aperçoit aucune trace de mouvement. Si, au contraire, on fait communiquer la balance avec l'un des pôles d'une puissante pile de Volta et la capsule avec l'autre, la base de l'eau soulevée s'étale vivement à la surface mercurielle, et, pendant que cette base s'étend rapidement autour de la circonférence de la plaque, celle-ci est tirée vers le bas, et la balance penche; mais aussitôt après, le fléau reprend presque sa position première, et il faut des observations minutieuses pour constater la petite différence qui a lieu. »

L'auteur déclare n'avoir pas réussi à voir les derniers phénomènes se manifester avec l'électricité statique; « ainsi, » dit-il, « la décharge d'une bouteille de Leyde donne lieu à des secousses qui n'ont rien de commun avec les effets produits par les courants galvaniques. »

Erman paraît n'avoir pas opéré sur des liquides autres que l'eau; d'ailleurs il a étudié spécialement l'action de l'électricité dynamique sur la cohésion.

§ 12. Après l'important travail de Erman, il s'écoula un temps assez long avant que la question fût reprise; pourtant on fit quelques observations assez intéressantes : ainsi Peltier[1] reconnut que si un jet d'eau est rendu divergent par l'électrisation et qu'on l'entoure ensuite d'un anneau métallique chargé de la même électricité que le liquide, les gouttelettes divergentes se resserrent en un jet unique; en recevant la veine divergente sur une sphère métallique isolée, il l'a vue se contracter davantage à mesure que la sphère s'électrisait. En second lieu, d'après des expériences de Bohadsch[2], l'électricité statique active l'évaporation des liquides, comme l'avait annoncé Nollet (§ 3). Enfin dans l'atelier du constructeur Liedemann à Eperies en Hongrie[3], on constata l'influence du plateau électrisé d'un électrophore sur le jet d'une fontaine de Héron; à une distance assez notable, l'électricité rendait la veine continue, et, quand on rapprochait le corps électrisé, la veine devenait très-divergente à la partie supérieure et s'y résolvait en gouttelettes.

[1] *Traité de physique de Daguin*, 2e édition, t. III, p. 110.
[2] *Ibid, ibid.*
[3] L'expérience dont il s'agit ici est rapportée dans un travail de M. Fuchs que je citerai plus loin.

Digitized by Google

§ 13. En 1845, M. Draper [1] publia un Mémoire où il essaie de prouver que les principaux phénomènes attribués à l'attraction capillaire peuvent être regardés comme des manifestations d'une action électrique. Voici quelques faits qu'il cite à l'appui de cette thèse :

1° Une plaque de verre attachée à l'un des plateaux d'une balance est abaissée jusqu'au contact avec la surface d'un bain de mercure; l'adhésion a lieu, et il faut un poids assez considérable pour détacher le verre; on le trouve alors chargé positivement, et le mercure négativement.

2° Une plaque de verre amenée au contact avec l'eau, puis détachée, ne donne pas de traces d'électricité; c'est que les corps séparés sont identiques, savoir l'eau du vase, et une couche aqueuse demeurée adhérente à la plaque; mais si, avant de détacher le verre et l'eau, on fait congeler cette dernière, alors les deux fluides électriques sont bien séparés. On peut donc admettre, dit l'auteur, que l'eau adhère au verre pour la même raison que la glace, et qu'ainsi l'adhésion d'un liquide à un solide est un simple phénomène électrique.

§ 14. Deux années après, M. Brunner [2], dans un long Mémoire sur la cohésion des liquides, rappelle les expériences de M. Draper, et déclare ne voir aucun avantage à expliquer un phénomène obscur par l'introduction d'une force plus obscure encore; il ajoute que d'ailleurs les observations du physicien américain ne prouvent rien quant à l'influence de l'électricité sur la cohésion des liquides, influence que M. Brunner regarde comme absolument nulle.

§ 15. Rapportons maintenant une expérience décrite en 1851 par M. Charault [3] : si l'on électrise un liquide où plonge un aréomètre, celui-ci s'élève immédiatement, et indique ainsi une densité plus forte du liquide; si l'on enlève l'électricité, l'aréomètre retombe aussitôt dans sa position primitive. Ce mouvement ascensionnel est d'autant plus prononcé que la charge est plus grande, et il résulte, d'après l'auteur, d'une répulsion électrique entre le liquide et l'aréomètre. Ni la décharge d'une bouteille de Leyde ou

[1] *Is capillary attraction an electric phænomenon?* (Voir un extrait de ce travail dans le *Philosophical Magazine*, 1845, vol. XXVI, p. 185.)

[2] *Ueber die Cohæsion der Flüssigkeiten* (ANN. DE M. POGGENDORFF, vol. LXX, p. 481).

[3] *Sur quelques phénomènes de répulsion électrique* (COMPTES RENDUS, t. XXXII. p. 537).


Digitized by Google

d'une batterie électrique, ni le courant d'une pile galvanique ne donnent lieu au phénomène dont il s'agit.

L'expérience de M. Charault peut s'expliquer sans doute par de simples répulsions entre les corps électrisés de la même manière; mais, au point de vue des forces moléculaires, le fait pourrait être attribué à une diminution de la tension superficielle; nous verrons plus loin (§ 30) si cette dernière hypothèse est admissible.

§ 16. Je mentionne ici un article publié en 1853 par M. Scarpellini, et relatif à l'action de l'électricité sur les hauteurs barométriques [1]; mais je n'ai pu me procurer ce travail.

§ 17. Peu de temps après, M. Fuchs [2] fit connaître des expériences fort intéressantes concernant l'influence d'une atmosphère électrique sur un jet d'eau très-effilé, et qui, selon l'auteur, paraissent en contradiction avec les effets ordinaires de l'électricité. Quand l'orifice d'écoulement est assez étroit pour qu'une pression de 90 centimètres n'élève le jet qu'à une trentaine de centimètres environ, celui-ci se résout, dans la partie supérieure, en gouttelettes qui retombent non loin de l'ouverture. Cela étant, à l'approche d'un corps très-faiblement électrisé, la résolution en gouttes cesse aussitôt; la veine demeure continue jusqu'au sommet et ressemble au pistil d'un lys; le liquide retombe en masse le long de la colonne ascendante, qui est bientôt refoulée jusqu'à l'orifice; immédiatement après, la veine se relève pour disparaître de nouveau; ces alternatives durent jusqu'au moment où s'annule l'influence électrique. Le phénomène est identiquement le même, que l'électricité agissante soit positive ou négative. Si le corps qu'on approche est fortement électrisé, et se trouve à une distance du jet plus petite que celle pour laquelle il y a continuité de la veine, cette dernière se résout en gouttelettes très-petites et se mouvant dans toutes les directions.

M. Fuchs fait remarquer que si l'on garantit l'orifice par un tube large et court ou bien à l'aide d'un écran contre l'influence de l'électricité, l'écoule-

[1] *Sull' influenza dell' elettricità sull' altezze barometriche,* Rome, CORRESPOND. SCIENTIF., t. II. p. 212.

[2] *Ueber das Verhalten eines kleinen Springbrunnens innerhalb einer elektrischen Atmosphäre* (VERHANDL. DES VEREINS FÜR NATURKUNDE ZU PRESBURG, 1856, I Jahrg., pp. 57-47).


Digitized by Google

ment naturel se maintient; au contraire, si l'on empêche l'action électrique sur la veine, en conservant l'orifice libre, il y a continuité. Enfin, si l'on électrise le réservoir même d'où l'eau s'écoule, il y a jet continu lorsque la charge électrique est faible, et division de la veine en une multitude de jets discontinus, quand la charge est forte.

L'auteur explique ces phénomènes en disant qu'à l'approche d'un corps faiblement électrisé, l'orifice d'écoulement et la veine s'électrisent par influence, ce qui annule l'adhésion du liquide pour le solide et produit la continuité du jet, tandis que, pour une charge assez forte, les différentes parties de la veine se repoussent mutuellement, et donnent lieu à des jets multiples et discontinus.

§ 18. En 1860, M. Reitlinger [1] a repris la même question; il a trouvé pour l'eau les mêmes résultats que ci-dessus, tandis que, pour l'essence de térébenthine, liquide mauvais conducteur de l'électricité, le jet demeure discontinu malgré l'action électrique.

Il admet l'explication de M. Fuchs, mais il se demande comment l'adhésion est détruite par l'influence électrique; pour l'eau, il pense que l'effet est dû à la formation d'une couche très-mince de gaz produit par l'électrolyse du liquide. Pour confirmer cette manière de voir, il a fait des expériences avec le mercure qui est bon conducteur de l'électricité et ne donne pas d'électrolyse; il a trouvé qu'un petit jet de mercure complétement libre demeure continu, qu'il y ait ou non un corps électrisé en présence; au contraire, si l'orifice d'écoulement est amalgamé, la veine est toujours discontinue, quel que soit le mode d'action de l'électricité.

M. Reitlinger termine son Mémoire en rattachant ses expériences à celles de Nollet sur l'accroissement de vitesse d'écoulement que peut déterminer l'électricité dans une veine fluide, et en promettant de publier un travail spécial sur ce sujet; j'ignore si le Mémoire annoncé a paru.

§ 19. Des expériences de MM. Fuchs et Reitlinger, on pourrait conclure que l'électricité agit par elle-même pour s'opposer à la transformation spon-

[1] *Ueber die Einwirkung der Elektricität auf Springbrunnen* (SITZUNGSBER. DE L'ACAD. DE VIENNE, vol. XXXIX, p. 590).

Digitized by Google

tanée d'une veine liquide, en diminuant les forces capillaires auxquelles est due cette transformation. Or, M. Plateau [1] s'est assuré directement que l'électricité statique ne modifie en rien la transformation des cylindres liquides de petits diamètres. A cet effet, il a réalisé, par un procédé qu'il décrit [2], un cylindre de mercure ayant une longueur de 80 à 100 fois son diamètre; ce cylindre était emprisonné entre deux plaques de verre, et attaché de part et d'autre aux extrémités amalgamées de deux fils métalliques; tout le système reposait sur un corps isolant. Après avoir fait communiquer avec le conducteur d'une machine électrique, l'un de ces fils solides, et enlevé les entraves latérales, l'auteur a constaté que, dans ces conditions, le cylindre dont le diamètre était inférieur à 1 millimètre, se transformait tout aussi bien et absolument de la même façon que lorsqu'il se trouvait à l'état naturel.

Ce résultat, à propos duquel M. Plateau énonce avec mon consentement la conclusion de mon Mémoire actuel, confirme de la manière la plus formelle, comme on le verra plus loin, la conséquence générale à laquelle m'ont conduit mes propres expériences.

M. Plateau se rallie à l'opinion de MM. Fuchs et Reitlinger, d'après laquelle la continuité du jet d'eau électrisé serait due à une destruction de l'adhésion du liquide au bord de l'orifice. Seulement il pense avec M. Fuchs que cette destruction a pour cause non pas une faible électrolyse de l'eau, comme l'avance M. Reitlinger, mais bien la répulsion mutuelle du liquide et du solide sous l'influence de l'électricité.

L'auteur montre ensuite comment l'annulation de l'adhésion détermine la continuité du jet : l'électricité ne fait que supprimer le frottement contre les parois de l'orifice, frottement qui, à cause des petites dimensions de celui-ci, doit exercer une influence considérable et faire naître des vibrations dans la veine. L'ensemble des expériences de MM. Fuchs et Reitlinger milite fortement en faveur de cette explication; parmi les diverses observations dont M. Plateau donne la théorie très-plausible, je ne parlerai que des effets bizarres qu'a observés M. Fuchs en interceptant l'action électrique au moyen

[1] *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*, t. II, § 494.

[2] *Ibid.*, *ibid.*, § 361.

Digitized by Google

d'un écran; on comprend sans peine que si l'orifice est garanti, tandis que tout le reste du jet demeure soumis à l'action de l'électricité, la discontinuité doit se maintenir, parce que les vibrations causées par le frottement peuvent se produire librement; au contraire, si l'orifice subit seul l'influenee électrique, les vibrations n'ont plus lieu, et le jet devient continu. J'ajouterai, à l'appui de ce raisonnement, qu'à ce moment la veine s'élève un peu plus haut, ainsi que je l'ai souvent constaté, et comme l'a vu de son côté un physicien allemand, M. Abendroth[1]; la veine ne retombe que grâce à la masse liquidé qui s'accumule à la partie supérieure et descend le long du jet lui-même. Je renvoie d'ailleurs, pour plus de détails, à l'ouvrage de M. Plateau.

Je dois dire encore que ce physicien avait fait depuis longtemps une expérience qu'il n'a pas publiée, et qui consistait à chercher si, en électrisant de l'eau sur laquelle on produisait de petites calottes laminaires, on observait une modification dans la durée de ces calottes. Or, M. Plateau n'a pu constater aucun changement.

§ 20. Si nous récapitulons actuellement les conséquences tirées des faits exposés plus haut, nous n'en trouvons que deux bien nettement énoncées : la première que signalent Erman et M. Brunner, et d'après laquelle l'électricité statique n'agit aucunement sur la cohésion d'un liquide, la seconde, justifiée par M. Plateau, et consistant en ce que les forces capillaires n'éprouvent pas de diminution sensible sous l'influence de l'électricité. Il résulterait donc de là que la tension d'un liquide bon conducteur demeure la même, que ce liquide soit électrisé ou non. C'est effectivement à cette déduction assez curieuse que conduisent les expériences que je vais décrire successivement.

[1] *Ueber elektrische Flüssigkeitstrahlen, neue Versuche und Erklärungen.* Dresde, 1874; voir p. 19.

Digitized by Google

SECONDE PARTIE.

I. CAS DE L'ÉLECTRISATION D'UNE BULLE DE LIQUIDE GLYCÉRIQUE. — II. FAITS RELATIFS A UNE LAME PLANE ÉLECTRISÉE. — III. CAS D'UNE MASSE LIQUIDE PLEINE. OBSERVATIONS DE LA HAUTEUR CAPILLAIRE SOUS L'INFLUENCE DE L'ÉLECTRICITÉ. — COMMENT LA THÉORIE DE LA TENSION SUPERFICIELLE SE CONCILIE AVEC LA THÉORIE DE LAPLACE ET LA COMPLÈTE. — IV. FLOTTEURS CAPILLAIRES SUR UN LIQUIDE ÉLECTRISÉ. — V. COLONNES LIQUIDES SUSPENDUES PAR LE PROCÉDÉ DE M. DUPREZ ET SOUMISES A L'ACTION ÉLECTRIQUE. — VI. CAS DE FLOTTEURS ARÉOMETRIQUES. — CONCLUSION.

I.

§ **21.** On dépose une bulle de liquide glycérique de 6 à 8 centimètres de diamètre sur un anneau en fil de fer ayant environ 2 centimètres de rayon, porté par trois pieds et placé au-dessous et à 20 centimètres à peu près de distance du conducteur d'une machine électrique : dès qu'on électrise celui-ci, on observe les effets déjà constatés par M. Cauderay avec des bulles d'eau de savon [1]; la lame s'allonge dans le sens vertical, la courbure augmente dans la partie supérieure et décroît vers le bas; à mesure que la charge devient plus forte, la bulle s'allonge davantage et prend une forme de plus en plus ovoïde. Il est clair qu'alors la quantité d'électricité développée est plus grande au sommet que vers le bas de la lame; conséquemment, si le fluide électrique exerce une influence sur la tension superficielle, c'est au sommet que la variation de cette force sera le plus prononcée. Or supposons que la tension y devienne plus grande; dans ce cas, il se produirait évidemment un appel du liquide dés parties inférieures de la bulle vers le haut, où les couleurs rétrograderaient jusqu'aux derniers ordres; si, au contraire, la force contractile diminuait, le liquide serait entraîné rapidement vers le bas de la lame, laquelle ne tarderait pas à crever. Mais on n'observe ni l'un ni l'autre de ces effets; les teintes se succèdent de la manière habituelle, même pour de fortes charges du conducteur.

J'ai répété cette expérience avec des bulles de solution d'albumine et de saponine; elles ont fourni des résultats de tout point conformes au précé-

[1] *Effets de l'électricité statique sur les bulles de savon* (LES MONDES, 1868, t. XVII, p. 433).

Digitized by Google

d'un écran; on comprend sans peine que si l'orifice est garanti, tandis que tout le reste du jet demeure soumis à l'action de l'électricité, la discontinuité doit se maintenir, parce que les vibrations causées par le frottement peuvent se produire librement; au contraire, si l'orifice subit seul l'influenee électrique, les vibrations n'ont plus lieu, et le jet devient continu. J'ajouterai, à l'appui de ce raisonnement, qu'à ce moment la veine s'élève un peu plus haut, ainsi que je l'ai souvent constaté, et comme l'a vu de son côté un physicien allemand, M. Abendroth [1]; la veine ne retombe que grâce à la masse liquide qui s'accumule à la partie supérieure et descend le long du jet lui-même. Je renvoie d'ailleurs, pour plus de détails, à l'ouvrage de M. Plateau.

Je dois dire encore que ce physicien avait fait depuis longtemps une expérience qu'il n'a pas publiée, et qui consistait à chercher si, en électrisant de l'eau sur laquelle on produisait de petites calottes laminaires, on observait une modification dans la durée de ces calottes. Or, M. Plateau n'a pu constater aucun changement.

§ 20. Si nous récapitulons actuellement les conséquences tirées des faits exposés plus haut, nous n'en trouvons que deux bien nettement énoncées : la première que signalent Erman et M. Brunner, et d'après laquelle l'électricité statique n'agit aucunement sur la cohésion d'un liquide, la seconde, justifiée par M. Plateau, et consistant en ce que les forces capillaires n'éprouvent pas de diminution sensible sous l'influence de l'électricité. Il résulterait donc de là que la tension d'un liquide bon conducteur demeure la même, que ce liquide soit électrisé ou non. C'est effectivement à cette déduction assez curieuse que conduisent les expériences que je vais décrire successivement.

[1] *Ueber elektrische Flüssigkeitstrahlen, neue Versuche und Erklärungen*. Dresde, 1874; voir p. 19.

Digitized by Google

SECONDE PARTIE.

I. CAS DE L'ÉLECTRISATION D'UNE BULLE DE LIQUIDE GLYCÉRIQUE. — II. FAITS RELATIFS A UNE LAME PLANE ÉLECTRISÉE. — III. CAS D'UNE MASSE LIQUIDE PLEINE. OBSERVATIONS DE LA HAUTEUR CAPILLAIRE SOUS L'INFLUENCE DE L'ÉLECTRICITÉ. — COMMENT LA THÉORIE DE LA TENSION SUPERFICIELLE SE CONCILIE AVEC LA THÉORIE DE LAPLACE ET LA COMPLÈTE. — IV. FLOTTEURS CAPILLAIRES SUR UN LIQUIDE ÉLECTRISÉ. — V. COLONNES LIQUIDES SUSPENDUES PAR LE PROCÉDÉ DE M. DUPREZ ET SOUMISES A L'ACTION ÉLECTRIQUE. — VI. CAS DE FLOTTEURS ARÉOMÉTRIQUES. — CONCLUSION.

I.

§ 21. On dépose une bulle de liquide glycérique de 6 à 8 centimètres de diamètre sur un anneau en fil de fer ayant environ 2 centimètres de rayon, porté par trois pieds et placé au-dessous et à 20 centimètres à peu près de distance du conducteur d'une machine électrique : dès qu'on électrise celui-ci, on observe les effets déjà constatés par M. Cauderay avec des bulles d'eau de savon [1]; la lame s'allonge dans le sens vertical, la courbure augmente dans la partie supérieure et décroît vers le bas; à mesure que la charge devient plus forte, la bulle s'allonge davantage et prend une forme de plus en plus ovoïde. Il est clair qu'alors la quantité d'électricité développée est plus grande au sommet que vers le bas de la lame; conséquemment, si le fluide électrique exerce une influence sur la tension superficielle, c'est au sommet que la variation de cette force sera le plus prononcée. Or supposons que la tension y devienne plus grande; dans ce cas, il se produirait évidemment un appel du liquide dès parties inférieures de la bulle vers le haut, où les couleurs rétrograderaient jusqu'aux derniers ordres; si, au contraire, la force contractile diminuait, le liquide serait entraîné rapidement vers le bas de la lame, laquelle ne tarderait pas à crever. Mais on n'observe ni l'un ni l'autre de ces effets; les teintes se succèdent de la manière habituelle, même pour de fortes charges du conducteur.

J'ai répété cette expérience avec des bulles de solution d'albumine et de saponine; elles ont fourni des résultats de tout point conformes au précé-

[1] *Effets de l'électricité statique sur les bulles de savon* (LES MONDES, 1868, t. XVII, p. 433).

Digitized by Google

dent; les lames de la dernière solution m'ont présenté, en outre, des effets extrêmement curieux que j'ai décrits dans une Note spéciale [1].

D'après les observations précédentes, l'électricité agit sur les lames liquides sans produire de modification dans la force contractile; les choses se passent absolument comme si, par une action mécanique extérieure, on obligeait les bulles à affecter les figures indiquées plus haut.

II.

§ 22. Prenons encore l'anneau de l'expérience précédente; aux extrémités d'un diamètre, attachons, à l'aide d'un peu de cire, par exemple, les deux bouts d'un fil de cocon de 9 à 10 centimètres de longueur; réalisons alors dans cet anneau une lame plane horizontale où le fil se disposera suivant une ligne plus ou moins irrégulière et divisant la surface de cette lame en deux parties inégales : si, par un moyen quelconque, nous changeons un peu la courbe dessinée par le fil, celui-ci conservera sa nouvelle figure, car, en chacun de ses points, il est soumis à des tensions égales et contraires. Cela posé, attendons que la lame soit colorée, et voyons si, l'une des portions que sépare le fil étant électrisée, la forme de la courbe changera. A cet effet, amenons l'anneau métallique au-dessous du conducteur de la machine électrique, de telle sorte que l'une des portions de la surface laminaire soit plus rapprochée du conducteur que l'autre; dès que nous développons de l'électricité, la portion laminaire la plus voisine est soulevée; mais, pour reconstituer autant que possible la forme plane, approchons graduellement au-dessous de cette même portion un corps électrisé du même fluide que la machine, jusqu'à ce que la surface plane paraisse rétablie; nous constaterons ainsi que la figure affectée par le fil de cocon n'a aucunement varié et que l'aspect des teintes est le même que si la lame se trouvait à l'état naturel. Il en résulte nécessairement que, dans ce cas encore, la force contractile n'a pas éprouvé d'altération.

[1] *Sur la viscosité superficielle des lames de solution de saponine* (Bullet. de l'Acad. roy. de Belgique, 1870, 2e série, t. XXIX p. 368).

Digitized by Google

§ 23. Pour donner une idée de l'extrême facilité avec laquelle le fil de cocon obéit à toute variation de la tension superficielle du liquide, je décrirai ici l'expérience suivante, entièrement analogue à celle qu'a imaginée M. Félix Plateau [1] pour montrer l'influence de la chaleur sur cette force. Si, pendant que le fil de cocon nage dans la lame, on frotte vivement les mains l'une contre l'autre, puis qu'on tienne deux doigts très-près d'une portion laminaire voisine du fil, on voit celui-ci s'éloigner lentement; quand on tâche de maintenir les doigts à la même distance du fil flexible, le mouvement continue jusqu'à ce que la faible rigidité du fil l'empêche de céder davantage à la force prépondérante qui le sollicite. Ce phénomène est dû à la petite augmentation de température dans les points de la lame situés au-dessous des doigts qui rayonnent vers eux, et à la diminution qui en résulte dans la tension du liquide en ces points; le fil est tiré davantage du côté où la température est la plus basse et où par conséquent la tension est la plus forte. L'amplitude de ce mouvement s'est élevé pour certaines portions à 4 millimètres. J'ai réussi le mieux quand la température ambiante n'excédait pas 12°. Il est à peine nécessaire d'ajouter que le fait ne peut s'expliquer par la dilatation beaucoup trop minime de la portion laminaire la plus voisine de la main.

§ 24. Dans l'expérience du § 22, le fil de cocon étant soumis en chacun de ses points à des forces égales et opposées, ne pouvait affecter de figure spéciale; il m'a paru curieux de faire agir l'électricité dans le cas où le fil n'est sollicité que d'un seul côté par l'action de la force contractile. J'ai donc inséré dans une grande lame plane et horizontale de liquide glycérique un fil de cocon d'une dizaine de centimètres de longueur et dont les deux bouts étaient noués; après avoir crevé la portion laminaire intérieure, j'ai obtenu [2] un contour circulaire d'une extrême régularité. Au moment où j'ai amené un corps électrisé en présence d'une portion de la lame voisine du fil, celui-ci a éprouvé immédiatement une vive répulsion sans que la forme circulaire parût nullement altérée; cet effet s'est produit aussi bien lorsque la lame était isolée que lorsqu'elle communiquait avec le sol.

Pour se rendre compte de cette répulsion, faut-il admettre que dans la

[1] *Statique expérimentale et théorique des liquides, etc.*, t. I, p. 294.

[2] *Sur la tension des lames liquides* (Bull. de l'Acad. roy. de Belgique, 2ᵉ série, t. XXII, p. 308, et t. XXIII, p. 448).

Digitized by Google

portion liquide la plus rapprochée du corps électrisé la tension est devenue moindre qu'en tous les autres points, et qu'ainsi le contour mobile a dû marcher vers le côté de la lame où la tension était la plus grande? Pour juger de la valeur de cette supposition, j'ai muni le contour en fil de cocon d'un appendice que j'ai attaché à un point du fil solide, de telle manière que le contour mobile ne pût s'écarter que de 2 millimètres du point d'attache avec l'anneau métallique; quand je réalisais alors le contour circulaire et que j'amenais le point d'attache de l'appendice en regard du conducteur de la machine, l'action électrique repoussait le fil flexible autant que le permettait la faible longueur de l'appendice; or j'ai pu augmenter la charge électrique de la petite partie de la lame comprise entre l'anneau solide et le contour flexible à tel point qu'une étincelle a jailli entre elle et le corps influençant, et cependant le fil de cocon n'a pas cessé de paraître parfaitement circulaire.

Pour me placer dans les conditions les plus favorables à l'observation d'un changement de force contractile, j'ai opéré sur une lame liquide fortement colorée et conséquemment très-mince; dès lors la moindre variation de tension devait produire des teintes différentes et amener bientôt la rupture de la lame; or, quand j'ai soumis cette dernière à l'action du conducteur électrique, j'ai constaté encore une forte répulsion du fil flexible sans changement brusque de teinte; j'ai même pu soutirer des étincelles de la lame liquide sans la faire crever.

Ces expériences m'ont paru assez concluantes pour me faire croire que l'électricité statique ne diminue pas la tension superficielle des lames de liquide glycérique.

Il me reste toutefois à rendre raison de la vive répulsion du fil de cocon sous l'influence d'un corps électrisé, répulsion qui, au premier abord, semble contraire aux lois des actions électriques. Voici, je pense, la théorie du phénomène : l'électricité du conducteur décompose le fluide neutre de la lame, attire le fluide de nom contraire et avec lui les portions liquides qui bordent le contour du fil flexible, portions qui ne peuvent évidemment se rapprocher du conducteur sans que le fil s'en éloigne. Si cette explication est exacte, il faut que la répulsion du fil de cocon soit plus vive quand la lame communique avec le sol que lorsqu'elle est isolée; car, dans ce dernier cas, il y a une action répulsive entre l'électricité du conducteur et celle de même

Digitized by Google

nom qui se répand sur les portions de la lame liquide les plus éloignées du conducteur ; cette action doit évidemment s'opposer plus ou moins à ce que le contour flexible aille occuper les portions dont il s'agit. Au contraire, lorsque la lame communique avec le sol, le fluide repoussé s'écoule aussitôt et ne peut donc plus empêcher le mouvement du fil circulaire. C'est en effet ce que l'expérience directe a pleinement confirmé.

III.

§ 25. Après avoir examiné si l'électricité influe sur la valeur de la tension d'une lame liquide, passons au cas d'une masse liquide pleine, et voyons si le fluide électrique modifie la force contractile de cette dernière.

Pour faire l'expérience, je me suis procuré un tube de verre recourbé en U, dont les deux branches avaient 12 centimètres de longueur; le diamètre intérieur de l'une était de 10 millimètres, tandis que celui de l'autre ne s'élevait qu'à 1 millimètre à peu près; après avoir nettoyé le tube avec soin, et pris les précautions nécessaires pour en bien mouiller les parois internes, j'ai versé dans l'appareil une quantité convenable d'eau distillée; dans la branche étroite, la colonne d'eau s'élevait à 27 millimètres environ au-dessus du niveau de l'eau dans la large branche. J'ai fait ensuite communiquer le liquide de celle-ci avec le conducteur d'une machine électrique; or, je n'ai pas observé le moindre déplacement de la colonne, même pour des charges électriques intenses. Je conclus de là que l'électricité n'a pas fait varier la tension du liquide; en effet, nommons R et r le rayon de courbure au sommet du ménisque concave dans la large branche, r le rayon de courbure correspondant dans la branche étroite, h la différence de niveau et T la tension de l'eau distillée, nous aurons évidemment la relation :

$$\frac{2T}{R} = \frac{2T}{r} - h;$$

or, puisque R, r et h ne changent pas pendant l'électrisation, il s'ensuit que T demeure aussi invariable.

A la rigueur, on pourrait objecter que l'électricité s'écoule le long du bord aigu du ménisque, et qu'ainsi l'expérience précédente n'est guère concluante; je regarde cette objection comme peu fondée, parce que, en raison


Digitized by Google

de la conductibilité imparfaite de l'eau, cet écoulement ne peut s'opérer assez vite pour que, si l'électricité modifie réellement la tension, il ne se montre quelques mouvements dans la colonne. D'ailleurs, le résultat est toujours le même, quelle que soit la largeur de la grande branche; or on sait que dans un vase assez large, l'eau demeure électrisée malgré le relèvement capillaire qui règne le long du bord et qui pourrait favoriser l'écoulement du fluide électrique.

Si, au lieu d'opérer sur un liquide assez mauvais conducteur, on essaie avec le mercure qui conduit parfaitement l'électricité, on ne constate non plus aucun changement par le fait de l'électrisation; or ici les ménisques étant convexes, l'électricité ne peut s'échapper nulle part, et le résultat observé n'en devient que plus concluant.

Ces expériences confirment de tout point celle de Ellicott (§ 4), d'après laquelle l'électricité statique ne modifie pas la hauteur de la colonne d'eau contenue dans un tube capillaire dont l'extrémité inférieure est plongée dans un vase plein du même liquide et isolé. J'ai constaté que les choses se passent de la même manière, soit qu'on électrise la colonne capillaire ou bien l'eau du vase.

§ 26. Ici se présente naturellement une nouvelle objection : il semble permis de soutenir que les faits précédents ne prouvent rien; car, si l'on électrisait l'eau qui entoure le tube capillaire, la tension, et conséquemment la pression moléculaire due à la couche superficielle de l'eau distillée, pourrait être altérée, sans que la colonne capillaire diminuât de hauteur. On connaît, en effet, la curieuse expérience suivante de M. Duclaux [1] : on verse une mince couche d'alcool ou d'huile sur l'eau qui environne un tube capillaire, et l'on n'observe aucun changement dans la hauteur de la colonne soulevée. L'objection est assez spécieuse; mais je crois qu'il est aisé de la réfuter. Je vais montrer préalablement que l'expérience de M. Duclaux peut être expliquée au moyen de la théorie de Laplace convenablement interprétée [2].

Soit, en général, K la pression moléculaire exercée en chaque point d'une

[1] *Théorie élémentaire de la capillarité, fondée sur la connaissance expérimentale de la tension superficielle des liquides,* 1872; Paris, chez Gauthier-Villars.

[2] Je dois l'idée de la démonstration qui va suivre à M. Van der Waals, auteur d'une thèse très-remarquable sur la continuité de l'état liquide et de l'état gazeux (*Over de continuiteit van den Vloeistof- en gas-toestand;* Leiden, 1873).


Digitized by Google

surface liquide plane, vers l'intérieur de la masse et normalement à cette surface; si le liquide est de l'eau distillée, cette constante a une valeur particulière que nous nommerons K_e; s'il s'agit de l'alcool, elle sera appelée K_a.

Cela posé, si nous versons une couche mince d'alcool sur l'eau distillée qui entoure le tube capillaire, il y aura lieu de considérer, pour un même filet vertical, trois forces normales à la surface : 1° la force K_a due à la surface libre de l'alcool et dirigée de haut en bas; 2° la force $K_a - \alpha$, dirigée de bas en haut et appliquée au point où le filet coupe la surface commune aux deux liquides; α désigne l'action mutuelle de l'eau et de l'alcool; 3° la force $K_e - \alpha$, appliquée au même point que la précédente, mais dirigée de haut en bas; α conserve ici la même valeur, puisque l'eau agit évidemment sur l'alcool avec la même intensité que l'alcool sur l'eau. Or, si l'on fait la somme algébrique des forces

$$K_a, \quad -(K_a - \alpha), \quad K_e - \alpha,$$

on trouve K_e, c'est-à-dire la même valeur que si la surface de l'eau était demeurée libre. C'est ce qui explique pourquoi, dans l'expérience de M. Duclaux, la hauteur capillaire ne change pas, malgré la variation de la force contractile autour du tube.

Pour compléter cette démonstration, il importe de voir quelles sont les forces agissantes dans le cas où une très-mince couche d'alcool est répandue au-dessus du ménisque capillaire à l'intérieur du tube. Nommons toujours K_e, K_a les pressions moléculaires dues respectivement à des surfaces planes d'eau et d'alcool, F_e la tension superficielle de l'eau distillée, ou, comme l'appelle aussi Dupré de Rennes, la force de réunion de l'eau par unité de longueur, F_a la tension ou force de réunion de l'alcool et $F_{e,a}$ ou $F_{a,e}$ la force de réunion de l'eau pour l'alcool, force qui n'est pas, bien entendu, la tension à la surface commune des deux liquides. Nous aurons encore ici à considérer d'un côté la force K_e agissant sur l'eau qui environne le tube, de l'autre, les pressions moléculaires exercées sur le filet vertical passant par le sommet de la colonne capillaire; celles-ci sont au nombre de trois : la première, dirigée de haut en bas, appliquée au sommet du ménisque libre de l'alcool, est égale à

$$K_a - \frac{2F_a}{r},$$

Digitized by Google

r étant le rayon de courbure de la surface au sommet en question. A la surface commune, que je puis regarder comme ayant la même courbure que le ménisque libre d'alcool, à cause de l'extrême minceur de la couche de ce liquide, s'exercent deux autres pressions normales, l'une dirigée vers l'intérieur de l'alcool, et ayant pour valeur :

$$K_a - \alpha + \frac{2(F_a - F_{ae})}{r},$$

l'autre, dirigée vers l'intérieur de l'eau, et ayant pour expression

$$K_e - \alpha - \frac{2(F_e - F_{ae})}{r}.$$

La somme algébrique de ces trois forces, prises avec les lignes qui leur conviennent, est égale à

$$K_e - \frac{2}{r}\{F_a + [F_a + F_e - 2F_{ae}]\};$$

mais autour du tube règne la pression normale K_e ; donc la hauteur capillaire qui, avant la présence de l'alcool, valait $\frac{2F_e}{r}$, a pour expression actuelle

$$\frac{2}{r}\{F_a + [F_a + F_e - 2F_{ae}]\};$$

or Dupré a démontré que le trinôme $F_a + F_e - 2F_{ae}$ équivaut précisément à la tension superficielle F' à la surface commune de l'alcool et de l'eau [1]. Par conséquent, si l'on a

$$F_a + F' < F_e,$$

comme le prouvent les mesures directes de M. Quincke [2], la colonne capillaire doit descendre jusqu'à ce qu'elle fasse équilibre à la pression

$$\frac{2}{r}(F_a + F');$$

c'est, on le sait, ce que vérifie complétement l'expérience.

Cette démonstration justifie pleinement ce que j'ai dit à propos des vérifications nouvelles de la loi de M. Duprez concernant la suspension d'un liquide

[1] *Théorie mécanique de la chaleur*, pp. 368-371.

[2] *Ueber Capillaritäts-Erscheinungen an der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten* (ANN. DE M. POGGENDORFF, t. CXXXIX, p. 1).


Digitized by Google

dans des tubes verticaux et dont l'orifice est tourné vers le bas [1]; chaque fois qu'il s'est agi d'une couche liquide formée sur un autre liquide, j'ai tenu compte non-seulement de la tension de la couche extérieure, mais encore de la tension à la surface commune des deux liquides mis en présence.

Il est clair, d'après ce qui vient d'être exposé, que si l'on verse de l'alcool à la fois à l'extérieur et à l'intérieur du tube capillaire, la hauteur de la colonne dans ce dernier diminuera comme s'il n'y avait de l'alcool qu'à la surface du ménisque.

Actuellement, il sera facile de réfuter l'argument qu'on pourrait opposer, comme je l'ai dit plus haut, à ce que j'ai avancé concernant l'influence nulle de l'électricité; en effet, si, dans l'expérience de M. Duclaux, la hauteur capillaire persiste malgré la variation de la force contractile dans la couche extérieure du liquide ambiant, c'est qu'à la pression moléculaire de la couche d'alcool vient se joindre celle qui provient de la surface commune à l'alcool et à l'eau, ce qui rétablit la pression normale primitive. Or, dans le cas de l'électrisation de l'eau, on ne peut admettre l'existence de deux couches différentes, nettement distinctes quant à leurs forces moléculaires, couches dont l'action combinée produirait le même effet que la pression moléculaire primitive; car s'il existait réellement deux couches différentes, l'équilibre serait rompu quand on électrise le ménisque seul, ou bien le ménisque et l'eau extérieure à la fois, absolument comme il cesse d'avoir lieu lors du dépôt de l'alcool soit sur le ménisque seul, soit à l'intérieur et à l'extérieur du tube en même temps.

Les considérations précédentes permettent, je pense, de conclure que, dans l'expérience du § 25, l'électricité statique ne modifie pas la tension superficielle de l'eau distillée.

IV.

§ 27. Dans une capsule de verre d'environ 12 centimètres de largeur, on verse de l'eau distillée, et l'on fait flotter à la surface du liquide une aiguille en acier aussi pesante que possible, ou mieux encore un globule de mercure

[1] *Sur la tension superf. des liq., etc.*, deuxième Mémoire, § 30.

Digitized by Google

d'un peu moins de 1 millimètre de diamètre [1]; on sait, depuis les recherches de M. R. Dupré [2], que, dans le phénomène des flotteurs capillaires non mouillés, il faut tenir compte, non-seulement de la poussée du liquide, mais encore de la tension de la partie creuse déterminée par le poids du corps flottant, tension qui produit une résultante verticale agissant en sens contraire de la pesanteur; il s'ensuit que si cette force diminue par une cause quelconque, l'équilibre du globule peut devenir impossible. Or, si l'on fait communiquer, à l'aide d'une chaîne métallique parfaitement nettoyée afin qu'elle n'altère pas la force contractile, l'eau de la capsule avec le conducteur d'une machine électrique, on constate que l'équilibre n'est jamais rompu même par une électrisation très-forte. Dans l'expérience actuelle, comme dans les précédentes, la force contractile de l'eau distillée n'est donc pas diminuée par le fluide électrique; car le corps flottant se trouve un peu au-dessous du niveau général du liquide, et conséquemment on ne peut admettre que les actions répulsives du fluide électrique répandu sur le globule et sur l'eau puissent donner lieu à une composante verticale dirigée de bas en haut et capable de contre-balancer l'effet d'une diminution supposée réelle de la force contractile.

§ 28. Qu'il me soit permis de décrire ici quelques particularités assez intéressantes concernant les corps flottants plus denses que l'eau. Si, pendant que le liquide est électrisé, on présente au globule de mercure flottant un conducteur quelconque à l'état naturel, ce globule, au lieu d'être attiré comme les parcelles de matière soumises à l'action électrique, s'écarte vivement comme s'il éprouvait une forte répulsion. Il est bien facile d'expliquer ce phénomène : il suffit, pour cela, de constater nettement l'effet produit par la présence du conducteur sur la portion liquide la plus rapprochée; cette portion est soulevée, et l'est d'autant plus que la charge électrique est plus intense, et que la distance du corps influencé est moindre; on comprend, dès lors, que le globule entouré d'un ménisque déprimé doit être repoussé par la portion élevée

[1] Voir ma Note intitulée : *Sur quelques effets curieux des forces moléculaires* (Bull. de l'Acad. roy. de Belg., t. XVIII, p. 161). Depuis la publication de cette Note, j'ai eu connaissance d'un Mémoire du Dr Hough, ayant pour titre : *Inquiries into the principles of liquid attraction* (Journ. de Silliman, 1830, vol. XVII, p. 86), et où ce savant décrit le moyen de faire flotter sur l'eau des globules de mercure. Cette expérience n'était donc pas neuve à l'époque où je l'ai faite moi-même.

[2] *Théorie mécanique de la chaleur,* par Athanase Dupré, 1869, pp. 311-318.


Digitized by Google

au-dessus du niveau général; le corps flottant éprouve, en définitive, la même action que de la part d'un autre corps flottant, mais mouillé par le liquide.

Cette explication est confirmée par les faits suivants : quand l'eau est à l'état naturel, et qu'on approche, par exemple, un bâton de verre électrisé, le globule éprouve encore une vive répulsion; ici, comme dans le cas précédent, l'eau est soulevée dans le voisinage du corps flottant. De même, quand l'eau est électrisée, et qu'on approche un conducteur chargé de l'électricité contraire à celle du liquide, le globule fuit encore comme s'il était repoussé. Enfin si le globule mercuriel arrive à 10 ou à 15 millimètres de distance de la chaîne conductrice qui amène l'électricité dans l'eau, il n'éprouve pas de répulsion; au contraire, il se rapproche lentement de cette chaîne, et s'arrête à une certaine distance qui dépend de la charge électrique; la chaîne et l'eau étant chargées du même fluide, il se produit entre elles une dépression qui donne lieu au rapprochement du globule; mais alors la dépression se prononce davantage, et, en même temps, la force répulsive entre les fluides de même nom s'accroît de plus en plus par la diminution de la distance; le globule s'arrête bientôt, parce que les deux effets se contre-balancent.

Comme on pouvait aisément le prévoir, toute contradiction apparente cesse avec des corps flottants mouillés par le liquide; les actions électriques observées sont alors parfaitement identiques aux effets ordinaires.

Si l'on essaie d'autres liquides que l'eau, les phénomènes sont entièrement analogues aux précédents : les flotteurs capillaires non mouillés et à l'état naturel sont repoussés lors de l'approche d'un conducteur électrisé, tandis que les corps mouillés sont attirés.

V.

§ 29. Il m'a paru intéressant d'essayer si l'électricité statique exerce une influence sensible sur l'équilibre d'une colonne liquide suspendue dans un tube dont le diamètre intérieur est voisin de la valeur limite maxima déterminée par M. Duprez [1]; j'ai montré (§ 30 de mon deuxième Mémoire) comment cet équilibre dépend de la tension superficielle du liquide. Or M. Duprez

[1] *Mémoire sur un cas particulier de l'équilibre des liquides* (Mém. de l'Acad. roy. de Belg., 1855, t. XXVIII).

Digitized by Google

a bien voulu répéter pour moi l'une de ses expériences avec un tube de 19mm,14 de diamètre intérieur; par une circonstance fortuite, mais qui était très-favorable au but que je me proposais, la suspension de la colonne était assez difficile à obtenir avant l'électrisation, et la stabilité était très-faible, malgré l'écart entre la valeur du diamètre 19mm,14 et la valeur maxima réalisable 19mm,85. Le tube était fermé à son extrémité supérieure au moyen d'un bouchon garni de gomme-laque et traversé par une tige de cuivre terminée à l'extérieur par une petite boule et prolongée à l'intérieur du tube jusqu'à 7 millimètres environ de la section ouverte; en outre, pour que tout l'appareil servant de support fût isolé, il était placé sur deux plaques de gutta-percha superposées et bien séchées.

Aussitôt que la colonne d'eau distillée se trouvait suspendue, j'écartais avec précaution tous les conducteurs voisins qui auraient pu exercer une action perturbatrice, et j'établissais la communication du fil métallique plongé dans le liquide avec le conducteur de la machine électrique. On s'assurait que le tube était électrisé, par les étincelles qu'on pouvait en soutirer pendant que je tournais la manivelle de la machine. Or, malgré l'électrisation, la faible stabilité de la colonne s'est parfaitement conservée; mais il m'a suffi d'approcher un bon conducteur quelconque de la couche terminale de la colonne suspendue, pour que, à l'instant même, tout le liquide s'écoulât.

Cette expérience me paraît confirmer d'une manière tout à fait rigoureuse le résultat de mes essais précédents.

VI.

§ 30. J'ai annoncé (§ 15) que certains effets de l'électricité observés par M. Charault sur les corps flottants semblaient pouvoir s'expliquer par une diminution de tension du liquide; je vais décrire maintenant quelques expériences qui, selon moi, établissent nettement le contraire.

Je me suis procuré un tube en verre très-mince ayant environ 18 centimètres de longueur, et 1,5 millimètres de diamètre intérieur; il était fermé à l'une de ses extrémités, et lesté par l'introduction d'une quantité convenable de sable sec. Quand je plongeais avec précaution ce tube dans l'eau distillée, la partie supérieure s'élevait, lors de l'équilibre, de 30 millimètres au-dessus

Digitized by Google

du niveau. Ayant fait communiquer, à l'aide d'un fil de cuivre, l'eau du vase isolé avec le conducteur de la machine électrique, j'ai vu monter brusquement le petit flotteur de 20 à 25 millimètres. J'ai répété la même expérience après avoir enroulé une feuille d'or autour de la moitié supérieure du tube, en ayant soin de garnir le sommet d'un appendice terminé en pointe; j'ai constaté à plusieurs reprises que, dans ces conditions, le tube ne s'élevait pas du tout, et que le fluide électrique qui arrivait sur la surface métallique s'échappait par la petite pointe terminale; cependant l'eau, en vertu de sa conductibilité imparfaite, conservait encore assez d'électricité pour qu'on en pût tirer des étincelles. Il convient de donner à la pointe une direction à peu près horizontale, sans quoi on pourrait attribuer l'absence de mouvement à la réaction due à l'écoulement de l'électricité dans l'air, réaction qui contrebalancerait l'effet en vertu duquel le petit tube pourrait tendre à monter.

Pour varier encore la manière d'opérer, je n'ai garni le tube que sur la moitié de sa surface latérale, de telle sorte que l'autre moitié de cetté surface demeurait libre dans toute sa longueur; la portion conductrice se terminait aussi par une pointe horizontale; j'ai observé alors que, sous l'influence électrique, le tube exécute des oscillations en tournoyant sur lui-même.

Ces faits montrent parfaitement, me semble-t-il, qu'on ne peut recourir à une diminution de tension pour en rendre raison, et que l'explication donnée par M. Charault est exacte : en effet, si le corps flottant sur l'eau électrisée ne s'élève qu'en vertu de la répulsion mutuelle entre le fluide répandu sur le liquide et le fluide de même nom distribué sur le flotteur, il faut qu'en laissant s'échapper cette dernière quantité d'électricité, tout mouvement ascensionnel cesse malgré la présence du fluide électrique à la surface de l'eau; or c'est à quoi l'on parvient, comme ci-dessus, en rendant conductrice la surface du flotteur et en l'armant d'une pointe; du moment où l'on électrise alors l'eau, le fluide qui arrive sur le petit tube s'écoule dans l'air, et la répulsion ne peut plus produire de mouvement. Si l'on n'a rendu bon conducteur de l'électricité qu'une simple bande parallèle aux génératrices du petit cylindre et terminée en pointe, la répulsion peut encore s'exercer sur la portion libre du tube, et alors celui-ci exécute, ainsi que je l'ai dit, des mouvements de balancement.

Digitized by Google

CONCLUSION.

§ 31. Après toutes les expériences qui précèdent, on ne peut plus, je pense, conserver aucun doute sur l'exactitude du principe que j'ai avancé, savoir que la tension superficielle soit d'une lame, soit d'une masse pleine d'un liquide bon conducteur, n'est pas modifiée par l'électricité statique.

Mais cette conclusion renferme implicitement une autre conséquence qui me paraît importante : c'est que l'électricité statique, au lieu d'être répandue à l'intérieur de la couche extrême des corps bons conducteurs, se trouve au contraire entièrement extérieure et simplement appliquée contre la surface limite de ces corps : en effet, si, comme on le croit communément, l'électricité avait son siége à l'intérieur de la couche superficielle d'un bon conducteur liquide, par exemple, comment comprendre que les forces répulsives agissant entre les molécules chargées d'une même électricité ne diminuent pas la tension de la couche superficielle, alors qu'il a été constaté que cette tension est modifiée par les causes les plus légères, telles qu'une élévation très-minime de température (§ 23)?

D'ailleurs la théorie mathématique de l'électricité statique conduit également à concevoir les couches électriques distribuées sur les conducteurs comme étant extérieures aux surfaces de ces derniers, mais immédiatement appliquées contre elles dans l'air ou dans le milieu isolant quelconque qui les enveloppe. D'après cela, il serait désirable que, dans tous les traités de physique, on adoptât uniformément cette manière de représenter la distribution du fluide électrique sur les bons conducteurs; cette manière, déjà conforme à la théorie, me paraît suffisamment appuyée par les expériences précédentes.

Quant aux faits relatifs à la façon dont l'électricité se distribue dans les liquides mauvais conducteurs et surtout à l'influence du fluide électrique sur les forces moléculaires de ces corps, c'est un point dont je ne me suis pas occupé et qui mérite d'être étudié spécialement.



RECHERCHES

SUR

L'EMBRYOLOGIE DES POISSONS OSSEUX.

I. — MODIFICATIONS DE L'OEUF NON FÉCONDÉ APRÈS LA PONTE.

II. — PREMIÈRES PHASES DU DÉVELOPPEMENT.

PAR

Ch. VAN BAMBEKE,

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE GAND.

(Mémoire présenté à la classe des sciences dans la séance du 7 novembre 1874.)

Digitized by Google

Digitized by Google

INTRODUCTION.

En suivant le développement phylogénique des vertébrés, nous trouvons chez le type actuellement vivant le plus simple, l'*Amphioxus*, et chez les Cyclostomes, une segmentation totale de l'œuf-cellule; parmi les poissons, les Esturgeons seuls nous présentent l'exemple d'une segmentation complète. Il en résulte que, dans l'état actuel de nos connaissances embryologiques, on peut, en se basant sur la constitution et les premiers signes de développement de l'œuf, partager les poissons en deux groupes. Dans un premier groupe qui comprend les Esturgeons, le protoplasme de l'œuf-cellule (vitellus de formation des auteurs) est uni aux éléments nutritifs (vitellus de nutrition, *auct.*, deutoplasme, Éd. Van Beneden) pour former le vitellus, et le blastoderme résulte du fractionnement total de l'œuf, sans séparation du protoplasme et des éléments vitellins proprement dits; dans le second groupe, où se rangent les Sélachiens et tous les poissons osseux, le protoplasme de la cellule-œuf uni à une partie du deutoplasme, comme dans l'œuf de l'oiseau, forme la cicatricule; le reste de l'œuf constitue le vitellus de nutrition ou le globe vitellin; seule la cicatricule se segmente : c'est la segmentation discoïdale (*Discoidale Furchung*) de Haeckel. Mais comme le remarque Claparède [1], les poissons osseux peuvent se séparer, à leur tour, en deux catégories au point de vue des différences apparentes assez considérables qu'ils présentent pendant les premières phases de l'évolution. Ces

[1] A propos de l'analyse du travail de Kupffer, dans les *Archives des sciences physiques et naturelles*, t. XXXVIII, p. 401; 1870.

Digitized by Google

différences tiennent essentiellement à ce que, dans l'une des catégories, le disque proligère, c'est-à-dire la partie qui subit seule la segmentation, est relativement d'un petit volume, et forme une simple couche sur l'un des pôles de l'œuf; plus tard, le corps de l'embryon ne représente que la plus petite partie de la calotte blastodermique, tandis que la plus grande portion de cette calotte contribue à former le sac vitellin. Ici se rangent les Salmonides, les Épinoches, les Syngnathes (?). Dans l'autre catégorie, le disque est relativement volumineux et parfois sa masse l'emporte sur celle du globe vitellin; le corps embryonnaire occupe une plus grande partie du blastoderme ou, pour mieux dire, il n'existe pas de sac vitellin proprement dit. Les œufs des Perches, des Cyprinoïdes, etc., appartiennent à cette catégorie qui se confond, du reste, avec la première, par des états intermédiaires. Ce sont des œufs appartenant à cette seconde catégorie du deuxième groupe que j'ai eu l'occasion d'examiner.

Dans le présent mémoire, après m'être arrêté un instant sur les modifications offertes pour l'œuf mûr mais non fécondé, je ne m'occupe que des premières phases de développement : segmentation, existence de la cavité embryonnaire de von Baer, origine des feuillets blastodermiques. Je compte publier, dans un autre travail, le résultat de mes recherches sur la constitution de l'œuf ovarique. En ce qui concerne le développement embryonnaire, j'ai surtout observé le Gardon commun (*Leuciscus rutilus*); toutefois j'ai pu suivre aussi certains stades du développement de quelques autres Cyprinoïdes, notamment du *Blicca Björkna* et du *Scardinius erythropthalmus*. Comme on le verra dans le cours de ce travail, les descriptions et les figures se rapportent, soit à des œufs vivants, soit à des coupes d'œufs préalablement durcis et traitées ou non par des liquides colorants, tels que le picro-carmin et l'hématoxyline [1].

Les principales difficultés que j'ai rencontrées dans l'étude du développe-

[1] J'ai généralement employé comme liquide durcissant l'acide chromique à 1/2 p. %. Après douze à vingt-quatre heures de séjour dans ce liquide, les œufs étaient plongés dans l'alcool ordinaire. Quant aux coupes, elles ont été pratiquées d'après la méthode décrite dans mes *Recherches sur le développement du Pelobate brun* (MÉMOIRES COURONNÉS ET MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS PUBLIÉS PAR L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE, t. XXXIV).

Digitized by Google

ment embryonnaire des espèces offertes à mon observation résultent de l'opacité de la capsule ovulaire ou chorion, de la tendance de cette capsule à adhérer aux corps avec lesquels elle vient en contact, de la rapidité du développement, et enfin de la petitesse des objets observés. Ainsi le peu de transparence du chorion chez le Gardon rend indispensable l'enlèvement de cette enveloppe [1]; or, c'est là une opération d'autant plus délicate que la capsule se fixe très-intimement par des prolongements filiformes, véritables organes agglutinants, à tous les corps auxquels elle touche; ainsi l'adhésion a-t-elle lieu avec le fond d'un récipient, une assiette, par exemple,il est rare de pouvoir détacher les œufs sans les détruire. Aussi est-il nécessaire, si l'on réserve les œufs pour l'observation, que l'eau du vase dans lequel on les reçoit renferme quelques herbes aquatiques, telles que des Callitriches, des feuilles d'*Hottonia*, etc., auxquelles ils se fixent et dont on peut prendre des fragments au fur et à mesure du besoin, et sans qu'il soit nécessaire de détacher les œufs. L'enlèvement de la capsule doit se faire, soit avec de très-fins ciseaux, soit avec une aiguille à cataracte. Les œufs de Tanche, ceux de Lote et de quelques autres espèces présentent cet énorme avantage d'avoir un chorion parfaitement transparent et dont l'enlèvement est ainsi inutile.

La rapidité de l'évolution de l'œuf fécondé est un obstacle non moins sérieux, surtout pour l'embryologiste isolé qui doit à la fois observer, dessiner et décrire. Or, chez les espèces dont j'ai eu l'occasion de suivre le développement, cette rapidité était grande, la maturité des œufs arrivant à une époque où la température est relativement élevée; et l'on sait que la rapidité du développement embryonnaire est d'autant plus grande que la température ambiante et par conséquent celle de l'eau est plus forte [2]. Ainsi sur des œufs de *Leuciscus* évacués par pression et fécondés artificiellement le 5 mai 1871 vers 11 heures du matin, la segmentation commencée vers

[1] L'emploi de l'huile préconisée par quelques auteurs ne m'a pas donné de résultats satisfaisants.

[2] C'est avec raison que les pisciculteurs ont, d'après la moyenne du temps pendant lequel frayent les poissons, divisé ces vertébrés en *poissons d'hiver*, comme la Truite, le Saumon, la Lote, etc.; en *poissons de premier printemps*, comme la Vandoise, le Brochet, etc.; en *poissons de second printemps*, comme le Carassin, la Perche, le Gardon, etc.; en *poissons d'été*, comme la Tanche, la Carpe.

Digitized by Google

midi était déjà achevée à 11 heures du soir. La température n'était cependant en moyenne que de 15° C. Les jeunes Gardons sortent de la capsule après six à sept jours. OEllacher se trouve dans des conditions autrement favorables, comme il le fait remarquer lui-même (n° 44, chap. III, p. 4) [1] lorsque, par le grand froid du mois de novembre 1871 et jusqu'en février 1872, il observe le développement de l'œuf de la Truite; depuis le moment de la fécondation jusqu'à l'éclosion, il ne s'écoule pas moins de cent jours, c'est-à-dire une durée de moitié plus longue que celle constatée par Lereboullet pendant ses observations sur la même espèce. OEllacher attribue à cette lenteur de l'évolution, et avec raison, croyons-nous, l'étude si complète qu'il a pu faire du processus de la segmentation.

Enfin le petit volume des objets observés contribue aussi, avons-nous dit, à la difficulté de l'étude; et ici nous avons surtout en vue les coupes transparentes d'œufs durcis. C'est un élève de Stricker, Rieneck, qui le premier a figuré et décrit des coupes microscopiques d'œufs de poissons (n° 36); l'objet observé était l'œuf de la Truite commune (*Trutto fario*), c'est-à-dire un objet relativement beaucoup plus volumineux que ceux que j'ai eus sous la main. Depuis la publication du mémoire de Rieneck, d'autres travaux d'ichthyo-embryologie, basés surtout sur l'examen de corps microscopiques, ont vu le jour; tels sont ceux de Klein, de Weil, d'OEllacher, de Götte. Dans ces travaux, l'objet observé est encore la Truite commune qui certes dans les endroits où elle se rencontre mérite la préférence, tant à cause du grand diamètre de ses œufs que de l'époque où s'effectue la ponte. Ce que nous venons de dire de l'œuf de la Truite peut aussi s'appliquer à celui du *Coregonus lavaretus*, espèce observée par Owsjannikow.

[1] Pour les ouvrages traitant de l'embryologie des poissons, je renvoie à une liste bibliographique qui se trouve à la fin du Mémoire, et que j'ai tâché de rendre aussi complète que possible. Cette liste, où les divers travaux sont indiqués par ordre de date, commence avec le Mémoire de Rathke sur le développement de la Blennie vivipare; il m'a semblé inutile de remonter plus haut. J'ai noté, dans une colonne spéciale, les espèces de poissons dont il est question dans les divers travaux embryologiques. — Pour les ouvrages autres que ceux traitant de l'embryologie des poissons, je renvoie simplement au bas de la page.

Digitized by Google

RECHERCHES

SUR

L'EMBRYOLOGIE DES POISSONS OSSEUX.

I

MODIFICATIONS DE L'OEUF NON FÉCONDÉ APRÈS LA PONTE.

Avant de décrire les modifications que subit l'œuf fécondé, nous devons dire quelques mots des changements dont il est le siége, alors qu'il n'a pas encore reçu le contact du sperme. Nous avons eu l'occasion d'observer ces remarquables changements sur des œufs de Tanche, une première fois en juin, une seconde fois en juillet de l'année 1871. L'œuf de ce cyprinoïde a la capsule parfaitement transparente, ce qui facilite singulièrement l'observation en rendant inutile l'enlèvement préalable de cette enveloppe.

Immédiatement après la ponte, le disque germinatif occupe à peu près le tiers de la circonférence de l'œuf, et sa plus grande épaisseur, qui correspond à sa partie moyenne ou centrale, équivaut au cinquième environ du diamètre de la sphère ovulaire. Ce disque est formé par du protoplasme renfermant, notamment à l'endroit qui touche au globe vitellin, quelques éléments vitellins. La ligne qui sépare le disque germinatif du globe vitellin est en

Digitized by Google

général irrégulière, comme ondulée (pl. I, fig. 1). Le disque est-il encore, à cette époque, en continuité avec un manteau protoplasmique (*Cortical layer,* Ransom; *Rindenschicht,* His.; membrane vitelline d'OEllacher) entourant le globe vitellin? Sur l'œuf vivant, l'accumulation des éléments nutritifs à la périphérie du globe empêche de découvrir ce manteau. Dans le but de résoudre la question, j'avais plongé quelques œufs dans une solution d'acide chromique à $^1/_2$ %; mais les coupes pratiquées sur ces œufs durcis ne m'ont pas donné de résultat satisfaisant. Au moment de la ponte, le globe vitellin renferme des éléments vitellins ayant l'apparence de vésicules adipeuses, de grosseur variable, et, comme nous venons de le dire, disposés à sa face interne périphérique de manière à cacher entièrement sa partie centrale.

Les modifications que l'on constate portent sur le disque et sur le globe vitellin; toutefois le disque joue seul un rôle actif, tandis que le globe vitellin semble se comporter d'une manière simplement passive. Le premier phénomène consiste généralement dans une dépression du globe vitellin par le disque, de sorte que ce dernier, qui formait d'abord une sorte de calotte reposant sur le vitellus nutritif, représente maintenant une lentille biconvexe dont l'une des surfaces correspond à une excavation du globe vitellin. Mais, presque au même instant, les éléments vitellins répandus sur la face interne de ce globe viennent s'accumuler à la face inférieure du disque. Cette accumulation des éléments vitellins à la base du disque est-elle le résultat d'une sorte d'attraction exercée par ce dernier, ou dépend-elle d'un phénomène de locomotion du protoplasme qui constitue cette partie germinative de l'œuf? La seconde hypothèse nous paraît la plus probable. Alors que, par suite de l'accumulation sous-discoïdale, la plus grande partie de la sphère vitelline est devenue transparente, on aperçoit manifestement de fines traînées protoplasmiques qui partent en rayonnant de la base du disque et plongent dans la sphère vitelline (pl. I, fig. 2). Ces traînées rappellent les pseudopodies d'organismes inférieurs, et on ne peut se défendre de l'idée que c'est bien le disque qui, à l'instar de ces organismes, va saisir les éléments nutritifs du vitellus et les ramène jusqu'à lui. L'accumulation dont nous venons de parler est très-rapide, et la plus ou moins grande élévation

Digitized by Google

de la température joue sans doute ici un rôle important; le 17 juin, date de notre première observation, la chaleur atteignait environ 17° C.; à la seconde observation, le 17 juillet suivant, le thermomètre marquait 23° C. Quand l'accumulation est complète, les traînées protoplasmiques ont disparu, et quelques rares globules vitellins d'un petit diamètre sont seuls visibles vers la périphérie du vitellus non en contact avec le disque.

On peut s'assurer également, à cette époque, que les éléments accumulés sous le disque affectent une disposition spéciale : ainsi ils sont plus abondants vers le centre de la face inférieure du disque et forment, en cet endroit, une sorte de noyau vitellin; la partie centrale de ce noyau, plus claire, est formée par de fines molécules, espèce de poussière graisseuse; la partie périphérique, plus foncée, est constituée par des éléments plus volumineux. A l'origine, ce noyau vitellin est surtout visible quand l'œil embrasse l'hémisphère supérieur de l'œuf par le haut; alors aussi on voit les autres éléments nutritifs disposés d'une façon rayonnante autour du nucléus central; on croirait, à un moment donné, assister à une véritable fragmentation du vitellus, d'autant plus que les segments, d'abord relativement volumineux (pl. I, fig. 3), sont bientôt remplacés par des agrégats plus petits. Bientôt le noyau vitellaire sous-discoïdal devient aussi visible sur l'œuf vu de profil, à cause de la saillie qu'il forme du côté du globe vitellin (pl. I, fig. 4). Dans certains œufs observés en juillet, le noyau central n'avait pas les caractères que nous venons de décrire, mais consistait en une masse plus volumineuse, conoïde, à base tournée du côté du disque proligère (pl. I, fig. 9-11).

Avec l'accumulation des éléments vitellins, à la surface inférieure du disque, commencent des mouvements actifs de ce dernier, distincts de ceux que nous avons signalés d'abord; ceux-ci cessent quand l'accumulation des éléments vitellins est achevée; les mouvements dont nous allons nous occuper maintenant sont surtout visibles à la surface externe du disque et, loin de diminuer quand l'accumulation sous-discoïdale est accomplie, se prononcent même davantage. Les premiers, avons-nous dit, consistent en une sorte de préhension d'aliments; les seconds entraînent surtout des changements de forme du disque, et peut-être ont-ils pour but de mettre les différents points de la masse protoplasmique en contact avec les éléments nutritifs. Les uns

Digitized by Google

et les autres attestent une grande vitalité de l'œuf proprement dit. Les changements morphologiques, suite des mouvements actifs de la partie libre du disque, sont très-remarquables, et les figures 4-6 et 8-11 de la planche I, peuvent en donner une idée. Quelquefois ces changements simulent les premières phases de la segmentation; c'est ainsi que l'on constate la division en deux, d'autres fois en trois ou quatre segments; mais presque toujours les divisions ainsi produites n'ont pas la régularité de celles qu'on observe sur l'œuf fécondé; de plus, elles sont rarement permanentes : le disque, après avoir présenté l'aspect que reproduit la figure 6, par exemple, reprend quelques instants plus tard la forme représentée figure 4. Un autre phénomène accompagne ces mouvements actifs du protoplasme ovulaire : nous voulons parler d'un emprisonnement partiel et momentané du nucléus vitellaire par le disque; tantôt cet emprisonnement a lieu en divers points (pl. I, fig. 6), tantôt dans le centre seulement, où le noyau se présente alors sous forme d'un prolongement conique (pl. I, fig. 5), à base tournée du côté du vitellus, à sommet dirigé vers la périphérie. Souvent aussi les contractions du protoplasme sont suivies de la séparation d'une partie de cette substance du reste de la masse (pl. I, fig. 10). Ces parties détachées, qui sont de forme sphérique, correspondent-elles aux globules polaires auxquels Robin et quelques autres anatomistes attachent une certaine importance? Sur l'œuf représenté planche I, figures 10 et 11, le globule est libre et le reste du disque se trouve partagé en deux lobes.

Sur les œufs observés le 17 juin, les changements que nous venons de décrire persistaient encore quatre heures après la ponte; je fus forcé alors d'interrompre l'observation commencée; le lendemain tous les œufs étaient morts. Ceux observés le 4 juillet avaient été recueillis à 3 heures de relevée; à 8 $^{1}/_{2}$ heures du soir quelques rares œufs vivaient encore.

Depuis j'ai eu l'occasion d'examiner des œufs de Lote (*Lota vulgaris*) spontanément évacués à l'époque de la ponte et non fécondés. Ces œufs provenant d'une femelle de vingt-neuf centimètres de longueur totale, recueillis le 7 février 1874 et examinés à un grossissement linéaire de trente centimètres (microscope simple de Zeiss), présentent les caractères suivants (voir pl. I, fig. 12-14) : la capsule, parfaitement transparente,

Digitized by Google

paraît dépourvue d'appendices adhésifs. Un espace libre existe entre la capsule et l'ovule; à de rares exceptions près, ce dernier ne touche pas à la paroi capsulaire. L'ovule se compose du globe vitellin et du germe. Le globe vitellin est aussi d'une transparence parfaite et renferme une gouttelette (huileuse?), très-réfringente, d'une teinte jaunâtre, parfaitement sphérique; on remarque aussi, dans le globe vitellin, de nombreuses gouttelettes plus petites et incolores. Tous les ovules se présentent de telle sorte que le germe est vu de profil. En examinant ce germe sur un certain nombre d'ovules, on peut s'assurer qu'il forme une sorte de capsule embrassant, par sa concavité, un segment du globe vitellin; tantôt il ne recouvre que le tiers de la circonférence du vitellus, tantôt il atteint l'équateur de l'œuf. L'épaisseur de la capsule formée par le germe diminue du pôle vers l'équateur, de sorte que, sur les coupes optiques (pl. I, fig. 13), on voit deux croissants superposés, l'externe correspondant à la partie saillante du germe, l'interne représenté par la partie amincie qui coiffe le globe vitellin. Sur certains ovules, on ne parvient à voir la partie amincie formant le croissant interne qu'en changeant la distance focale. La surface convexe du germe représente, sur tous les ovules, une courbe régulière, tandis que la surface concave en rapport avec le vitellus (le fond de la capsule) est inégale et comme brisée sur plusieurs œufs (pl. I, fig. 12). Le germe a un aspect plus opaque que le globe vitellin, et une teinte légèrement bistrée, surtout prononcée dans la partie inférieure en rapport avec le globe vitellin. Il renferme d'assez nombreuses gouttelettes (graisseuses?) la plupart d'un très-petit volume.

Quelques œufs sont durcis dans l'acide chromique à $^1/_2$ $^0/_0$ dans le but surtout de m'assurer de la présence de la couche corticale. Voici ce que j'observe sur des coupes transparentes examinées au microscope Hartnack, S. 7, O. 2. Le disque se présente sous forme d'une masse très-finement granuleuse renfermant, principalement du côté de sa partie adhérente, quelques taches plus homogènes qui correspondent aux gouttelettes visibles sur l'œuf vivant. Ce disque a, sur les coupes, la forme d'un croissant plus ou moins régulier et dont les pointes ne se continuent point avec une couche corticale de même aspect qui entourerait le globe vitellin. Ce dernier a maintenant l'apparence d'une masse grossièrement et uniformément granuleuse; à

Digitized by Google

l'endroit occupé, sur l'œuf vivant, par la gouttelette réfringente correspond un espace vide. Sur les coupes de quelques œufs, j'aperçois, en un ou deux points de la périphérie du globe vitellin, de petites masses finement granuleuses dont l'aspect rappelle celui du disque. Est-ce la couche corticale ou le manteau protoplasmique contracté, revenu sur lui-même et accumulé en ces endroits? Je ne puis me prononcer sur ce point. C'est du reste une question sur laquelle je compte revenir dans un autre travail, où il sera question de la constitution de l'œuf.

Je m'assure que le germe est le siége de changements de forme, mais lents et peu prononcés, ce qu'il faut attribuer sans doute à la basse température; le thermomètre, dans l'appartement où j'observais, marquait de 7 à 8° C. Il n'est pas douteux que la gouttelette réfringente centrale remplace ici les éléments nutritifs qui, chez la Tanche, vont s'accumuler sous le germe. Sur quelques œufs, j'ai vu une communication s'établir entre le germe et la gouttelette du globe vitellin, comme si le germe allait puiser à cette source de nutrition (pl. I, fig. 14). Après un certain temps (trois heures environ, la température de l'appartement étant alors de 9° C.), je remarque, à la surface du germe de quelques œufs, de une à quatre élevures. peu prononcées, distinctes du reste du germe par leur transparence, l'absence de coloration et leur aspect homogène. De même que pour l'œuf de la Tanche, je ne constate nulle trace de changements de forme du globe vitellin.

L'accumulation des éléments vitellins sous le disque est un phénomène trop apparent pour échapper longtemps à l'observation; aussi est-il signalé par presque tous les auteurs qui se sont occupés de l'embryologie des Poissons. Comme nous, Rusconi l'a vu sur l'œuf de la Tanche, mais seulement à la suite de la fécondation : « Kurz nach der Befruchtung....... » die kleinen, vorher zerstreuten Dotterkörnchen sammeln sich an der Basis » dieser Anschwellung » (n° 5). Reichert remarque que, du moment où l'œuf du Brochet baigne dans l'eau, une grande partie des gouttelettes graisseuses s'accumulent en un point où apparaît le vitellus de formation (n° 10). Les modifications subies par l'œuf non fécondé que nous

Digitized by Google

venons de passer en revue n'avaient pas entièrement échappé à Lereboullet. Voici ce que dit cet excellent observateur en parlant de l'œuf du Brochet : « Quand l'œuf est pondu..... les groupes de vésicules huileuses qui étaient » dispersées, se dirigent vers le pôle occupé par le germe, et se concentrent » en un disque situé sous le germe : le disque huileux..... La concentration » des vésicules graisseuses sous le germe, le mélange des éléments dont se » compose ce dernier, et le soulèvement de ce germe en ampoule sont des » faits indépendants de la fécondation, et qu'il faut regarder comme prépara- » toires » (nº 15, p. 496). Comme nous l'avons vu, le soulèvement du germe en ampoule que Lereboullet décrit et figure n'est qu'une des nombreuses formes qui résultent des mouvements amiboïdes du germe. La présence de petites masses protoplasmiques détachées du germe a aussi été signalée par Lereboullet, mais seulement sur des œufs fécondés : « Assez souvent, dit » cet auteur, en décrivant l'évolution de l'œuf de la Perche, j'ai observé » à la surface du germe une ou plusieurs petites vésicules hyalines sembla- » bles à des gouttelettes albumineuses » (nº 15, p. 500). Et plus loin, revenant sur cette apparition, il ajoute : « Leur présence en dehors du » vitellus montre qu'à cette époque la membrane vitelline n'existe pas » (nº 15, p. 507).

Stricker, à l'époque où il publia son travail (nº 26), n'avait pas observé les mouvements amiboïdes du germe sur l'œuf vivant de la Truite. C'est donc à tort que His signale le savant professeur de Vienne comme étant le premier qui ait attiré l'attention sur ces mouvements : « Die ersten Anga- » ben über die Protoplasma Bewegungen des Fischkeimes stammen von » Stricker » (nº 48, p. 5. Note au bas de la page). Stricker admit, il est vrai, l'existence de ces mouvements, mais seulement pour avoir constaté les inégalités que présente le germe sur les œufs durcis.

Kupffer, dans son excellent travail sur le développement des poissons osseux, fait observer que toujours avant le fractionnement, la substance du disque germinatif se concentre vers le pôle germinatif; l'auteur serait tenté de regarder cette concentration comme un effet de la fécondation, n'étaient les observations de Lereboullet que nous venons de citer (nº 35).

Weil ne parle pas des mouvements de l'œuf non fécondé, mais il résulte

Digitized by Google

de ses recherches que, sur l'œuf de la Truite arrivé à la fin de la segmentation, les cellules germinatives, surtout les plus profondes, sont encore le siége de mouvements amiboïdes très-intenses, consistant en des changements de forme, dans l'émission de prolongements pseudopodiques, et donnant lieu parfois à un véritable déplacement (nº 46).

Klein signale le même phénomène (nº 42).

OEllacher a observé également, sur l'œuf de la Truite, les mouvements amiboïdes du germe avant ou après la fécondation, et l'accumulation des éléments vitellins à la face inférieure de ce germe; seulement d'après OEllacher, le disque huileux forme une sorte de coupe ou de nid occupé par le germe (nº 43, p. 5, f. 1). Contrairement aussi à la manière de voir de Klein et de Weil, OEllacher admet que les mouvements amiboïdes cessent ou se ralentissent considérablement quelques heures avant la segmentation (nº 43, p. 7).

Dans le beau mémoire déjà cité de W. His, nous trouvons aussi signalés les mouvements du germe de l'œuf des poissons. Parlant de l'œuf mûr du Saumon, l'auteur s'exprime ainsi : « Wahrscheinlich sind auch die Begränzungen der Keimscheibe vor Eintritt der Befruchtung wechselnde, wegen der vorhandenen protoplasmatischen Bewegungen (nº 48, p. 5). » Puis à l'article œuf du Brochet : « Mit Hülfe der Camera lucida habe ich mich am, noch unbefruchteten Ei von den Formveränderungen der Scheibe überzeugt, die sich zuweilen flach ausbreitet und dan wieder in einen dicken Klumpen zusammenzieht. Diese Bewegungen zeigen indess einen ausserordentlich langsamen Ablauf (p. 13). » His, on le voit, insiste sur la lenteur des mouvements qu'il a eu l'occasion d'observer; ailleurs il dit aussi n'avoir point constaté à la surface du germe, fécondé ou non, les inégalités (*Buckeln*) signalées par d'autres embryologistes (note à la page 5). Il est probable que la lenteur des mouvements du germe observée par His dépend uniquement de la température; le Brochet fraye en avril et en mai, le Saumon de septembre en décembre, tandis que c'est en juin et en juillet que nous avons eu l'occasion d'examiner les œufs de Tanche; nous aussi, nous n'avons vu que des mouvements lents et peu manifestes chez la Lote qui, comme le Saumon, est un poisson d'hiver.

Digitized by Google

Nous avons fait remarquer que les mouvements de l'œuf de la Tanche se bornaient au germe, et que le globe vitellin se comportait d'une manière purement passive; aussi les changements de ce globe se bornent-ils à la surface en contact avec le germe. Telles sont la dépression momentanée en cupule, l'apparition d'élevures coniques pénétrant dans le protoplasme du disque; ailleurs, c'est-à-dire sur toute la circonférence de la sphère non en contact avec le germe, nous n'avons constaté aucune transformation morphologique. De même pour l'œuf de la Lote. Cependant de véritables modifications du globe vitellin ont été vues par quelques anatomistes. Ainsi Reichert constate que le globe vitellin (*Der Nahrungsdotter*) de l'œuf du Brochet est une substance contractile, et il attribue aux changements de forme de ce globe la soi-disant rotation de l'œuf (nº 14). His parle des mouvements de la sphère vitelline qui accompagnent la rotation de l'œuf chez l'Ombre commune (*Thymallus vulgaris,* von Siebold) et le Brochet (nº 48, p. 12 et 14). Mais c'est un embryologiste anglais, Ransom, qui a le mieux étudié, croyons-nous, les phénomènes de contractilité dont l'œuf des poissons osseux est le siége. C'est pour ce motif que, négligeant l'ordre des dates, nous le citons en dernier lieu. Ransom a observé les contractions et les oscillations du vitellus, d'abord sur les œufs d'Épinoches (*Gasterosteus leiurus* et *G. pungitius*) (1854), puis sur ceux de Brochet (1855)[1]. Il examine en outre l'influence qu'exercent, sur ces contractions, la température, l'électricité et diverses substances vénéneuses. Les résultats de ses recherches furent consignés notamment dans un travail présenté à la section de physiologie de l'Association britannique (nº 28), et dans un mémoire plus étendu inséré dans les *Philos. Transactions* de la Société royale de Londres (nº 30).

L'auteur distingue, dans l'œuf des poissons osseux, deux sortes de contractilité : l'une qu'il appelle rhythmique, l'autre qu'il désigne sous le nom de contractilité fissile (*fissile Contractility*) (nº 30, p. 495). La première, qui s'observe aussi bien sur les œufs non fécondés que sur ceux imprégnés par le sperme, consiste en des mouvements ondulatoires (*Contrac-*

[1] En suivant l'ordre des dates, les premiers travaux de Ransom sur la matière viennent donc immédiatement après le premier mémoire de Lereboullet, et avant le travail de Reichert.


Digitized by Google

tile waves) ayant leur siége dans le globe vitellin auquel elles communiquent une forme variable : de rein, de lyre, de poire, etc. (voir n° 28, fig. 2-4; n° 30, pl. XVI, fig. 36-42). D'après Ransom, ces ondes contractiles ont leur siége dans le vitellus de nutrition (*The food yelk*) ou, pour mieux dire, dans l'enveloppe (*The innersac*) qui, d'après lui, entoure ce vitellus ainsi que le disque proligère. Ce disque ou vitellus de formation se conduirait, en quelque sorte, d'une manière passive, et, en tous cas, les contractions éprouvées par lui seraient beaucoup moins énergiques que celles du globe vitellin, ce que l'auteur attribue à la consistance plus grande du disque, résultant elle-même de l'épaisseur plus forte, à ce niveau, du sac interne (n° 30, p. 480). Ces résultats sont donc diamétralement opposés à ceux que j'ai constatés sur l'œuf de la Tanche : là, en effet, le disque proligère est seul actif, tandis que le globe vitellin (vitellus de nutrition) semble se comporter d'une manière toute passive, et ne présente aucune modification appréciable de son contour, si ce n'est à l'endroit où il touche au disque germinatif. Ne faut-il pas attribuer ces résultats différents au plus ou moins de développement du manteau protoplasmique entourant le globe vitellin? On se rappellera que nous n'avons pu démontrer avec certitude la présence de ce manteau sur l'œuf de Tanche et sur celui de Lote.

Par contre la contractilité fissile dont parle Ransom, contractilité également indépendante de l'action de l'élément mâle, appartient au vitellus de formation : « But the formative yelk possesses also another different con- » tractile property, by wich, when acted on by water on the maternal fluid, » it tends to subdivide itself into smaller masses (n° 30, p. 480). » L'auteur signale en effet, sur l'œuf non fécondé du Brochet, une sorte de segmentation irrégulière du disque germinatif : « A sort of irregular asymme- » trical cleavage (n° 30, p. 477) ; » puis le détachement de ce disque, de fragments de protoplasme, allant rouler dans la chambre respiratoire (*Breathingchamber*) [1] et qu'il compare aux *Richtungsbläschen* des auteurs allemands.

[1] C'est ainsi qu'à l'exemple de Newport, Ransom désigne l'espace qui apparait, après la ponte, entre le vitellus et la capsule ovulaire (*Yelk-sac*).

Digitized by Google

Les figures qui accompagnent les deux mémoires de Ransom nous montrent des changements de forme de l'œuf rappelant ceux décrits récemment par His. Toutefois le savant allemand n'a pas connu le travail de l'auteur anglais, car, parlant des modifications morphologiques qui accompagnent la rotation du vitellus de l'Ombre, il dit : « welche meines Wissens bis » jetzt nicht beachtet worden ist » (nº 48, p. 12).

En somme, l'interprétation que donnent des mouvements de l'œuf les deux anatomistes dont nous venons de parler, diffère peu quant au fond. Pour His, les changements de forme du globe vitellin, résultant de la contraction du manteau protoplasmique (*Rindenschicht*) qui l'entoure, expliquent la rotation de l'œuf; et nous avons vu que, d'après Ransom, la contractilité rhythmique a probablement son siége dans l'enveloppe interne de l'œuf (*Inner yelk-sac*); seulement, pour l'auteur anglais, cette contractilité n'entraîne point, comme on le répète depuis Rusconi, une véritable rotation, mais plutôt une oscillation de l'œuf.

Ajoutons encore que Ransom a vu, au moment de l'accumulation des élément vitellins sous le disque, des traînées granuleuses comparables à celles auxquelles nous avons fait jouer le rôle de pseudopodies; toutefois, d'après lui, ces traînées ne proviennent pas du disque, mais de la couche corticale (*Inner yelk-sac*) entourant le vitellus nutritif : « I have frequently seen » the granules of the cortex arranged in lines radially placed around the » periphery of the then concentrating germinal disk » (nº 30, p. 459). Cette manière de voir de Ransom implique, nous paraît-il, contradiction. En effet, si les traînées granuleuses appartiennent à la couche corticale, elles supposent un retrait de cette couche vers la base du disque, retrait se faisant en même temps que celui des éléments vitellins; mais comment expliquer alors les mouvements du globe vitellin dépourvu de son manteau protoplasmique, mouvements que l'embryologiste anglais voit persister sur des œufs où l'accumulation sous-discoïdale est complète?

Des changements de forme du germe, antérieurs à la fécondation, et comparables à ceux observés chez les poissons, ont été signalés chez d'autres vertébrés. Ainsi Bischoff parle des modifications de forme de l'œuf de la

Digitized by Google

Truie avant l'imprégnation [1]. Plus récemment Œllacher a décrit celles que présente, dans les mêmes conditions, l'œuf du Poulet [2]. L'auteur compare les changements que subit le germe, indépendamment de la fécondation, à ceux produits par le processus de segmentation. Comme nous l'avons fait remarquer, les modifications du germe non fécondé de l'œuf des poissons, tout en rappelant les premières phases de la segmentation vraie, s'en distinguent sous plusieurs rapports.

En résumé, nous pouvons conclure de nos observations et de celles faites par d'autres embryologistes :

1° Que l'œuf des poissons arrivé à maturité est le siége de divers phénomènes de contractilité;

2° Parmi ces phénomènes, les uns appartiennent à la cicatricule ou au germe, les autres au globe vitellin;

3° Les modes d'activité du protoplasme [3] de la cicatricule consistent : *a*) Dans l'émission de prolongements pseudopodiques partant de la face inférieure ou adhérente de la cicatricule, d'où résulte l'accumulation, à la base du disque, des éléments vitellins (disque huileux de Lereboullet); *b*) en des changements de forme du disque germinatif, rappelant, jusqu'à un certain point, les premières phases de la segmentation, et souvent suivis de la séparation, de la masse du disque (gemmation), de gouttelettes de plasson;

4° Les contractions du globe vitellin et les mouvements d'oscillation ou de rotation de l'œuf qui en résultent ne sont pas un phénomène constant; leur existence ou leur non-existence dépendent, sans doute, du plus ou moins de développement et, peut-être, de la présence ou de l'absence du manteau protoplasmique autour de ce globe;

5° Ces divers modes de l'activité de l'œuf sont entièrement indépendants de la fécondation.

[1] *Annales des sciences naturelles*, 3e sér., t. II, p. 133; 1844.

[2] *Die organischen Veränderungen des unbefruchteten Hühner-Eies* (ZEITSCHR. DES NATURW. MEDECIN. VEREINS IN INSBRUCK; 1870).

[3] C'est plutôt *plasson* qu'il faudrait dire; en effet la vésicule germinative a disparu dans l'œuf arrivé à maturité; l'œuf a subi un développement régressif : c'est un cytode.


Digitized by Google

II

MODIFICATION DE L'OEUF FÉCONDÉ.

SEGMENTATION. — CAVITÉ DE LA SEGMENTATION.

C'est sur l'œuf du Gardon commun (*Leuciscus rutilus*) que j'ai observé les premiers phénomènes consécutifs à la fécondation. Ces phénomènes rappellent, du reste, ceux que je viens de décrire pour l'œuf non fécondé de la Tanche : ainsi formation du disque nutritif (disque huileux) à la face inférieure du germe, changements de forme de ce dernier; seulement ici ces changements de forme sont le prélude de la segmentation vraie. Je n'ai pas observé, sur les œufs fécondés de Gardon, la formation de gouttelettes protoplasmiques libres aux dépens de la masse du disque. Les œufs fécondés se distinguent de ceux qui n'ont pas reçu le contact du sperme, par une plus grande transparence du germe; cette transparence persiste pendant les premières phases de la segmentation pour diminuer plus tard, à un certain stade de ce processus, par suite de la teinte pourprée que prend le disque germinatif (pl. II, fig. 4 et suivantes). Cette teinte pourprée du disque persiste désormais; elle tranche d'abord sur la couleur jaune du globe vitellin, puis quand le blastoderme a accompli son voyage autour de ce globe, elle donne à l'œuf une coloration plus uniforme (fig. 11-19). La segmentation proprement dite n'offre rien de particulier à noter. Malgré l'extrême transparence des premières sphères de segmentation, je n'ai pu découvrir dans leur intérieur aucune trace de noyaux, ce qu'il faut attribuer sans doute à la faible différence des propriétés réfringentes du noyau et du protoplasme qui l'en-

Digitized by Google

toure. Je n'ai pu constater non plus, sur l'œuf vivant, la zone nucléaire signalée par Kupffer sur les œufs d'Épinoches; lorsque je décrirai la couche intermédiaire, il sera plus amplement question de cette zone. Un phénomène qui accompagne la segmentation du germe consiste dans l'emprisonnement, par les premiers globes issus de cette division, de molécules nutritives provenant du cumulus situées à la base du disque; toutefois les molécules ainsi emprisonnées sont peu nombreuses, comme le dénote d'ailleurs la parfaite transparence du germe. Sur des œufs de Gardon commun évacués par pression le 5 mai 1871 et fécondés artificiellement vers 11 heures du matin, la segmentation commençait à midi et elle était achevée à 11 heures du soir; la température avait varié de 14-15° C.

L'examen de coupes d'œufs durcis permet immédiatement de s'assurer de l'existence de la cavité de segmentation. Ayant négligé malheureusement de jeter dans l'acide chromique des œufs correspondant aux premières phases de la segmentation, il m'est impossible de dire à quel moment apparait la cavité et comment elle se forme. Dans tous les œufs durcis dont j'ai pu disposer, la segmentation touchait à sa fin (voir pl. III, fig. 1-2). Je puis assurer toutefois que cette cavité de la segmentation, telle que la représentent mes figures, n'est pas une production artificielle; jamais, sur un grand nombre d'œufs examinés, je ne l'ai vue faire défaut, et toujours elle s'est présentée avec les mêmes caractères. Ses parois, il est vrai, ne sont pas régulières; sa forme, sur les coupes méridionales de l'œuf, rappelle généralement celle d'un croissant dont les courbures sont sensiblement parallèles à celles du disque; le dôme qui la recouvre est formé de plusieurs rangées de cellules; son fond est également représenté par une couche cellulaire assez épaisse, mais qui devient plus mince vers les pointes du croissant; en cet endroit, deux à quatre rangées de cellules séparent la cavité du globe vitellin.

A cette époque, les cellules du germe sont pourvues d'un noyau parfaitement distinct : il est sphérique, plus clair que le protoplasme qui l'entoure et mesure, en moyenne, 7.5 μ; toutes les cellules ont sensiblement le même diamètre : il oscille, en effet, entre 12.5 et 15 μ; elles sont disposées sans ordre apparent et plus ou moins polyédriques par pression réciproque;

Digitized by Google

seules les cellules limitantes externes présentent parfois, dans le sens de leur face adhérente, un plus grand allongement, premier indice de la forme en fuseau qu'elles auront plus tard; je remarque aussi que la partie libre de ces cellules est plus convexe que la partie fixée.

La transparence remarquable du germe des œufs fécondés a été signalée par Lereboullet, et il l'explique « par le retrait des globules vitellins qui se » portent vers la base du germe et se séparent des éléments plastiques » (n° 15, p. 507). En lisant le mémoire de Lereboullet, on voit que cet éclaircissement du germe qui précède la segmentation est plus prononcé sur l'œuf du Brochet que sur celui de la Perche. D'après Kupffer, le germe des espèces des genres *Gobius* et *Perca*, distinct en cela de celui des Épinoches, serait opaque par suite de la présence, dans sa substance, de nombreuses particules solides, arrondies ou anguleuses (n° 35, p. 213). Kupffer parle aussi de l'emprisonnement, par les sphères de segmentation, des molécules graisseuses, accumulées sous le disque : « Da bildet es eine, den » untern Theil der Scheibe einnehmende Wolke, die bei der Furchung » gleichmässig zerlegt wird, so dass jeder Furchungskugel ein Antheil » zufällt » (p. 214). Rieneck, ayant aussi observé, sur des œufs segmentés de Truite, certaines cellules remplies d'une substance jaunâtre analogue à celle du vitellus de nutrition, se demande comment ces cellules, situées à une certaine distance de ce vitellus, ont pu se charger de ces éléments nutritifs. Il faut admettre, d'après lui, ou bien que les cellules changent de place et se trouvent à un moment donné en contact avec le vitellus dont elles s'emplissent, pour se rapprocher ensuite de la périphérie du germe; ou bien que les particules nutritives du vitellus sont refoulées mécaniquement dans le germe et saisies par les cellules de ce dernier (n° 36). Pour OEllacher, constatant à son tour la présence d'éléments vitellins dans certains globes d'un œuf de Truite d'une période déjà avancée de la segmentation, il n'est autrement possible d'expliquer cette présence, qu'en admettant la transmission, d'un globe à un autre, des éléments nutritifs; ceux-ci arriveraient ainsi, de proche en proche, des globes les plus profondément situés dans les plus superficiels (n° 43, p. 26, fig. 26).

Digitized by Google

Mais pas n'est besoin, nous semble-t-il, de recourir aux hypothèses de Rieneck et d'OEllacher pour expliquer la présence, dans certains globes de segmentation, d'éléments nutritifs. En effet, le germe renferme un certain nombre de ces éléments avant que la segmentation commence, et les mouvements qui l'animent, à cette époque, ont sans doute pour résultat de faire pénétrer dans sa masse ces particules nutritives. Rien d'étonnant, dès lors, de voir ces particules englobées par les premières sphères de segmentation, puis se répartir inégalement entre les divisions ultérieures. Ainsi s'explique aussi comment certaines cellules renferment, plus que d'autres, des éléments vitellins.

Parmi les auteurs qui se sont occupés de l'embryogénie des poissons, les uns nient la présence d'une cavité de segmentation, tandis que les autres, en plus grand nombre, admettent l'existence de cette cavité; mais ceux-ci la décrivent et la figurent de façons si différentes, qu'on se demande naturellement si tous ont eu le même objet sous les yeux, ou bien s'ils n'ont pas attribué la même signification à des choses dissemblables. Lereboullet connaissait la cavité en question, et de toutes les descriptions données par les auteurs, c'est la sienne qui se rapproche le plus de ce que j'ai vu sur l'œuf du Gardon. Voici ce qu'il dit, à ce sujet, de l'œuf du Brochet : « Un fait » intéressant, que j'ai constaté en faisant ces recherches sur la composi- » tion élémentaire du germe après la segmentation, c'est que la sphère qui » constitue ce germe est creuse et forme une véritable vésicule. Pour s'en » assurer, il faut coaguler légèrement l'œuf et l'ouvrir avant qu'il ait séjourné » trop longtemps dans l'eau acidulée. La sphère formatrice se détache alors » facilement, et l'on voit très-bien, en la déchirant avec des aiguilles, » qu'elle est creuse et qu'elle représente une vessie dont les parois sont » plus ou moins rapprochées l'une de l'autre » (nº 15, p. 487). Lereboullet dit aussi, en parlant de l'œuf de la Perche : « J'ai vu, comme dans le Bro- » chet, que ce germe est une vésicule creuse, etc. » (nº 15, p. 502). Plus tard, l'auteur constate la même disposition dans l'œuf de la Truite, et il ajoute que la présence de la cavité centrale est un fait probablement général dans les poissons osseux (nº 16, p. 128).

Stricker décrit et figure, dans l'œuf de la Truite, une cavité sur la signification de laquelle il ne se prononce pas d'une manière décisive. Elle n'est

Digitized by Google

pas l'homologue de celle que nous avons observée; en effet la cavité dont parle Stricker est limitée, à sa partie supérieure seulement, par le germe aminci, tandis que, par son fond, elle repose dans une dépression du globe vitellin (nº 35, Taf. II, fig. 8, *c*).

Kupffer avoue qu'il n'est pas arrivé à des résultats concluants. Les œufs dont il a pu disposer, dit cet observateur, étaient peu propres à élucider la question, soit à cause de leur petitesse, comme pour ceux du genre *Gobius*, soit à cause de la résistance de la membrane externe, comme pour les Épinoches. Il n'a pas découvert de cavité par l'examen externe des œufs intacts; mais il ajoute qu'après avoir durci, dans une solution étendue d'acide sulfurique, le germe segmenté de *Gobius niger*, et l'avoir sectionné sous le microscope au moyen de fins ciseaux ou d'aiguilles à cataracte, il est parfois parvenu à distinguer une cavité au milieu de ce germe. Toutefois, d'après Kupffer, rien ne prouve qu'il s'agit d'une cavité préformée, l'emploi des acides, de l'acide chromique notamment, ayant pour effet de déformer le germe, de déterminer des saillies, des fentes et ainsi de suite. Pour Kupffer, le seul criterium, dans l'espèce, serait la disposition régulière des globes de segmentation autour de la cavité. Mais l'auteur se hâte d'ajouter qu'il est loin de vouloir opposer les résultats négatifs auxquels il est arrivé aux résultats positifs obtenus par Lereboullet, résultats qui, d'après lui, méritent d'être contrôlés avec soin (nº 35, pp. 214-216).

La cavité que nous avons observée est-elle la même que celle décrite par Rieneck? Il est permis d'en douter; la figure 1 du travail de cet auteur représente un stade qui doit correspondre à peu près à celui que reproduit notre figure 1, planche III; or, d'après Rieneck, il n'existe pas, à cette époque, de cavité de segmentation; celle-ci n'apparaît que lorsque le disque germinatif s'est considérablement aplati (voir fig. 2 de Rieneck). Mais, comme nous le verrons bientôt, sur les œufs examinés par nous, on ne trouve plus de trace de la cavité primitive dès que la calotte blastodermique s'est aplatie; nous verrons en outre que les cellules qui forment le fond de notre cavité de segmentation n'ont pas tout à fait la signification que leur attribue Rieneck. La cavité de segmentation de Rieneck correspond, au contraire, à celle décrite et figurée par Stricker.

Digitized by Google

Pour Weil, le dôme de la cavité de segmentation est formé par une rangée périphérique de cellules aplaties et une autre rangée, simple ou double, de cellules arrondies, à grosses granulations, irrégulièrement saillantes du côté de la cavité; le fond de celle-ci correspond au vitellus recouvert de cellules volumineuses à grosses granulations et de forme irrégulière (n° 46, p. 5).

OEllacher n'a pu découvrir, sur un grand nombre de coupes d'œufs de Truite segmentés, rien qui rappelât la cavité de segmentation; il croit pouvoir en conclure que la masse segmentée ne limite point de cavité et que la première cavité apparaissant dans l'œuf est la cavité germinative (*die Keimhöhle*), située sous le germe, et produite par le soulèvement de ce germe au-dessus du vitellus (n° 43, note à la page 27. Voir aussi n° 44, p. 8) [1].

Klein appelle cavité de segmentation — il s'agit encore une fois de l'œuf de Truite — une cavité qui, d'après la description et les figures de son travail, a plutôt aussi la signification d'une cavité germinative : « We » recognize at the same time that the Blastoderm is not raised from the » saucer-like depression of the yolk for the whole length of the cleft, that » is, the segmentation cavity, etc. » (n° 42, p. 197, pl. XVII, fig. 11 et 12, *a*, *b*ᵃ).

Owsjannikow ne constate, chez les poissons osseux, rien de comparable à la cavité de von Baer; il ne voit qu'un espace, d'abord peu considérable, mais devenant plus volumineux par la suite, et séparant le germe du vitellus; mais cet espace, dit l'auteur, n'est comparable ni à la cavité de von Baer, ni à celle de Rusconi (n° 49, p. 230).

La cavité de segmentation du Gardon est bien l'homologue de celle qu'on observe chez certaines espèces à segmentation complète, où son existence et, plus tard, sa disparition sont mises hors de doute aujourd'hui. Comme cette dernière, elle n'a qu'une existence transitoire. Telle est la cavité décrite et figurée par Max Schultze pour l'œuf du *Petromyzon Planeri* (n° 13), celle que signale Owsjannikow dans l'œuf du *Petromyzon fluviatilis :* « An

[1] OEllacher (n° 44, chap. III, pp. 2-3) fait aussi remarquer que Rieneck donne à tort le nom de cavité de segmentation à celle d'abord observée par Stricker; que c'est la cavité germinative et qu'elle n'est donc pas comparable à celle décrite par Lereboullet.

Digitized by Google

» den durchschnittenen Eiern, unter Umständen auch an unversehrten, » sieht man die Keimhöhle » (n° 38, p. 185); telle est encore la cavité décrite par Kowalewsky, Owsjannikow et N. Wagner chez les Esturgeons (n° 37); telle est enfin, si l'on passe à un autre groupe de vertébrés, la cavité apparaissant, peu de temps après le début de la segmentation, dans l'œuf des Batraciens en général, et qui disparait plus tard au moment de la formation de la cavité viscérale [1].

Enfin la cavité de segmentation que nous avons observée est aussi l'homologue, au point de vue de sa genèse, de celle décrite chez l'*Amphioxus* par Kowalewsky (n° 34). Mais la destinée ultérieure de la cavité n'est pas la même chez les deux espèces; chez l'*Amphioxus,* elle devient la cavité du corps et la rangée cellulaire qui la limite inférieurement, correspond à l'endoderme ou hypoblaste; chez le Gardon, la cavité de segmentation n'a qu'une existence éphémère, et les cellules qui forment son plancher ont une destination différente de celles du vertébré inférieur observé par Kowalewsky. Ne peut-on pas considérer la cavité de segmentation des poissons osseux et celle des Vertébrés en général, autres que l'*Amphioxus*, comme un de ces nombreux organes transmis par héritage à travers la série du développement

[1] Ce n'est pas sans un certain étonnement que nous avons vu un histologiste, le Dr W. Dönitz (*Ueber das Remak'sche Sinnesblatt.* Archiv. f. Anat. u. Physiol. von Reichert und Dubois-Reymond, 1869, p. 600, taf. XV), nier l'existence de cette cavité qui, d'après lui, n'est qu'un produit purement artificiel. Disons à ce propos que, dans certaines conditions, la cavité de segmentation ne se distingue pas seulement sur les coupes d'œufs durcis, mais aussi sur l'œuf vivant et intact : les œufs de *Triton punctatus* et de *Tr. palmipes* permettent, grâce à leur faible pigmentation, d'observer ainsi par transparence la cavité susdite; on voit alors qu'elle occupe à peu près tout l'hémisphère sus-équatorial de l'œuf et que son fond présente une surface plus ou moins concave. On a vu qu'Owsjannikow a constaté la même chose sur l'œuf de la Lamproie de rivière. Cet auteur, Kowalewsky et N. Wagner disent aussi, à propos du développement de l'Esturgeon : « Sobald am oberen Pol des Eies sich 6-8 Segmente gebildet haben, entsteht » schon die Segmentationshöhle, *die von oben her durch die Furchungskugeln durchschimmert.* » (n° 37, p. 175). Il est un autre signe, très-fréquent sur les œufs plongés dans l'alcool ou dans d'autres liquides conservateurs, qui trahit la présence de la cavité de segmentation, sans qu'il soit besoin de recourir à la section de l'œuf : c'est l'affaissement du dôme qui la recouvre, affaissement d'où résulte une dépression en godet située au pôle supérieur de l'œuf. Le professeur Stricker signale et figure le même phénomène chez l'œuf de la Truite (n° 26, p. 550, pl. II, fol. 9).

Digitized by Google

phylogénique, mais déchus, devenus rudimentaires? Dès lors aussi son absence chez quelques espèces, chez la Truite, par exemple, comme cela semble résulter de toutes les recherches, n'a plus lieu de nous étonner.

Ces lignes étaient écrites, quand nous avons eu connaissance du travail de Balfour, sur le développement des poissons élasmobranches (n° 53). L'auteur décrit et figure, pour l'œuf des Sélachiens, une véritable cavité de segmentation, comparable à celle que nous trouvons chez le Gardon commun. Il insiste sur la différence de la cavité de segmentation observée par lui d'avec la cavité germinative signalée par OEllacher et Götte, chez les poissons osseux : « The segmentation cavity between the yolk and the blastoderm, » and its floor is never at any period covered with cells. In the Dog-fish, » as we have said above, both in the earlier and later periods the floor is » covered with cells » (p. 332). Balfour, on le voit, ne connaissait pas, à cette époque, notre communication préalable (n° 45), dans laquelle nous disions, en parlant de la cavité de segmentation de l'œuf des cyprinoïdes : « les cellules qui constituent le fond de cette cavité présentent absolument » les mêmes caractères que celles de la voûte. »

De tout cela il semble résulter que, malgré les résultats négatifs obtenus récemment pour l'œuf de la Truite, l'on peut dire avec Lereboullet : « la » présence de la cavité centrale (cavité de segmentation) est un fait proba- » blement général dans les poissons osseux » (n° 16, p. 128).

COUCHE INTERMÉDIAIRE.

Nous avons vu que, dans l'œuf représenté planche III, figures 1 et 2, les cellules du germe ont toutes des dimensions sensiblement les mêmes; que celles formant le fond de la cavité de segmentation sont semblables à celles du dôme de cette cavité. Mais la calotte formée par ces cellules issues manifestement de la division du disque germinatif ne repose pas immédiatement sur le globe vitellin; elle est séparée de ce globe par une couche d'une forme et d'un aspect particuliers, à laquelle, pour ne rien préjuger de sa

Digitized by Google

signification, nous donnerons provisoirement le nom de *couche intermédiaire* [1].

On peut distinguer, dans cette couche, une partie périphérique épaisse et une partie centrale mince. Sur les coupes méridionales de l'œuf, la partie périphérique épaisse (bourrelet périphérique) affecte une forme triangulaire et représente une sorte de coin enchâssé entre le globe vitellin et le disque segmenté (pl. III, fig. 1, 2, 3). Prise dans son ensemble, la partie périphérique peut être considérée comme un prisme recourbé en anneau et reposant, par une de ses faces, sur le segment supérieur du globe vitellin; la face externe du prisme, qui regarde en dehors, est libre. La face supérieure reçoit la portion périphérique du germe segmenté. Sur une coupe d'œuf, la face externe mesurait 37,5 μ., la face supérieure 50 μ., l'inférieure environ 62 μ. La partie centrale de la couche intermédiaire réunit les deux angles internes de l'anneau prismatique, sous forme d'une mince lamelle séparant le germe segmenté du globe vitellaire. Cette lamelle intermédiaire se forme-t-elle d'emblée, en même temps que la partie périphérique annulaire, ou bien s'étend-elle insensiblement de cette partie périphérique vers le centre? Je crois cette dernière supposition la plus probable, si je considère que, sur certains œufs appartenant aux stades les plus jeunes que j'aie eu l'occasion d'examiner, il m'a été impossible de découvrir, dans une certaine étendue de la zone polaire supérieure du globe vitellin, aucune trace de la couche intermédiaire. Plus tard, quand le blastoderme est formé, la lamelle centrale est complète (pl. III, fig. 4) et nous verrons bientôt quel rôle elle semble destinée à remplir.

Mais la couche intermédiaire ne se distingue pas seulement par sa forme spéciale, elle présente aussi une structure caractéristique qui empêche, au premier aspect, de la confondre, soit avec les cellules du germe segmenté qui la recouvre, soit avec le vitellus nutritif sous-jacent. Elle se compose, en effet, d'un protoplasme à granulations nombreuses, plus volumineuses que celles renfermées dans les cellules issues de la segmentation, assez semblables, au contraire, à celles contenues dans quelques vésicules du globe

[1] Voir notre communication préalable, n° 45.


Digitized by Google

vitellin. Fréquemment les granulations se disposent de manière à former une zone plus foncée, plus compacte, parallèle au contour du globe vitellin; les parties en contact avec ce globe et l'angle externe du prisme sont plus pâles et moins riches en granulations. En outre, la partie épaissie ou le bourrelet de la couche intermédiaire, renferme constamment un certain nombre de noyaux, et l'on distingue parfois, dans le protoplasme qui entoure ces noyaux, des délimitations cellulaires. Ces éléments n'affectent en général aucune disposition régulière; cependant il m'a paru qu'ils sont plus nombreux dans la zone foncée dont il vient d'être question. Il m'a paru également que les noyaux se rencontrent surtout vers l'angle inférieur de l'anneau prismatique, et que les cellules deviennent d'abord apparentes dans le voisinage de la couche segmentée. Mais les noyaux aussi bien que les cellules diffèrent de ceux de cette dernière couche; ainsi les noyaux sont ovalaires plutôt qu'arrondis, à grosses granulations; ils mesurent de 5-6 μ dans le sens de leur diamètre longitudinal, de 3-4 μ dans le sens du diamètre transversal; ils montrent plus d'affinité pour le carmin et l'hématoxyline que ceux des cellules de la couche segmentée. Les cellules, dont les contours sont vaguement indiqués du reste, m'ont paru, à cette époque, tantôt plus petites, mais d'autres fois plus grandes que celles du disque segmenté. Dans la partie centrale amincie, on découvre des noyaux semblables à ceux renfermés dans le bourrelet périphérique; plus tard, ces noyaux, devenus plus nombreux, semblent indiquer qu'à ce niveau les cellules se multiplient par division.

D'où provient la couche intermédiaire? Fait-elle partie du germe proprement dit ou bien a-t-elle une autre origine? Dans ma communication préalable, je l'avais considérée comme issue du disque germinatif, et, disons-le tout d'abord, son aspect si différent de celui du germe segmenté qui le recouvre n'infirme pas cette hypothèse. En effet, ce contraste entre ces deux parties constituant le germe n'est pas spécial à l'œuf des poissons osseux; dans certains œufs à segmentation complète, tels que ceux des Cyclostomes, des Esturgeons, des Batraciens, ce qu'on appelle le noyau glandulaire (*Drüsenkeim*) tranche autant sur le blastoderme proprement dit, qu'ici la couche intermédiaire sur les cellules qu'elle supporte. Une différence impor-

Digitized by Google

tante, il est vrai, sépare la couche intermédiaire du noyau glandulaire et semble, au premier abord, rendre toute comparaison impossible : en effet le noyau vitellin se segmente, plus lentement toutefois que le reste de l'œuf; la couche intermédiaire, par contre, paraît ne prendre aucune part à la segmentation; rien du moins n'indique, dans cette couche, les traces de ce processus; les cellules qu'elle renferme ne ressemblent pas à celles du germe qui la recouvre, et, à côté de ces cellules, on constate la présence de noyaux à caractères distincts, noyés dans une masse de protoplasme sans traces de divisions cellulaires. Ceci étant, voici l'explication que j'avais admise d'abord : dans l'œuf des Poissons aussi bien que dans celui des Batraciens, la vésicule germinative a disparu au moment de la ponte, et le noyau de la première sphère de segmentation est le résultat d'une véritable génération endogène; en d'autres termes, les éléments de la vésicule germinative et les taches germinatives ou nucléoles, répandus momentanément dans le protoplasme de l'œuf, se sont de nouveau séparés de ce protoplasme [1]; l'œuf, qui était redevenu un cytode, reprend, sous l'influence de la fécondation, la forme cellulaire. Chez les Batraciens, les Leptocardes, les Cyclostomes, les Esturgeons, la cellule nouvelle se segmente tout entière pour former le blastoderme. Le phénomène est un peu plus compliqué chez les Poissons osseux : ici, le premier effet de la fécondation ne serait pas le retour à la forme cellulaire, mais la séparation du plasson en deux parties distinctes : l'une supérieure qui se segmente après la réapparition d'un noyau; l'autre inférieure, d'une dignité moindre, ne prenant aucune part au fractionnement et où certains éléments se différencient pour constituer probablement des nucléoles d'abord, puis des noyaux autour desquels le protoplasme se délimite ensuite pour donner naissance à des cellules.

Mais au lieu de considérer les noyaux qui apparaissent dans le protoplasme plus grossièrement granuleux de la couche intermédiaire, comme issus d'une génération endogène, je crois qu'on peut soutenir cette autre hypothèse qu'ils descendent du noyau apparu (aussi par voie endogène)

[1] Je ne connaissais pas, à cette époque, le travail du Dr OEllacher (n° 41) sur la sortie de la vésicule germinative, ce qui, du reste, est d'une importance secondaire dans la question dont je m'occupe ici.

Digitized by Google

dans l'œuf après la fécondation, et que les cellules dont ils constituent bientôt les centres résultent aussi du processus de segmentation, se faisant ici avec plus de lenteur que dans le germe proprement dit. Du reste, je reviendrai sur ce point et je tâcherai de prouver qu'entre les deux manières de voir l'écart n'est pas aussi grand qu'on serait tenté de le croire au premier abord.

Peut-être aussi faut-il attribuer à la couche intermédiaire une autre origine. Ainsi, tout en considérant cette couche comme distincte du globe vitellin, ne peut-on pas admettre, au lieu de la faire descendre du germe proprement dit, qu'elle se constitue aux dépens du manteau protoplasmique qui, d'après la plupart des embryologistes, entoure le globe vitellaire de l'œuf arrivé à maturité? Nous savons, en effet, que l'une des premières manifestations vitales dont l'œuf fécondé ou non fécondé est le siége après la ponte, consiste dans l'accumulation des éléments vitellins à la base du disque; une partie du protoplasme périphérique entraînée dans ce mouvement de concentration viendrait former, à la surface de la sphère vitelline et sous le disque germinatif, la couche intermédiaire. L'aspect de cette couche, dont les granulations grossières se rapprochent bien plus de celles du protoplasme périphérique que les fines granulations du germe, parle aussi en faveur de cette origine. Ajoutons enfin que, lorsque la couche intermédiaire existe, le manteau protoplasmique a positivement disparu autour du globe vitellin.

Notre couche intermédiaire correspond, sans aucun doute, à ce que Lereboullet appelle globules vitellins, membrane sous-jacente au feuillet muqueux. Nous avons vu que, d'après cet embryologiste, le premier effet de la fécondation est la séparation des éléments du germe en deux groupes. Lereboullet admet qu'à partir du moment où ce germe est devenu transparent, on ne distingue plus de globules vitellins dans la partie soulevée en ampoule, et que tous ces globules sont comme refoulés vers la base de l'éminence. « Si, » dit-il, l'on traite l'œuf (du Brochet) par une eau faiblement acidulée, et » qu'on en détache le germe, on voit, comme je l'exposerai plus loin, que la » partie saillante de l'ampoule est entièrement composée des mêmes corpus- » cules brillants que je désigne sous le nom de corpuscules *plastiques,* parce » que je les regarde comme appelés à jouer le rôle principal dans les pre-

Digitized by Google

» mières formations embryonnaires, conjointement avec la substance amorphe » au milieu de laquelle ils sont disséminés. *Les globules vitellins sont plus » profondément situés, vers la base de l'ampoule, au-dessus du disque hui- » leux* » (nº 15, pp. 479-480). Lereboullet décrit une semblable couche dans l'œuf de la Perche. Il conseille, pour démontrer sa présence, d'isoler le sac blastodermique de l'œuf préalablement coagulé, et il ajoute : « si on met » dans l'eau la cupule qui forme ce sac et qu'on la regarde par sa face con- » cave, on voit flotter dans son intérieur une membrane mince, qui s'enlève » avec facilité. *Cette membrane constitue à elle seule un feuillet particulier, » composé de grandes cellules très-pâles et à contours peu apparents* » (nº 15, p. 504). Lereboullet dit aussi en parlant de l'œuf de la Truite : « Le fractionnement n'intéresse que le disque auquel nous avons donné le » nom de germe, c'est-à-dire le vitellus formateur. La membrane sous- » jacente au germe, pas plus que le vitellus nutritif, ne prend aucune part à ce » travail » (nº 16, p. 128). Dans l'œuf du Brochet et de la Perche, Lereboullet semble n'avoir vu que la partie mince centrale de la couche intermédiaire, et non le bourrelet annulaire; il décrit son feuillet muqueux comme étant une membrane mince, de couleur jaunâtre, étalée en nappe à la face interne du blastoderme qu'elle accompagne dans son développement autour de l'œuf; composée de cellules rondes ou ovales, assez éloignées les unes des autres et réunies par une matière amorphe qui se coagule dans l'eau acidulée. Mais dans la description que donne l'auteur de la membrane sous-jacente (feuillet muqueux) de l'œuf de la Truite, nous retrouvons notre couche intermédiaire avec ses caractères essentiels, c'est-à-dire son bourrelet annulaire et sa partie centrale plus mince. La membrane sous-jacente se compose de deux parties : « l'une centrale, très-mince, transparente, étalée sous le disque, et le dépas- » sant même un peu, est homogène, granuleuse, et n'offre qu'un petit » nombre de vésicules graisseuses; l'*autre marginale, beaucoup plus épaisse,* » est remarquable surtout par le nombre et la grandeur des gouttes de graisse » liquide interposées, et comme enchâssées au milieu des granules » (nº 16, p. 134). Seulement dans les œufs que nous avons eu l'occasion d'étudier, nous n'avons jamais trouvé le bourrelet marginal constitué surtout par des gouttes d'huile emprisonnées dans la substance granuleuse, comme le veut

Digitized by Google

Lereboullet; mais on a vu que ce bourrelet renferme des noyaux et des cellules distincts de ceux du germe segmenté.

Ceci nous amène à parler de la zone nucléaire (*Kernzone*) de Kupffer. Chez les Épinoches (*Gasterosteus*) et surtout les Épinoches de mer (*Spinachia*), le savant professeur de Kiel a vu apparaître, vers la fin de la segmentation, à la surface du globe vitellin, tout autour du bord du disque proligère, des noyaux formant une zône régulière à la base de ce disque. Ces noyaux consistent en des vésicules transparentes, intérieurement dépourvues de granulations, régulièrement espacées, la distance qui les sépare étant à peu près trois fois aussi grande que le diamètre des vésicules; les différentes rangées de noyaux sont séparées par des distances égales, et ces rangées sont disposées de telle sorte que les cellules de deux rangées voisines alternent régulièrement. La rangée la plus rapprochée du disque se montre en premier lieu, puis les suivantes apparaissent successivement. Kupffer n'a pu compter au-delà de cinq rangées, le blastoderme commençant à envahir le globe vitellin et recouvrant la zone nucléaire. Il a constaté toutefois, avant cette disparition, que le processus n'est pas borné à la formation nucléaire; le protoplasme se délimite autour des noyaux et donne naissance à des cellules hexagonales, aplaties. D'après Kupffer, les contours de cés cellules étant très-délicats passent facilement inaperçus; ils apparaissent d'abord autour des noyaux de la rangée la plus ancienne (n° 35, p. 217, fig. 1). Kupffer fait remarquer que les noyaux et les cellules de la zone nucléaire se distinguent des éléments du disque par leur genèse et leur volume plus considérable. Il admet en définitive que sa zone nucléaire ne dérive pas des globes de segmentation, et il est forcé de l'attribuer à une formation cellulaire libre. L'auteur compare ce mode de formation à celui des cellules blastodermiques dans les œufs de certains Arthropodaires (*Musca*, *Chironomus*, etc.) Mais, comme le remarque Éd. Van Beneden, ces derniers faits ne sont pas concluants et, chez des espèces où le vitellus est à peu près transparent (Cécidomyes et Aphides), Metschnikow a vu les noyaux des cellules blastodermiques dériver de la vésicule germinative [1].

[1] ÉD. VAN BENEDEN, *Sur l'évolution des Grégarines* (BULLETIN DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE, 2e sér., t. XXXI; 1871, p. 30). — METSCHNIKOW, *Embryologische Studien; in Zeitschr. f. wissensch. Zool.* Bd. XVI.


Digitized by Google

Notre couche intermédiaire semble se rapprocher beaucoup plus du feuillet muqueux de Lereboullet que de la zone nucléaire de Kupffer. Toutefois les différences qui séparent la zone de Kupffer du feuillet muqueux de Lereboullet et de notre couche intermédiaire sont sans doute plus apparentes que réelles, et doivent surtout être attribuées aux conditions, aussi différentes, dans lesquelles les observations ont été faites. Kupffer, n'ayant examiné que des œufs vivants, n'a vu que la surface externe de la couche intermédiaire; il n'a pu distinguer le bourrelet épaissi, ni la partie centrale amincie, que la dissection d'œufs durcis, à la manière de Lereboullet, mais surtout l'étude de coupes transparentes peuvent seules faire connaître. L'examen de pareilles coupes transparentes d'œufs d'Épinoches devra décider si la zone nucléaire de Kupffer est véritablement l'homologue du feuillet muqueux de Lereboullet et de notre couche intermédiaire. La disposition symétrique des noyaux et des cellules signalée par le professeur de Kiel ne suffit pas pour faire rejeter la possibilité d'une homologie; elle prouve seulement que, pour l'étude de cette partie du blastoderme, l'examen de l'œuf vivant et celui de l'œuf durci se complètent mutuellement, et que certaines dispositions, certains caractères ne sont pas également apparents et appréciables, dans l'une ou l'autre de ces conditions. Aussi Kupffer se trompe-t-il peut-être lorsqu'il annonce que lui et Lereboullet n'ont pas vu la même chose : « Kurz, wir haben nicht dasselbe gesehen » (n° 35, p. 219). Il est possible, en effet, que les deux savants aient vu le même objet, mais sous des aspects différents.

Carl Weil, se basant sur l'examen de préparations fraîches et de coupes transparentes, rejette, pour l'œuf de Truite, l'existence de la zone nucléaire de Kupffer et de la membrane profonde décrite par Lereboullet; d'après Weil, toutes les cellules du germe sont issues de la segmentation : « Ich » stehe somit auf dem Standpunkte Reichert und Remak's, dass alle Zellen, » die sich am Aufbau des Embryo's betheiligen, Abkömmlinge der Fur- » chungselemente sind (n° 46, p. 4). »

Pour OEllacher aussi, le blastoderme — il s'agit encore une fois de l'œuf de la Truite — est uniquement formé par les cellules provenant de la segmentation du germe. Nous reconnaissons toutefois, dans une disposition de

Digitized by Google

ce germe décrite par le savant embryologiste allemand, notre feuillet intermédiaire [1]. OEllacher considère le germe comme une simple dilatation lenticulaire de la membrane vitelline; pour lui cette membrane — qui n'est autre que la couche corticale du globe vitellin (*Rindenschicht*) de His — se compose de deux couches: l'une superficielle privée de graisse, l'autre profonde, chargée au contraire de gouttelettes adipeuses. La couche superficielle se continue avec la couche périphérique du germe. La couche profonde se confond avec la partie profonde du germe, laquelle consiste en un réseau renfermant, dans ses mailles, des gouttelettes vitellines. Souvent, sur les coupes, on ne distingue pas de délimitation nette entre le germe et le vitellus, mais les gouttelettes adipeuses les plus internes paraissent contenues néanmoins non dans le germe, mais dans la masse vitelline. D'autres fois, au contraire, toute la couche de gouttelettes graisseuses est séparée de la masse principale du germe par un contour très-apparent. Au-dessus de ce contour, on trouve alors fréquemment, dans le germe, une grande quantité de petites gouttelettes vitellines; au-dessous la masse vitelline seulement enveloppant les gouttes adipeuses, ou *une couche mince d'une substance, ressemblant à celle du germe mais un peu plus grossièrement granuleuse* et se continuant avec le réseau que ce germe présente inférieurement (n° 43, p. 11, fig. 18, 19, 20, *c*). OEllacher compare sa membrane vitelline au feuillet muqueux de Lereboullet (note 1, à la page 10) et, se basant sur la présence de gouttelettes vitellines dans les globes de segmentation, constatée par Kupffer, il considère la couche plus grossièrement granuleuse dont il vient d'être question comme appartenant au germe (n° 43, note à la page 11). De notre côté, nous n'hésitons pas à considérer la couche plus grossièrement granuleuse dont parle OEllacher, comme correspondant à notre couche intermédiaire; nous croyons retrouver, dans la figure 18 (à droite) de l'auteur, le bourrelet périphérique [2].

[1] L'ouvrage d'OEllacher (n° 43) n'est venu à notre connaissance que depuis la publication de notre communication préalable insérée dans les *Comptes rendus*.

[2] OEllacher (n° 43, note 3 à la page 13), parlant de la membrane vitelline qui pour lui n'est qu'un reste du protoplasme ovulaire limitant le globe vitellin, remarque que, si la zone nucléaire de Kupffer correspond en effet à sa membrane vitelline, il n'est pas nécessaire de recourir à l'hypothèse d'une génération cellulaire libre, le protoplasme, reste du germe primitif, pouvant se multiplier. — Mais ailleurs (n° 44, ch. III, pp. 17-18 et note 1 à la p. 18), l'auteur émet l'hy-



Un embryologiste russe déjà cité, Owsjannikow, dans un travail présenté à l'Académie impériale des sciences de St-Pétersbourg (nº 49), sur les premières phases du développement de l'œuf du *Coregonus lavaretus*, est arrivé à des résultats qui, pour le fond, concordent avec les miens. Lui aussi distingue, dans l'œuf des poissons osseux, sous le vitellus de formation qui se segmente et qu'avec His il appelle archiblaste (*Hauptdotter*), des cellules spéciales, distinctes de celles issues de la segmentation et appartenant au vitellus de nutrition, le parablaste de His; Owsjannikow aussi admet que ces cellules du parablaste concourent directement à la formation de l'embryon : « dass sie bei der Bildung der Embryonalanlage sich direct betheiligen » (p. 234). D'après l'auteur, ces cellules, provenant de la couche corticale de His ou membrane vitelline d'OEllacher, seraient préformées à la segmentation de l'œuf; en d'autres termes, il considère ces cellules comme issues de la membrane granuleuse du follicule ovarique et identiques à celles admises par His dans le parablaste de l'œuf du Poulet. Comme nous (voir article Blastoderme) Owsjannikow combat la manière de voir d'OEllacher, d'après laquelle les cellules de la partie supérieure du globe vitellin seraient des cellules détachées du germe.

Enfin plus récemment, Balfour décrit et figure dans l'œuf des Sélachiens une couche sous-jacente au blastoderme qui est incontestablement l'homologue de celle que j'ai trouvée chez le Gardon. A un certain moment de la segmentation, dit l'auteur, « The blastoderm thus rests upon a mass of finely » granular material, from which, however, it is sharply separated. At this » time there appear in this finely granular material a number of nuclei of a » rather peculiar character (nº 53, p. 326, pl. XIII, fig. 1, *n*). » L'auteur, il est vrai, attribue à ces noyaux, comme du reste à ceux des cellules de

pothèse que la zone nucléaire de Kupffer pourrait bien correspondre aux cellules du feuillet corné recouvrant, tout autour du germe, une zone du globe vitellin. — Pour His, la zone nucléaire de Kupffer serait identique aux éléments de la couche corticale de l'œuf: « Ich erlaube mir » indess, jetzt schon darauf hinzuweisen, dass sie in meinen Augen auch identisch sind mit » den vielbesprochenen Zellen, welche Kupffer in der Umgebung des Keims (laut Beobachtung » am Stichling) beschrieben hat (nº 48, p. 13). » Comme je l'ai déjà fait remarquer, cette divergence d'opinions sur la signification de la zone nucléaire de Kupffer ne pourra cesser que par l'examen des coupes microscopiques d'œufs d'Épinoches.

Digitized by Google

segmentation, une structure complexe que je n'ai pas constatée chez les espèces ayant fait l'objet de mes recherches. Comme moi cependant, l'auteur anglais constate l'augmentation du nombre de ces noyaux et leur transformation *probable* en cellules (p. 329).

L'homologue de la couche intermédiaire ne se retrouve-t-elle pas chez des Vertébrés, autres que les poissons? Alexandre Götte dans son deuxième mémoire sur le développement des Vertébrés [1], décrit et figure le disque germinatif de l'œuf du Poulet, arrivé dans l'oviducte, comme formé de deux parties distinctes, surtout à l'époque où commence la formation de la cavité germinative. L'une de ces parties, la supérieure, recouvrant la cavité susdite, est constituée par des cellules issues d'une segmentation plus rapide et par suite de cela plus petites; l'autre, inférieure, représentant le plancher de la cavité germinative, consiste en des cellules plus volumineuses, suite d'une segmentation plus lente. Les cellules de la partie supérieure vont former le germe (*Keim*) ou blastoderme; Götte donne à celles de la partie inférieure le nom de cellules vitellines (*Dotterzellen*). Si je fais abstraction de la cavité germinative qui les sépare, je retrouve, dans les deux groupes cellulaires de Götte, les homologues des deux parties que je distingue dans le germe des poissons osseux. Ce que j'appelle le germe proprement dit, correspond au groupe supérieur ou *Keim* de l'embryologiste allemand; ce que je désigne sous le nom de couche intermédiaire représente ses cellules vitellines (*Dotterzellen*). En disant que, sous l'influence de la fécondation, le germe de l'œuf des poissons osseux se sépare en une partie supérieure qui se segmente, et une partie inférieure qui ne prend aucune part à la segmentation et dans laquelle apparaissent des noyaux, puis des cellules, je crois émettre une opinion parfaitement conciliable avec celle des auteurs qui, comme OEllacher et Götte, tiennent à une segmentation complète du germe. Que se passe-t-il en effet? D'abord, dans l'œuf fécondé, le noyau (vésicule germinative) de la cellule ovulaire a depuis longtemps disparu, et il résulte des recherches d'OEllacher lui-même, qu'en disparaissant il ne s'est

[1] *Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Wirbelthiere* (Archiv. f. mikr. Anat. Bd. X., S. 145-199. Taf. X, XI, XII).


Digitized by Google

pas mêlé au protoplasme de l'œuf, mais qu'il s'est détaché, séparé de ce protoplasme (*l. c.*). Le nucléus qui apparait ensuite dans le vitellus, sous l'influence de la fécondation, est donc un *nucléus nouveau résultat d'une véritable génération endogène*. Faut-il s'étonner, dès lors, de voir apparaître, aussi par *génération endogène*, des noyaux dans une partie distincte d'ailleurs du reste du germe, par ses caractères morphologiques. Pour Götte, les noyaux des cellules du germe (*Keim*) et ceux des cellules vitellines sont tous les descendants du nucléus nouveau apparu sous l'influence de la fécondation (p. 151); pour nous, ceux des cellules vitellines, c'est-à-dire de la couche intermédiaire, seraient indépendants de ce nucléus. En définitive, ce qui sépare notre manière de voir de celle de Götte, c'est que le savant allemand n'admet, comme phénomène précurseur de la segmentation, qu'une seule formation nucléaire endogène, tandis que nous considérons les noyaux de la couche intermédiaire comme n'étant pas les descendants directs du noyau du germe proprement dit. Toutefois, on l'a vu plus haut, nous ne rejetons pas absolument la possibilité de cette descendance. Nous devrons revenir plus tard sur la signification attribuée par Götte à ses cellules vitellines.

En résumé, nous croyons pouvoir conclure, de nos propres recherches et des résultats obtenus par d'autres auteurs, ce qui suit :

1° L'œuf fécondé des poissons osseux se compose de bonne heure (probablement dès le début de la segmentation) de trois parties morphologiquement distinctes, savoir : *a*) du disque germinatif proprement dit qui se segmente; *b*) d'une couche formée par un protoplasme plus grossièrement granuleux que celui du disque segmenté, couche qui probablement ne prend aucune part au fractionnement et qui sépare le disque segmenté du globe vitellin : c'est la *couche intermédiaire; c*) enfin du globe vitellin.

2° La couche intermédiaire, tout en ne participant pas à la segmentation, prend *directement* part à la formation embryonnaire; elle fait donc partie du blastoderme et on ne peut la comparer, à l'exemple de Lereboullet, au vitellus nutritif.

3° On distingue, dans la couche intermédiaire, un bourrelet périphérique plus épais et une partie centrale mince.

Nous verrons bientôt quelles sont les modifications ultérieures et la destinée probable de la couche intermédiaire.

Digitized by Google

BLASTODERME.

Je donnerai d'abord les résultats fournis par l'examen de l'œuf vivant. Lorsque la segmentation est complète, le disque germinatif semble former une masse un peu plus volumineuse qu'avant le processus, mais se trouve encore à une assez grande distance de l'équateur de l'œuf. Sa surface, redevenue lisse, rappelle celle du disque non segmenté avec lequel on pourrait le confondre, n'étaient son volume plus grand, sa transparence moindre et l'absence de cumulus graisseux à sa face inférieure. Il recouvre, en guise de calotte, le globe vitellin; sa face interne en contact avec ce globe est donc concave. C'est là un caractère qui distingue l'œuf des Cyprinoïdes de celui des Salmones (Truite, Saumon), par exemple, où le germe, rappelant par sa forme une lentille biconvexe, repose dans une dépression du globe vitellin.

A la segmentation, succède l'envahissement du globe vitellin par le disque. Ce nouveau stade débute par la délimitation nette entre une partie du bord inférieur du disque et le globe vitellin, tandis que le reste de ce bord semble se confondre, d'une manière insensible, avec la sphère vitelline (pl. II. fig. 7). Cette disposition rappelle ce qu'on observe sur l'œuf des Batraciens, au début de la formation de l'anus de Rusconi, début signalé, comme on sait, par l'apparition d'une ligne en forme de croissant séparant nettement le blastoderme proprement dit de ce qu'on appelle, chez les animaux en question, noyau glandulaire (*Drüsenkeim*). De même aussi que dans l'œuf des Batraciens, la délimitation tranchée d'une partie de la circonférence inférieure du bord blastodermique a pour cause une migration de cellules vers cette délimitation, et sans doute en même temps une prolifération cellulaire, se continuant encore, après la segmentation proprement dite, dans toute l'étendue du blastoderme. L'épaississement ainsi produit ne correspond pas à la périphérie de la bordure, mais se dessine plutôt du côté interne tourné vers le centre de l'œuf (pl. II. fig. 9 et 10). Cette partie de la calotte blastodermique, devenue plus épaisse, est aussi le premier indice du *bourrelet blastodermique;*

Digitized by Google

elle correspond en outre à la future bandelette embryonnaire de Lereboullet, à l'écusson embryonnaire de Kupffer, à l'ébauche embryonnaire primitive d'Œllacher; c'est la partie embryonnaire du bourrelet marginal (*Embryonaltheil des Randwulstes*) de Götte (n° 50, p. 688, fig. 3, *r*, *r'*).

A mesure que la calotte blastodermique envahit le globe vitellin pour se rapprocher du pôle inférieur et que le bourrelet blastodermique se complète, on constate un étranglement du globe, au niveau de ce bourrelet (pl. II, fi. 9); toutefois cet étranglement n'est pas uniforme, mais beaucoup plus manifeste sur une partie de la circonférence, c'est-à-dire à l'endroit où le bourrelet a fait son apparition. Cet étranglement plus prononcé, sorte d'encochure, est parfaitement visible sur l'œuf vu de profil (pl. II, fig. 9), et, comme il n'existe qu'au niveau de la ligne méridionale correspondant à la future aire embryonnaire, on peut aussi l'apercevoir, à un moment donné, en suivant ce méridien (pl. II, fig. 10).

On ne doit pas confondre, avec le bourrelet blastodermique, une zone cellulaire située au niveau de ce bourrelet : c'est la *bordure embryonnaire* (*Keimsaum*) de Kupffer (pl. II, fig. 9); son apparition est plus tardive, et, comme l'auteur l'a observé sur les œufs du genre *Gobius*, à partir de cette apparition, la marche du blastoderme vers le pôle inférieur de l'œuf est beaucoup plus rapide. La bordure embryonnaire a une coloration plus foncée que le reste du blastoderme, ce qui permet de distinguer, dans ce dernier, outre la bordure, un champ central plus clair. Sur les œufs que j'ai examinés, le blastoderme, déjà pourvu de sa bordure et arrivé au delà de l'équateur, présente une épaisseur uniforme, c'est-à-dire sensiblement la même au pôle supérieur et dans les endroits les plus éloignés de ce pôle; en d'autres termes, le champ central du blastoderme limité par le bourrelet et la bordure blastodermiques, n'est guère plus mince que les parties qui le bordent, à l'exception du point correspondant au premier indice de l'écusson embryonnaire.

L'étranglement que subit le globe vitellin de la part du bourrelet blastodermique entraîne nécessairement des changements de forme de ce globe, à mesure que le bourrelet se rapproche davantage du pôle inférieur de l'œuf. Alors qu'il atteint ce pôle et que son bord inférieur le dépasse, il circonscrit

Digitized by Google

une ouverture (le trou vitellaire de C. Vogt) incomplétement bouchée par une partie étranglée du vitellus, l'homologue du bouchon d'Ecker de l'œuf des Batraciens. Le globe vitellin est devenu pyriforme, ou plutôt ressemble à une montgolfière dont l'orifice inférieur serait représenté par le bouchon vitellaire (pl. II, fig. 20). Déjà alors on ne distingue plus de bordure blastodermique.

A cette époque, le blastoderme est manifestement plus mince vers le pôle supérieur de l'œuf, et son épaisseur va en augmentant à mesure qu'on se rapproche du pôle inférieur (même figure). Enfin quand le trou vitellaire est sur le point de disparaître (pl. II, fig. 11), l'écusson embryonnaire est parfaitement distinct du reste du blastoderme, sur l'œuf vu de profil et sur les coupes transversales optiques. En un point de l'écusson, se voit une partie plus saillante que le reste; elle correspond évidemment à celle décrite et figurée par Kupffer chez le *Gobius minutus* (n° 35, p. 229, fig. 20, 21 *x*) et qui, d'après lui, partage le disque ou l'écusson en une partie antérieure céphalique et une partie postérieure représentant le tronc.

Les modifications de l'œuf que je viens d'examiner se rapprochent surtout de celles décrites et figurées par von Baer chez le *Cyprinus blicca* (n° 2, pp. 8-11), comme aussi des descriptions et des figures données par Kupffer sur le développement de l'œuf du *Gobius niger* et du *G. minutus* (n° 35, p. 223, pl. XVII, fig. 17-20). Ainsi chez le Gardon commun, comme chez les espèces que je viens de citer, le disque embryonnaire se confond insensiblement avec le reste du blastoderme, tandis qu'ailleurs, chez l'Épinoche (Coste, n° 17, Kupffer), le Brochet (Lereboullet), mais surtout chez la Truite (Lereboullet, OEllacher), le disque embryonnaire est nettement séparé, dès son apparition, du reste de la calotte blastodermique.

Cependant ce qui se passe chez le *Leuciscus* s'éloigne, à certains égards, des résultats obtenus par les auteurs cités plus haut. Ainsi pour von Baer comme pour Kupffer, le bourrelet blastodermique apparaît d'emblée sur toute la circonférence du blastoderme, de sorte que, sur l'œuf vu de profil, l'étranglement éprouvé par le globe vitellin est également prononcé des deux côtés (voir fig. 3 de von Baer et fig. 8 de Kupffer). Toujours j'ai vu le bourrelet

Digitized by Google

se dessiner sur une partie seulement de la circonférence de la calotte blastodermique. En outre, d'après Kupffer, la bordure embryonnaire n'apparaît, sur l'œuf du *Gobius minutus*, qu'au moment où l'envahissement du globe vitellin par le blastoderme est sur le point de se compléter (n° 35, p. 224, fig. 19), et il compare, à ce sujet, cette apparition tardive à celle beaucoup plus précoce signalée par lui sur les œufs d'Épinoche (p. 223). L'œuf du Gardon semble tenir le milieu entre ces deux extrêmes; en effet la bordure blastodermique s'y montre plus tôt que sur l'œuf du *Gobius*, mais un peu plus tardivement que sur celui de l'Épinoche.

OEllacher admet comme moi qu'en un endroit — celui où se forme l'embryon — le bourrelet a, dès l'origine, plus d'épaisseur (n° 44, p. 3). En plusieurs autres endroits de son travail et notamment pages 18 et 19, OEllacher parle de ce renflement du blastoderme qu'il considère comme la première ébauche de l'embryon. Quelques-unes de ses coupes, par exemple celle représentée planche II, figure 1*a, uwk.*, prouvent également, qu'à l'endroit du bourrelet épaissi, une saillie en forme de carène refoule le globe vitellin. Ajoutons qu'OEllacher établit une distinction entre ce qu'il appelle *ébauche embryonnaire* (*Primitive Embryonalanlage*) et un stade un peu postérieur dans lequel les feuillets sensoriel et inférieur sont fusionnés en un cordon axial, stade qu'il désigne sous le nom de *première ébauche embryonnaire* (*Erste embryonalanlage*) (p. 19). Mais, contrairement à la manière de voir de Kupffer et à la mienne, OEllacher considère le voyage du germe comme n'ayant pas lieu, de tous les points de sa circonférence, vers le pôle inférieur de l'œuf; d'après lui, cet envahissement serait unilatéral, vers un point fixe correspondant à l'endroit épaissi du blastoderme où se forme l'embryon (n° 44, pp. 3 et suivantes, fig. dans le texte). Je ne partage pas cette opinion et je crois que l'étranglement uniforme déterminé, par le blastoderme envahissant, *sur tout le pourtour du globe vitellin*, étranglement si manifeste dans certains cas (voir surtout la fig. 18 de Kupffer et ma fig. 9, pl. II), est une preuve de la marche rayonnante du bourrelet vers le pôle inférieur; une autre preuve nous semble fournie par la diminution du renflement caudal et surtout la disparition de la dépression du vitellus produite par ce renflement, à mesure que le blastoderme arrive au pôle inférieur.

Digitized by Google

Götte a vu également, et aussi sur l'œuf de la Truite, le blastoderme présenter une épaisseur plus grande en un point de sa circonférence (n° 50, p. 687, fig. 2 et suivantes). Pour Götte aussi, cette partie épaissie de la bordure blastodermique est le premier indice du disque embryonnaire, et nous savons déjà qu'il la désigne sous le nom de portion embryonnaire du bourrelet marginal : « da diese Stelle später in die Embryonalanlage einbe- » zogen wird, nenne ich sie den *Embryonaltheil des Randwulstes* » (p. 688).

J'ai dit que je considère le bourrelet formant l'ébauche embryonnaire primitive comme l'homologue de celui qui, dans l'œuf des Batraciens, limite en dehors l'anus de Rusconi et, là aussi, représente l'extrémité caudale du futur embryon; cette comparaison est justifiée par ce qu'on trouve dans la classe même des poissons : en effet, chez les espèces à segmentation complète (les Cyclostomes, les Esturgeons), les choses se passent absolument comme dans l'œuf des Batraciens.

On peut réduire à deux principales les diverses hypothèses émises pour expliquer l'épaississement du blastoderme à l'endroit de l'ébauche embryonnaire primitive ou extrémité caudale du futur embryon.

La première hypothèse est celle de la *multiplication cellulaire*. Ainsi, C. Vogt, tout en admettant un déplacement des cellules, ne rejette pas la possibilité d'une semblable multiplication, comme il ressort des paroles suivantes : « Peut-être ces changements ne sont-ils qu'apparents et dépendants de » la naissance subite d'un grand nombre de cellules sur un point quelconque » tandis que sur un autre point elles disparaissent, ce qui pourrait alors » faire supposer qu'elles émigrent d'un point à l'autre » (n° 7, pp. 42-43).

Mais c'est surtout Œllacher qui, dans ces derniers temps, a défendu, en ce qui concerne l'œuf de la Truite, la théorie de l'accroissement par développement et multiplication cellulaires, tout en cherchant à démontrer la difficulté et l'impossibilité qu'il y a d'expliquer les faits observés par la migration cellulaire (n° 44, p. 30). Je renvoie, pour l'argumentation de l'auteur, à son propre travail.

La seconde hypothèse est celle de la *migration cellulaire*. Vogt soupçonna la possibilité d'un déplacement des cellules, à l'époque où il décrivait le

Digitized by Google

développement du *Coregonus Palea* (nº 7). Voici comment a lieu, d'après Kupffer, la formation de l'écusson embryonnaire chez le *Gobius minutus*. Aussitôt après l'apparition de la bordure blastodermique, commence *un déplacement des cellules de cette bordure* formant d'abord un anneau d'une égale épaisseur;e lles s'accumulent en un point de la circonférence de cet anneau, au détriment du reste de la circonférence qui s'amincit (nº 35, p. 224).

Stricker (nº 26) et Rieneck (nº 36) admettent aussi l'existence d'une migration cellulaire vers l'endroit où se montre l'écusson. OEllacher ne rejette pas d'une manière absolue la participation d'un déplacement ou d'une migration cellulaire à la formation de l'écusson, dans certains œufs, tels que ceux d'Épinoches et du genre *Gobius* observés par Kupffer, et où l'apparition de l'ébauche embryonnaire serait relativement tardive (nº 44 p. 35). Götte voit la cause de l'envahissement du globe vitellin par le blastoderme dans un déplacement centrifuge (*centrifugale Zellenverschiebung*) des cellules, plus prononcé, dès le début, à l'endroit où apparaîtra l'aire embryonnaire (nº 50, p. 691); et un peu plus loin, il ajoute : « Wenn es nun aber » meine Ansicht ist, dass die centrifugale Zellenverschiebung nach der Seite » der künftigen Embryonalanlage am stärksten wirke, also mehr als die » Hälfte der ursprünglichen Zellenmasse des Keims in dieselbe eingehe » (p. 692).

Je suis également d'avis que le développement de l'ébauche embryonnaire doit surtout s'expliquer par une migration de cellules. Voici les arguments qui me semblent parler en faveur d'un déplacement des cellules de la bordure blastodermique vers le futur écusson :

1° La disparition de la bordure embryonnaire, comme Kupffer l'avait déjà observé, à mesure qu'elle se rapproche du pôle inférieur de l'œuf, et, par conséquent, à mesure que l'écusson se développe.

2° La différence d'aspect, appréciable un peu plus tard, entre l'écusson embryonnaire et la couche amincie du blastoderme (pl. II, fig. 14, 18 et 19), différence qu'il nous semble plus naturel d'expliquer par une migration cellulaire que par une destruction de cellules en un endroit et une multiplication en un autre, comme le suppose Vogt.

3° Pourquoi la migration cellulaire, généralement acceptée aujourd'hui

Digitized by Google

dans le développement de l'œuf du Poulet, n'existerait-elle pas dans celui des poissons, alors que la grande motilité, la fréquence des mouvements amiboïdes du protoplasme ovulaire, chez les espèces de ce groupe sont surabondamment prouvées.

L'apparition du premier indice de l'écusson futur est plus précoce chez le Gardon que chez les espèces observées par Kupffer (nº 35, p. 224). A l'apparition plus précoce de la bordure embryonnaire, chez le *Leuciscus*, correspond aussi une disparition plus prompte que dans l'œuf du *Gobius minutus*. Chez cette espèce, la bordure se voit encore sur l'œuf où le blastoderme a accompli son voyage autour du vitellus; je n'en trouve plus de trace sur des œufs appartenant à des stades correspondants du Gardon. (Comparer la figure 20 de Kupffer avec nos figures 11 et 20, pl. III.)

Avant d'aller plus loin, je passe à l'examen de coupes transparentes d'œufs durcis. Sur celles provenant d'un œuf à peu près de l'âge de celui représenté planche II, figure 9, faites dans le sens des méridiens ovulaires et passant par le centre ou non loin du centre de l'œuf, je trouve deux couches ou, pour mieux dire, deux feuillets bien distincts (pl. III, fig. 4) : l'un supérieur, plus considérable, représenté par les cellules issues manifestement de la segmentation, l'autre, inférieur, beaucoup plus faible, formé par la couche intermédiaire. Le feuillet supérieur a une épaisseur sensiblement uniforme sur toute son étendue, sauf à l'endroit où il déprime le globe vitellin; là, comme on l'a déjà constaté sur l'œuf vivant, son épaisseur est plus grande. Toutes les cellules du feuillet supérieur ont à peu près le même diamètre; elles sont nucléées, arrondies ou plus ou moins polygonales par pression réciproque. Rien, à cette époque, ni la forme des cellules, ni leur volume, ni leur arrangement n'autorisent à admettre, dans le feuillet supérieur, une séparation en lamelles ou feuillets secondaires; toutefois, sur quelques coupes, les cellules formant la rangée la plus externe, déjà plus aplaties que dans le stade précédent, se rapprochent ainsi davantage de la forme de fuseau qu'elles auront plus tard.

La couche intermédiaire se compose, comme sur l'œuf segmenté, du bourrelet annulaire et de la lame centrale; celle-ci est complète. La dilatation périphérique se présente sous deux aspects différents : sur certains œufs, elle

Digitized by Google

conserve la forme triangulaire qu'elle avait primitivement (pl. III, fig. 4 et 5); sur d'autres, un peu plus âgés, l'angle supérieur a disparu et le bourrelet présente, du côté du feuillet supérieur, une surface convexe (pl. III, fig. 6); en même temps son volume diminue. Les rapports du feuillet supérieur avec le bourrelet annulaire varient également; tantôt, et notamment à l'endroit où débute l'ébauche embryonnaire, le feuillet supérieur déborde ce bourrelet (fig. 4); tantôt le contour externe du feuillet supérieur se trouve au même niveau que la face externe du prisme (fig. 5); enfin, quand le bourrelet est devenu convexe, le feuillet supérieur forme, avec la portion du bourrelet qui le dépasse, un angle obtus (fig. 6).

Le feuillet supérieur et la couche intermédiaire sont-ils séparés, sur une partie de leur étendue, par une cavité germinative? Les figures 4 et 6 de la planche III pourraient le faire croire. Mais l'examen comparatif de mes préparations me porte, au contraire, à considérer la fente visible sur ces figures comme un simple accident, un produit artificiel. Le contour net de la face profonde de la couche supérieure et la correspondance des ondulations de cette face avec celles de la couche intermédiaire sous-jacente prouvent en effet qu'il s'agit ici d'un décollement plus ou moins étendu.

En résumé, on ne distingue, dans le stade que je décris en ce moment, que trois couches nettement délimitées : d'abord une couche supérieure ou périphérique, représentée par une seule rangée de cellules fusiformes; cette couche, qui ne représente pas un feuillet, mais une simple lamelle blastodermique, est l'homologue *de la membrane enveloppante* (*Umhüllungshaut* de Reichert, *Deckschicht* de Götte) de l'œuf des Batraciens. Les deux couches suivantes sont les deux vraies couches ou *feuillets embryonnaires primordiaux*, l'*exoderme* et l'*entoderme*. Je considère l'exoderme ou épiblaste, dans lequel je n'ai pu découvrir aucun indice de subdivision, comme l'ébauche des futurs feuillets sensoriel et moyen; je regarde l'entoderme ou hypoblaste comme destiné à devenir le feuillet muqueux ou trophique.

Mais le feuillet moyen ou mésoblaste est-il entièrement formé par l'exoderme; en d'autres termes, l'entoderme, tout en donnant naissance au feuillet muqueux, n'a-t-il pas d'autre rôle à remplir et ne forme-t-il pas, ou du moins ne concourt-il pas à former le troisième feuillet blastodermique secon-

Digitized by Google

daire ou feuillet vasculaire de von Baer? Ou bien n'est-il pas aux cellules blastodermiques proprement dites ce que les cellules du vitellus blanc ou parablastiques de His sont aux cellules de son archiblaste; ne prend-elle, par conséquent, aucune part à la formation des éléments conjonctifs et du sang? Sans nier cette participation, je dois reconnaître que jamais, dans mes préparations, je n'ai rien vu qui pût faire croire, soit à une division de ce feuillet, soit à une immigration de ses cellules dans les feuillets qui les recouvrent. Seulement, dans un stade plus avancé, alors qu'existent le cordon médullaire et la notocorde, les bourrelets périphériques ont changé d'aspect : dans leur masse devenue plus homogène, on ne distingue plus de noyaux ni de cellules, mais une rangée de cellules fusiformes, continue au feuillet trophique, en délimite le fond. Je reviendrai plus loin sur les feuillets blastodermiques.

L'existence, sur l'œuf de la Truite, d'une cavité distincte de celle de la segmentation et l'homologue, comme le fait remarquer OEllacher (nº 44, chap. III, p. 3), de la cavité blastodermique de l'œuf du Poulet, semble parfaitement démontrée aujourd'hui. Stricker, le premier, et depuis, Rieneck, Götte, Klein, OEllacher, Weil, la décrivent et la figurent, et il est aisé de se convaincre, en comparant les descriptions et les planches, que tous ont eu sous les yeux des objets analogues; seulement l'interprétation a quelque peu varié. Ainsi nous avons fait remarquer antérieurement que Rieneck compare à tort la cavité en question à celle décrite par Lereboullet; que l'expression (*cavité de segmentation*) usitée par Klein est, par conséquent, inexacte. Rieneck et Klein ont vu des cellules étendues entre la voûte et le globe vitellin et former ainsi des piliers en tout comparables aux prolongements sub-germinaux décrits par His dans l'œuf de la Poule. Weil (nº 46, pp. 4-5), mais surtout OEllacher et Götte décrivent avec soin la cavité blastodermique; OEllacher la représente sur des coupes longitudinales et transversales par rapport à l'axe de l'embryon (nº 44, pl. I, fig. 1-6; pl. II, fig. 1-4, H) et démontre en outre qu'elle est excentrique et non centrale, comme le croyaient ses prédécesseurs (voir Götte, nº 44, pp. 702-703).

La cavité germinative, destinée du reste à disparaître plus tard (Weil),

Digitized by Google

est-elle une formation caractéristique de l'œuf des poissons osseux en général? J'ai déjà dit pour quels motifs je ne crois pas à son existence dans l'œuf des Cyprinoïdes. Kupffer, non plus, n'a pu la découvrir sur les œufs des espèces examinées par lui. Il est vrai, comme le remarque Weil (n° 46, p. 4), que le professeur de Kiel n'a eu sous les yeux que des œufs vivants, où la faible transparence de la capsule, l'épaisseur relative du disque et le peu de profondeur de la cavité viennent compliquer l'observation. Outre des œufs vivants libres de leur enveloppe, j'ai eu à ma disposition des coupes microscopiques assez nombreuses, correspondant aux stades où, dans l'œuf de la Truite, la cavité blastodermique existe, et cependant c'est en vain que j'ai cherché à la découvrir.

TRANSFORMATIONS ULTÉRIEURES DE L'ÉCUSSON EMBRYONNAIRE.

Avant de retourner aux feuillets du blastoderme, il importe d'examiner quelques transformations ultérieures de l'écusson embryonnaire.

On a vu que cette partie du blastoderme appelée par Vogt bande primitive, à laquelle Lereboullet donne le nom de bandelette embryonnaire et que Kupffer et, à son exemple, OEllacher, désignent sous le nom d'écusson embryonnaire, parce qu'elle est l'homologue de l'aire centrale de l'œuf du Poulet et non de la bande primitive (*Primitivstreif*) de von Baer, est très-peu distincte du reste du blastoderme dans l'œuf des Cyprinoïdes et notamment dans celui du Gardon. Mais on a pu constater aussi que le premier indice de cet écusson est des plus manifestes et se trahit, en un point de la bordure blastodermique, par un épaississement de cette bordure et une dépression correspondante du globe vitellin (pl. II, fig. 9-10). La partie de l'écusson naissant, déprimant ainsi le vitellus, se présente, sur une coupe méridionale optique, sous forme de coin ou de carène; il importe de ne pas confondre cette carène avec la saillie désignée sous ce nom par Kupffer, qui apparaît plus tard et dont il sera question tout à l'heure.

Alors que le blastoderme a accompli son voyage autour du globe vitellin,

Digitized by Google

que le trou vitellaire a disparu ou est sur le point de disparaître, que l'"éminence céphalique existe (pl. II, fig. 11) et qu'il n'y a plus de trace de la bordure blastodermique, on distingue, sur les coupes transversales optiques de l'écusson embryonnaire (pl. II, fig. 12), une dépression vaguement indiquée, du reste : c'est le *sillon primitif* (*Primitivrinne*); d'abord visible à la partie antérieure de l'écusson, il se dessine bientôt sur toute la longueur de ce dernier. Vu de face, l'écusson présente, dans son milieu, une bandelette plus claire que les parties latérales et qui m'a paru un peu plus large en arrière qu'en avant (pl. II, fig. 13); elle occupe toute la longueur de l'aire embryonnaire, sauf un petit espace à la partie antérieure. Cette bandelette se distingue aussi sur les coupes transversales optiques du blastoderme, ce qui prouve qu'elle a son siége dans l'épaisseur de cette membrane. On ne peut l'attribuer à un amincissement du blastoderme par le sillon primitif, car les parties foncées qui la bordent présentent sensiblement la même épaisseur qu'à son niveau. Du reste j'ai constaté sur des œufs appartenant probablement au *Scardinius Erythrophthalmus,* une disposition toute différente. Sur certains de ces œufs, arrivés à un stade de développement sans doute un peu antérieur à celui de l'œuf de *Leuciscus rutilus* représenté figure 11, planche II, on voyait, sur la ligne médiane et dans le sens de l'axe embryonnaire, l'œuf étant placé de champ, non une ligne plus claire que les parties avoisinantes, mais, au contraire, une accumulation linéaire d'éléments plus foncés (pl. II, fig. 20); sur l'œuf vu de profil, on pouvait constater que ces éléments avaient bien leur siége dans le blastoderme. Je crois que, malgré leur aspect différent, la bandelette claire et la traînée de granules foncés ont la même signification. Je désignerai ces formations sous le nom de *ligne primitive,* car on peut les considérer comme les homologues de la ligne primitive (*Primitivstreif, Axenstrang*) de l'œuf de l'oiseau.

A la période de développement dont je m'occupe, l'œuf, considéré dans son ensemble, a pris une forme ovalaire. L'épaisseur de l'écusson embryonnaire a sensiblement diminué; cet écusson, qui occupe à peu près les trois quarts du vitellus, est devenu parfaitement distinct de la partie blastodermique non embryonnaire ou plutôt abdominale (pl. II, fig. 14); celle-ci est maintenant transparente, tandis que la partie embryonnaire proprement

Digitized by Google

dite est plus foncée, plus granuleuse. En voyant cette modification, on ne peut se défendre de l'idée que les cellules chargées de particules nutritives ont opéré une migration de la partie blastodermique extra-embryonnaire ou abdominale vers l'écusson. Dans un stade plus avancé (pl. II, fig. 18), ce contraste entre les portions écussonnaire et non écussonnaire du blastoderme est plus frappant encore.

On retrouve de plus, sur la plupart des œufs, une ouverture dans le blastoderme; c'est un reste du trou vitellaire. Ce trou vitellaire a une situation variable et qui prouve qu'on ne peut le considérer comme ayant la signification d'un anus primordial (pl. II, fig. 14).

J'ai fait remarquer que la ligne claire axiale, l'une des formes de la ligne primitive, a son siége dans le blastoderme et qu'on l'aperçoit sur les coupes transversales optiques de cette membrane dont elle semble occuper toute l'épaisseur. Un peu plus tard, devenue moins large et mieux délimitée, elle n'occupe plus, comme cela se voit sur les coupes transversales optiques de l'écusson (pl. II, fig. 16), qu'une partie de l'épaisseur du blastoderme; on a alors sous les yeux la *corde dorsale* située dans le mésoblaste et recouverte par l'épiblaste. A la partie antérieure de l'écusson embryonnaire qui correspond à l'extrémité céphalique, la corde dorsale fait défaut, et cette partie antérieure, épaissie en dedans sous forme de coin, déprime manifestement le vitellus sous-jacent : c'est la *carène de Kupffer;* on la découvre, soit sur les coupes transversales optiques (pl. II. fig. 15 et 17), soit sur l'œuf vu de profil (pl. II, fig. 18).

D'après von Baer, la formation de l'embryon s'annonce par l'apparition d'un sillon large, peu profond, de la partie moyenne duquel une carène saillante s'enfonce dans le vitellus sous-jacent. Deux fois seulement, l'auteur croit avoir vu un épaississement axial (*der Primtivstreifen*) peu manifeste précéder le sillon (nº 2, p. 12). Au sillon découvert par von Baer correspond évidemment celui observé sur l'œuf du Gardon; mais une saillie inférieure méritant le nom de carène n'apparaît, chez cette espèce, qu'à une époque plus tardive. L'épaississement axial entrevu par von Baer, épaississement peu prononcé et qu'il compare à la ligne primitive, serait-il

Digitized by Google

identique à la traînée foncée et à la bandelette transparente que moi aussi je considère comme les homologues de la *Nota primitiva?*

Lereboullet ne parle du sillon dorsal de l'œuf du Brochet que lorsque l'embryon déjà constitué comprend trois régions : la tête, le corps et la queue. « L'embryon, dit Lereboullet, se déprime le long de la ligne primi- » tive; il se forme une rigole qui règne dans toute sa longueur et qui s'élargit » en avant : cette rigole est le sillon dorsal. Cette rigole commence vers le » milieu du corps et se porte de là en avant et en arrière, en diminuant de » profondeur » (nº 15, p. 535, fig. 9-10). De carène déprimant le vitellus il n'est pas question. Il en est de même pour l'œuf de la Perche (nº 15, p. 553). Sur une bandelette embryonnaire de Truite, arrivée à une petite distance du pôle ovulaire et déjà en forme de cylindre au-dessus de la surface de l'œuf, Lereboullet trouve ce cylindre creusé d'une large dépression longitudinale, peu profonde, et dont les bords se redressaient latéralement de chaque côté. Au fond de cette dépression et dans une grande partie de la longueur du cylindre, on voyait *un ruban longitudinal d'une grande transparence, premier rudiment de la corde dorsale qui apparaît presque en même temps que le sillon* (nº 16, p. 140). Laissant de côté la forme de la bandelette embryonnaire qui sépare l'œuf de la Truite de celui des Cyprinoïdes, je trouve entre les particularités de cette bandelette signalées par Lereboullet et celles qui distinguent, à son origine, l'embryon du *Leuciscus*, une analogie frappante : dans les deux cas, apparition du sillon dorsal; dans les deux cas aussi se montre, presque en même temps que ce sillon, un ruban longitudinal d'une grande transparence, premier rudiment de la corde dorsale. Ajoutons, pour compléter le parallèle que Lereboullet ne parle pas de carène déprimant le vitellus.

Pour Kupffer, au contraire, la carène précède le sillon dorsal, et cela aussi bien sur l'œuf de l'Épinoche que sur celui des espèces du genre *Gobius*. Chez l'Épinoche, la carène trahit d'abord sa présence, sur l'œuf vu de champ, par l'apparition de deux lignes foncées, parallèles à la ligne médiane de l'écusson et limitant un ruban médian plus clair. En avant, les deux lignes se recourbent en arc et se fusionnent, de manière à délimiter nettement l'extrémité antérieure de la bandelette, extrémité un peu distincte de

Digitized by Google

celle de l'écusson; en arrière, par contre, vers le bord libre de la bordure embryonnaire, la bandelette disparaît. C'est ce que Kupffer désigne sous le nom de *ligne primitive* de l'Épinoche, si l'on veut donner ce nom à une formation qui indique tout d'abord la direction de l'axe embryonnaire (n° 35, fig. 6). Je dois faire remarquer que la traînée pigmentée ou la bandelette claire auxquelles j'ai cru devoir donner le nom de ligne primitive, sont différentes de la formation observée par Kupffer et antérieures à la carène. En effet, pour le savant professeur de Kiel, l'image qu'on a sous les yeux serait une sorte d'illusion d'optique et n'aurait pas son siége dans le blastoderme; les lignes foncées limitant le ruban clair médian correspondraient aux faces latérales de la carène, ce dont on peut s'assurer, dit l'auteur, en éloignant et en rapprochant successivement l'objectif de l'objet sous le champ (p. 233). Ce que j'ai observé sur l'œuf du *Leuciscus* me permet d'avancer :

1° Que, chez cette espèce, la bandelette claire (ligne primitive) apparaît en même temps ou à peu près en même temps que le sillon dorsal;

2° Qu'elle est antérieure à la carène et entièrement indépendante de cette dernière;

3° Que lorsque plus tard la carène existe, on peut s'assurer facilement sur les coupes transversales optiques de l'écusson, que cette ligne claire a son siége dans le blastoderme. J'ajouterai, à ce propos, ce que disait déjà von Baer, en parlant de la corde dorsale : « Um die Wirbelsaite von den beiden » Schatten zu unterscheiden, welche die Wände der Rückenfurche geben, » muss man das Ei drehen, wobei es sich ergibt, dass jene in der Tiefe » liegt » (n° 2, p. 12). Donc pour l'œuf de la Perche (espèce observée par von Baer) comme pour celui du Gardon, la bandelette claire est indépendante du sillon et de la carène.

A l'endroit, dit Götte, où le bord du blastoderme s'infléchit en dedans, commence l'ébauche embryonnaire. Alors que les trois feuillets sont distincts, apparaît, dans l'axe embryonnaire, un faible sillon reposant sur un épaississement des feuillets supérieur et moyen, de sorte que la face inférieure fait saillie en forme de carène (n° 50, p. 405). Ici donc, encore une fois, l'apparition du sillon et celle de la carène sont signalées comme marchant de pair.

Digitized by Google

La ligne de cellules plus foncées observée chez le *Scardinius* et la bandelette pâle qui, dans l'œuf du Gardon, précède la corde dorsale, sont-elles comparables au cordon axial ou axile (*Axenstrang*) décrit par OEllacher chez la Truite? Quoique mes coupes d'œufs durcis ne m'aient donné aucun renseignement à cet égard, je crois pouvoir répondre affirmativement et voici pourquoi :

1° La traînée axiale plus foncée est visible même avant le sillon, et la bandelette claire se montre en même temps que ce dernier; or OEllacher trouve déjà son cordon axile sur les coupes transversales de la première ébauche embryonnaire, c'est-à-dire avant la formation de l'écusson;

2° La ligne primitive occupe, autant que l'examen d'œufs vivants permet de l'affirmer, toute l'épaisseur du blastoderme (dont il faut excepter probablement la membrane enveloppante); le cordon axile d'OEllacher correspond à l'endroit où les feuillets sensoriel et inférieur (ce dernier correspondant aux futurs feuillets moyen et inférieur) sont confondus; il occupe par conséquent aussi toute l'épaisseur du blastoderme;

3° Plus tard on voit la bandelette claire devenir la corde dorsale; c'est aussi ce qui arrive, d'après OEllacher, du cordon axile de plus en plus refoulé à la face inférieure du blastoderme. OEllacher dit que, chez la Truite, il n'a pu constater manifestement la présence d'une carène avant la formation du sillon dorsal, et il considère ce sillon comme la conséquence de la formation de la carène (n° 44, pp. 23 et 26).

L'examen de quelques coupes microscopiques d'œufs durcis m'a donné les résultats suivants : sur des œufs correspondant à peu près à ceux des stades représentés planche II, figures 13-15, une tranche mince, parallèle à l'axe de l'embryon donne une image représentée partiellement planche III, figure 7. Au niveau de la région dorsale, les cellules formant la rangée la plus externe du blastoderme (lamelle enveloppante), parfaitement différenciées des cellules sous-jacentes, sont devenues franchement fusiformes; leur noyau est plus volumineux que celui des cellules blastodermiques proprement dites; souvent on les voit détachées par places de la masse cellulaire qu'elles revêtent. Les éléments de cette masse ont conservé leurs caractères

Digitized by Google

essentiels, seulement leur contenu est devenu plus transparent, moins riche en granulations. Rien encore n'indique, dans cette masse, une division en feuillets distincts. Je n'ai pu découvrir nulle trace, sur les coupes longitudinales ou transversales, du cordon axile visible, à cette époque, sur l'œuf vivant. Le feuillet primaire interne ou entoderme (couche intermédiaire) est indiqué par une traînée de noyaux assez régulièrement espacés; en se rapprochant de la partie embryonnaire ventrale, amincie, on trouve, sur le trajet de cette couche, une dilatation fusiforme granuleuse; cette dilatation indique-t-elle que la coupe a passé à côté de la ligne axiale en traversant le bourrelet périphérique?

Dans la région ventrale du même embryon (pl. III, fig. 8), on distingue manifestement sous la lamelle enveloppante (*m. e.*), trois feuillets embryonnaires : le sensoriel ou feuillet neuro-dermal (*f. s.*), formé de cellules transparentes, peu ou pas granuleuses; le moyen (*f. m.*) d'aspect granuleux; l'inférieur (*c. i.*) représenté par des cellules fusiformes à noyau volumineux, ovalaire.

Je n'ai pu constater, par l'examen de coupes transparentes d'œufs durcis plus âgés que les précédents, la formation, dans la région dorsale embryonnaire, des feuillets sensoriel et moyen aux dépens du feuillet primaire externe sous-jacent à la lamelle enveloppante; ces coupes ne m'ont pas permis de distinguer clairement ces deux feuillets, alors même qu'elles étaient pratiquées sur des œufs où, pendant la vie, le mésoblaste était nettement séparé du feuillet sensoriel ou neuro-dermal sur les coupes transversales optiques (pl. II, fig. 16).

La présence de la couche intermédiaire (feuillet muqueux) à la paroi abdominale de l'embryon prouve que cette couche accompagne le blastoderme proprement dit dans son voyage vers le pôle inférieur de l'œuf. Toutefois je dois faire remarquer que ce déplacement n'a pas lieu pour le bourrelet périphérique qui ne dépasse pas les limites latérales de la région dorsale de l'embryon. On peut s'en assurer en jetant un coup d'œil sur les figures 15 et 16 de la planche I, représentant, la première une coupe transversale de la région dorsale chez un embryon de l'âge de celui représenté planche II, figure 18, le second une coupe transversale de la même région d'un embryon

Digitized by Google

intermédiaire entre ceux représentés figures 18 et 19, planche II. Sur ces deux coupes, on distingue, sous la membrane enveloppante enlevée par places, le cordon médullaire qui, soit dit en passant, est d'abord plein, comme cela s'observe chez les poissons osseux en général, fait suffisamment prouvé par les recherches de Kupffer, Weil, Klein, OEllacher et d'autres. De chaque côté du cordon, est une masse cellulaire dans laquelle rien n'indique une séparation en vertèbres primitives et lames latérales. Sur la figure 15, le cordon médullaire atteint inférieurement le feuillet muqueux (couche intermédiaire), excepté à la partie moyenne où se voit un rudiment de corde dorsale en contact immédiat avec ce feuillet. Sur la figure 16, le cordon médullaire aboutit à une notocorde plus développée, plus large, séparée elle-même du feuillet inférieur (couche intermédiaire) par une rangée de cellules provenant des masses latérales qui entourent la moelle primordiale. De chaque côté, ces masses latérales sont soulevées par le bourrelet périphérique, convexe en dessus, concave par sa face en contact avec le globe vitellin; comme je l'ai déjà dit, on ne distingue plus, dans ce bourrelet, des noyaux ou des cellules, mais une rangée de cellules fusiformes (fig. 16) se continuant avec le feuillet muqueux (partie amincie de la couche intermédiaire) en délimite le fond ou la face vitelline. Ces cellules et leurs noyaux deviennent de plus en plus petits ou, pour mieux dire, s'aplatissent de plus en plus, en allant de l'extrémité externe du bourrelet vers l'axe embryonnaire. Le bourrelet lui-même diminue de l'extrémité céphalique vers l'extrémité caudale de l'embryon.

Les auteurs qui se sont occupés de l'embryologie des poissons osseux sont loin d'être d'accord sur l'origine des feuillets blastodermiques. Götte (n° 50, p. 700) partage en trois groupes les divers résultats obtenus. J'accepte sa division, en intervertissant toutefois l'ordre adopté par l'auteur et en ajoutant, à ses trois groupes, un quatrième groupe où se range la manière de voir de Götte lui-même.

D'après l'opinion la plus ancienne, celle de Rathke (n° 1) et de von Baer (n° 2), le blastoderme se partage en deux feuillets, un supérieur, le feuillet séreux, un inférieur, le feuillet muqueux; de ce dernier se détache, plus

Digitized by Google

tard, le feuillet moyen ou vasculaire. Je trouve aussi, à l'origine, deux feuillets : un supérieur dont se détache de bonne heure la membrane enveloppante, un inférieur (ma couche intermédiaire) destiné à devenir le feuillet muqueux; mais ce feuillet muqueux ne dérive pas, comme pour Rathke et von Baer, de la division du blastoderme segmenté d'abord indivis; en outre je vois le feuillet moyen résulter de la division du feuillet supérieur (feuillet animal ou séreux) et non du feuillet muqueux dont Rathke et von Baer le font descendre. Il est vrai que je n'écarte pas la possibilité d'une intervention de mon feuillet inférieur (couche intermédiaire) dans la formation des éléments morphologiques du sang; ce qui autorise, jusqu'à un certain point, un rapprochement entre ce feuillet et le feuillet vasculaire de von Baer.

Dans le deuxième groupe (le troisième de Götte), se rangent les résultats obtenus par Stricker (nº 26), Rieneck (nº 36), Klein (nº 42), OEllacher (nº 44), Weil (nº 46). Ce fut un élève de Stricker, Rieneck, qui le premier décrivit des coupes microscopiques d'œufs durcis de poissons, et les auteurs que je viens de nommer, qui l'ont suivi dans cette voie, sont arrivés à des résultats à peu près identiques. Mais il est à remarquer que tous ces embryologistes ont étudié la même espèce, à savoir la Truite. Pour tous, les feuillets embryonnaires proviennent d'une séparation horizontale du blastoderme (mon feuillet supérieur). Ainsi Stricker, Rieneck, Klein, OEllacher, Weil, distinguent à une époque qui correspond à peu près à la formation de la cavité blastodermique, une couche délimitante externe, formée de cellules aplaties, fusiformes, l'homologue de la couche limitante que je trouve sur l'œuf des cyprinoïdes. Ils sont aussi d'accord pour admettre qu'il existe, sur le plancher de la cavité blastodermique, quelques cellules issues également de la segmentation du disque et présentant certains caractères spéciaux. Rieneck, Stricker et Weil les considèrent comme des cellules détachées de la voûte qui surplombe la cavité blastodermique et émigrant, plus tard, dans le rebord épaissi de la calotte du blastoderme. Dans ce rebord épaissi, on distingue d'abord deux couches, l'une supérieure, le vrai feuillet sensoriel, l'autre destinée à donner bientôt naissance aux feuillets moyen et intestino-glandulaire. Ainsi, ce qui distingue la manière de voir de ces différents

Digitized by Google

auteurs de la mienne, c'est que, pour eux, la masse cellulaire sous-jacente à la lamelle enveloppante devient l'origine des trois feuillets, le sensoriel, le moyen et l'inférieur, tandis que je considère cette même masse comme ne produisant que deux feuillets, le sensoriel et le moyen.

OEllacher aussi partage l'opinion de Stricker et de ceux de son école, mais il arrive à des résultats un peu différents en ce qui concerne les cellules soi-disant détachées de la voûte recouvrant la cavité blastodermique. Or, eu égard à leur siége et à d'autres caractères, je crois trouver une certaine ressemblance entre les cellules décrites par OEllacher et celles de mon feuillet muqueux. D'après OEllacher, un processus, qui débute au moment de la formation de la cavité blastodermique et qui marche de pair avec l'amincissement de la voûte surplombant cette cavité, consiste en ce que des cellules en assez grand nombre se détachent de la face inférieure du blastoderme et tombent sur le plancher de la cavité. Toutefois ces cellules ne restent point sur ce plancher, mais pénètrent (*graben sich*) dans les couches les plus superficielles du vitellus. Ces cellules sont surtout apparentes dans les préparations traitées par le carmin et prennent alors une coloration plus intense que le vitellus. OEllacher ne peut affirmer si toutes les cellules détachées de la voûte blastodermique plongent dans le vitellus; toutefois il est porté à croire que telle est la destinée du plus grand nombre de ces éléments. Il ne peut non plus avancer avec certitude si toutes les cellules trouvées dans le vitellus sont originaires de la face inférieure de la voûte blastodermique : en effet celui-ci renferme des cellules en dehors des limites de la cavité blastodermique, même en dehors du blastoderme (n° 44, fig. 1, 4, z''). La présence de ces cellules peut s'expliquer par une migration de celles situées dans le vitellus sous-jacent à la cavité, mais aussi par une séparation de certaines cellules du blastoderme, là où il recouvre immédiatement le globe vitellin. Toutefois la surface toujours lisse du bourrelet blastodermique et la délimitation nette entre l'ébauche embryonnaire et le vitellus infirment quelque peu cette dernière hypothèse. L'auteur a vu ces cellules persister longtemps dans le vitellus : il les trouve encore en grand nombre, surtout dans la partie postérieure de l'embryon, à une époque où le cœur est déjà formé et où la vascularisation du sac embryonnaire a commencé. Elles s'accroissent nota-

Digitized by Google

blement dans le vitellus, pendant le développement embryonnaire, et présentent, sur les coupes de préparations durcies, les formes les plus variées; sur les coupes sagittales notamment, elles se montrent souvent comme des stries très-allongées situées sous le disque. Disons enfin qu'OEllacher croit que ces cellules se multiplient par division.

Ces détails sur la manière dont OEllacher comprend les cellules en question étaient nécessaires pour saisir le rapprochement que je crois pouvoir établir entre ces cellules et ma couche intermédiaire (feuillet muqueux). On a vu, par ce qui précède, que les cellules dont parle l'embryologiste allemand se trouvent, dans la partie périphérique du globe vitellin, en contact avec le germe, c'est-à-dire *dans cette couche d'une substance ayant l'aspect de celle du germe, mais plus grossièrement granuleuse* et que déjà j'ai signalée comme étant probablement l'homologue de ma couche intermédiaire. D'autre part, je crois que les cellules d'OEllacher, eu égard à leur siége et leurs caractères morphologiques correspondent aux noyaux de cette couche; les formes les plus variées que l'auteur assigne à ces cellules distinguent aussi, surtout à une certaine époque, les noyaux de mon feuillet muqueux. OEllacher, il est vrai, attribue aux cellules enfouies dans le vitellus une origine toute différente de celle que j'admets pour la couche intermédiaire; mais il importe de remarquer que le savant embryologiste, comme on l'a vu plus haut, n'est pas entièrement édifié sur la vraie source des cellules en question. D'un autre côté, tout rapprochement entre les cellules enfouies dans le vitellus (OEllacher) et ma couche intermédiaire devient impossible, si l'on considère leur destination : en effet, tandis que la couche intermédiaire devient le feuillet muqueux, les cellules d'OEllacher ne participent en rien à la formation des feuillets blastodermiques.

Dans le troisième groupe, se range la manière de voir de Götte. D'abord dans une communication préalable (n° 40), puis dans un travail plus étendu (n° 50), Götte décrit, à son tour, le développement et les premières modifications du blastoderme de l'œuf de la Truite. Dans le blastoderme qui commence à envahir le globe vitellin, l'auteur distingue d'abord une rangée cellulaire interne ou couche de revêtement (*Deckschicht*), des autres cellules formant la plus grande masse du blastoderme et auxquelles il

Digitized by Google

donne le nom de couche fondamentale (*Grundschicht*) et aussi de couche blastodermique primitive (*primitive Keimschicht*). Bientôt après la formation de la cavité germinative (*Keimhöhle*), la couche blastodermique se recourbe en dessous, d'abord au niveau de la partie embryonnaire du bourrelet marginal (*vom Embryonaltheile des Randwulstes*), puis sur le reste de la périphérie ; d'où la formation d'une deuxième couche, la couche blastodermique secondaire (*secundäre Keimschicht*), réunie à la couche blastodermique primaire à l'endroit du bord marginal plus épais. Quand la couche secondaire est complète, on y distingue, comme dans la primaire, une zone externe plus forte et une zone centrale plus mince.

Si on laisse de côté la lame de revêtement (*Deckschicht*) qui correspond à ma lamelle enveloppante, on voit que Götte admet comme moi l'existence de deux couches blastodermiques principales, précédant la formation des feuillets embryonnaires proprement dits. Les couches primaire et secondaire de Götte correspondent-elles, la première à ma couche principale ou feuillet externe, la seconde à la couche intermédiaire ? L'auteur répond lui-même : « Eben so wenig vermag ich in der Vermuthung von Bambeke's dass die » Mitte seiner couche intermediaire aus dem Randwulste hervorwachse, » eine Bestätigung der bezüglichen Angabe meiner vorläufigen Mittheilung » anzuerkennen, da er jene Keimschicht aus dem Dotter ableitet » (n° 50, p. 701). Il est un autre motif qui m'empêche de retrouver mes deux couches blastodermiques principales dans celles décrites par le savant embryologiste allemand : en effet, pour Götte, la couche blastodermique primaire devient le feuillet sensoriel, la couche secondaire donne naissance aux feuillets moyen et muqueux.

Un mot maintenant de la couche délimitante de Götte. D'après lui (n° 50, pp. 685-686), la rangée cellulaire externe ne constitue pas un feuillet blastodermique dans le sens généralement attribué à ce mot, mais une couche différenciée du reste du germe, probablement sous l'influence du milieu ambiant, et destinée à se confondre intimement, après l'apparition et les premières transformations des feuillets embryonnaires, avec le plus externe de ces feuillets. Il ne peut donc admettre l'assimilation de la rangée cellulaire en question et propre aux œufs se développant dans l'eau, avec le

Digitized by Google

feuillet corné de Remak; cette rangée mérite, d'après lui, le nom de couche de recouvrement ou de délimitation (*Deckschicht*) du feuillet externe, par opposition à la couche fondamentale (*Grundschicht*) qu'elle recouvre. Je crois devoir rappeler, à ce propos, ce que je disais dans mes *Recherches sur le développement du Pélobate brun :* « Je lui (au feuillet externe) conserverai » le nom de membrane enveloppante que lui a donné Reichert; » en effet, quoiqu'il ne serve pas uniquement, pour la larve, d'organe de protection, *il n'est pas cependant l'équivalent du feuillet corné* (Hornblatt) *de Remak*, nom donné, comme on sait, par cet auteur, à la partie périphérique de son feuillet sensoriel chez les vertébrés supérieurs; mais nous verrons *qu'il partage ce rôle avec la portion périphérique du feuillet sous-jacent* [1]. Et plus loin : « J'ai dit plus haut que le feuillet externe et la partie périphérique du » feuillet sensoriel se partagent, chez le Pélobate, le rôle dévolu au feuillet » corné des vertébrés supérieurs et que, pour ce motif, je conservais à l'ex- » terne le nom de membrane enveloppante [2]. » Enfin, revenant encore une fois sur ce sujet, j'écrivais ce qui suit : « La membrane enveloppante et le » feuillet sensoriel sont, par conséquent, deux lames distinctes, conservant » toujours leur autonomie; et si, *jusqu'à un certain point,* il est permis » de dire qu'ils remplacent le feuillet sensoriel indivis des vertébrés supé- » rieurs, *il n'en est pas moins vrai que les assimiler à ce dernier est impos-* » *sible* [3]. »

Enfin dans un quatrième groupe (le deuxième de Götte) se range l'opinion des auteurs qui, comme Vogt, Lereboullet, Kupffer, Owsjannikow, Balfour (?) admettent que le blastoderme issu de la segmentation vitelline se partage en deux feuillets seulement, tandis qu'un troisième feuillet, l'inférieur, apparaît indépendamment de ce blastoderme. Examinons en quoi les résultats obtenus par les partisans de cette manière de voir concordent avec les nôtres, en quoi ils en diffèrent. Nous retrouvons d'abord notre couche limitante, dans la couche simple de cellules pavimenteuses que Vogt distingue des cellules embryonnaires proprement dites et qu'il désigne sous

[1] *Loc. cit.*, p. 29.
[2] Page 44.
[3] *Loc. cit.*, p. 45.

Digitized by Google

le nom de couche épidermoïdale (n° 7, p. 48). Plus tard, quand déjà existe la corde dorsale, Vogt décrit un feuillet inférieur de grosses cellules, duquel naîtront, d'après lui, l'intestin et les reins primitifs (p. 152). Correspond-il à notre feuillet muqueux, ou faut-il chercher l'homologue de ce feuillet dans une couche cellulaire spéciale immédiatement en contact avec le vitellus et recouverte par la membrane du sac vitellin, la couche hématogène ? Il serait difficile de le dire, d'autant plus, comme OEllacher le remarque avec justesse, que Vogt semble attacher peu d'importance au rôle dévolu aux feuillets embryonnaires, dans la formation des divers organes.

Lereboullet, dans le résumé des observations de son article 1er, du chapitre II, sur le développement du Brochet (n° 15, p. 498), s'exprime comme suit : « Quand le blastoderme a envahi les trois quarts du vitellus, il se » compose de *cellules épidermoïdales* cohérentes, qui forment à sa surface » une membrane continue, et de cellules embryonnaires qui constituent ses » deux feuillets. — Il existe sous le blastoderme une membrane particu- » lière qui s'en détache facilement, et qui se compose de cellules distinctes » des cellules blastodermiques [1]. » Cette membrane interne, qui pour Lereboullet représente le feuillet muqueux des auteurs, est mince, de couleur jaunâtre, et composée de cellules rondes ou ovales que la coagulation rend irrégulières. Ces cellules sont assez éloignées les unes des autres, et réunies par une matière amorphe qui se coagule dans l'eau acidulée. Ici encore, les cellules épidermoïdales correspondent à notre lamelle enveloppante, les cellules blastodermiques à notre couche supérieure; enfin, comme nous l'avons déjà fait remarquer antérieurement, nous croyons retrouver, dans la membrane sous-blastodermique de Lereboullet, notre couche intermédiaire ; avec Lereboullet, nous considérons cette couche comme correspondant au feuillet muqueux des auteurs.

Lereboullet arrive aux mêmes résultats pour l'œuf de la Perche, où il voit les cellules du blastoderme se différencier de très-bonne heure; les plus superficielles, qui sont aussi les plus grandes, constituent les *cellules épider-*

[1] C'est par erreur qu'OEllacher dit, en reproduisant l'opinion de Lereboullet : « Unter dem » Blastoderm befindet sich eine eigene Membran, die sich von ihm leicht ablöst und *aus deut-* » *lichen Blastodermzellen* besteht » (n° 43, p. 8).

Digitized by Google

moïdales ; tandis que les autres, beaucoup plus nombreuses, sont les *cellules embryonnaires.* Et parlant de son feuillet inférieur, il dit : « Cette nouvelle » membrane, que je regarde comme le *véritable feuillet muqueux ou feuillet* » *végétatif,* n'a, dans l'origine, aucune espèce de connexion avec le blasto- » derme » (nº 15, p. 511, § 8). Enfin, dans les recherches sur le développement de la Truite, nous retrouvons encore une fois les cellules épidermoïdales, les cellules embryonnaires et le disque muqueux (nº 16, p. 139).

Kupffer aussi (nº 35, pp. 243 et suivantes) distingue trois feuillets : un supérieur, un moyen et un inférieur. Son feuillet supérieur n'a pas la signification des cellules épidermoïdales de Vogt et de Lereboullet ni, par conséquent, de notre lamelle enveloppante. En effet, Kupffer fait naître le système nerveux central de la partie moyenne épaissie de ce feuillet, et il réserve le nom de lame cornée aux parties latérales du même feuillet. Le feuillet moyen, dans les espèces observées par Kupffer (*Gasterosteus, Gobius*), naîtrait d'un dédoublement de la lame cornée ; le feuillet supérieur de Kupffer correspondrait, par conséquent, eu égard à sa destination, à notre couche supérieure ou feuillet primaire externe qui, lui aussi, donne naissance aux feuillets sensoriel et moyen. On a vu antérieurement que le professeur de Kiel croit pouvoir rapprocher la zone nucléaire observée par lui chez l'Épinoche, du feuillet inférieur ou muqueux de Lereboullet ; cependant l'auteur dit plus loin qu'il ne saurait se prononcer sur la véritable origine, ni sur l'époque d'apparition de son feuillet inférieur : « So bestimmt ich » nun von dem mittleren Blatte aussagen kan, dass es bei diesen Fischen » in der oben geschilderten Weise durch Spaltung von dem Hornblatte » entsteht, so zurückhaltend muss ich mich hinsichtlich der Entstehung des » dritten Blattes äussern » (p. 245).

Nous savons déjà que, pour Owsjannikow, des cellules distinctes de celles de l'archiblaste prennent part à la formation embryonnaire. D'abord ces cellules ne constituent pas une couche spéciale, comparable à notre couche intermédiaire : « Sie kommen einzeln wie sporadisch, besonders um » Oeltropfen, oder gruppenweise vor » (nº 49, p. 234, fig. 1). Dans un stade plus avancé, beaucoup de ces cellules sorties du parablaste se rencontrent alors entre le globe vitellin et le feuillet sensoriel, en rangée régu-

Digitized by Google

lière et paraissant former un feuillet spécial (fig. 2). Mais l'auteur ne se prononce pas sur la signification de cette rangée cellulaire ; il s'occupera, dans un autre travail, de la part dévolue aux cellules archiblastiques et aux cellules parablastiques, dans la formation embryonnaire.

Balfour croit ses observations trop incomplètes pour lui permettre d'affirmer quelle est la destination finale des cellules sous-jacentes au blastoderme ; toutefois ce qu'il dit de la destination probable de ces cellules se rapproche assez de notre manière de voir. L'auteur s'exprime comme suit à ce sujet : « Probably a large number of them are concerned in the formation of the » vascular system, but I will give reasons later on for believing that some » of them are concerned in the formation of the walls of the digestive canal » and of other parts » (n° 53, p. 330). Balfour revient sur ce point, p. 344 (voir aussi pl. XIII, fig. 6*a*, 6*b*, et pl. XIV, 7*b*, *n. a.*) et cherche à démontrer que les cellules servant au développement du fond ou de la paroi ventrale du canal alimentaire dérivent de la couche nucléaire sous-jacente au blastoderme. Ajoutons, à ce propos, que Balfour a également constaté, dans le germe du Poulet, la continuité de l'hypoblaste avec les globes périphériques du vitellus blanc, et qu'il admet une transformation directe de ces globes en cellules du feuillet inférieur [1].

Déjà nous avons fait remarquer que Götte distingue, à une certaine époque, dans le disque germinatif de l'œuf du Poulet, deux couches : une supérieure, le germe (*Keim*) et une inférieure constituée par les cellules vitellines (*Dotterzellen*). Nous avons comparé la couche supérieure à notre feuillet primaire ou fondamental supérieur, et les cellules vitellines ou la couche inférieure de Götte à notre couche intermédiaire. Seulement Götte attribue à ses deux couches une destinée différente de celle que nous observons chez les Cyprinoïdes : en effet, le germe de Götte devient l'origine des trois feuillets embryonnaires et les cellules vitellines forment les premiers éléments morphologiques du sang ; tandis que nous voyons, chez les Cyprinoïdes, la couche intermédiaire donner naissance au feuillet inférieur ou muqueux, peut-être

[1] *The Development and Growht of the layers of the Blastoderm* QUARTERLY JOURNAL OF MICROSCOPICAL SCIENCE, July, 1873, p. 273, pl. XI, fig. 4 et 5.)

Digitized by Google

aux éléments anatomiques du sang, et le germe proprement dit ne produire que les feuillets supérieur et moyen. Observons toutefois que, d'après le savant allemand, *le feuillet inférieur se soude à la circonvallation blastodermique* (Keimwall) [1]; or ce feuillet rappelle alors, avec la dilatation périphérique que lui forme la circonvallation, notre feuillet inférieur ou couche intermédiaire avec sa partie centrale (feuillet muqueux) et son bourrelet périphérique; nous venons de voir d'ailleurs que Balfour admet la continuité du feuillet inférieur avec le vitellus blanc et le concours des sphères de ce vitellus à la formation des cellules hypoblastiques.

Nous croyons pouvoir résumer, comme suit, la formation des feuillets et des lamelles embryonnaires chez les Cyprinoïdes. D'abord apparaissent deux feuillets blastodermiques primaires ou fondamentaux, les homologues des deux feuillets de la *gastrula*, et présentant, dès l'origine, ce contraste morphologique qu'on observe, entre ces deux feuillets, chez la plupart des espèces animales. Ces feuillets sont : I, le feuillet primaire externe (feuillet animal de von Baer — Exoderme ou Épiblaste, Huxley — *Lamina dermalis,* Haeckel); II, le feuillet primaire interne (feuillet végétatif, von Baer — entoderme ou hypoblaste, Huxley — *Lamina gastralis,* Haeckel). De bonne heure, on voit se différencier du feuillet primaire externe une couche cellulaire simple, la lamelle enveloppante (couche épidermoïdale de Vogt et Lereboullet — *Deckschicht* de Götte), l'homologue de celle des Amphibiens. Le reste du feuillet primaire externe se partage, à son tour, en deux feuillets : 1° le feuillet sensoriel (Stricker) (*Lamina neurodermalis,* premier feuillet blastodermique secondaire, Haeckel) et 2° le mésoblaste ou mésoderme. Ce dernier donne naissance au deuxième et (?) au troisième feuillet blastodermique secondaire.

Le feuillet primaire interne correspond au quatrième feuillet blastodermique secondaire (feuillet muqueux de Lereboullet, *Lamina mycogastralis,* Haeckel) et peut-être forme-t-il ou concourt-il à former la lamelle vasculaire de von Baer, c'est-à-dire le troisième feuillet blastodermique secondaire. (Voir le tableau ci-après.)

[1] *Loc. cit.*, pp. 171 et 181.

Digitized by Google

I

Feuillet primaire externe (*Feuillet animal*, von Baer; *Exoderme* ou *Épiblaste*, Huxley; *Lamina dermalis*, Haeckel.)

- *a.* . . . . LAMELLE ENVELOPPANTE. (*Couche épidermoïdale*, Vogt, Lereboullet, *Deckschicht*, Götte.)
- *b.* FEUILLET PRIMAIRE EXTERNE proprement dit.
  - . . . . 1er FEUILLET SENSORIEL, Stricker. (*Premier feuillet blastodermique secondaire*, Haeckel.)
  - FEUILLET MOYEN (*mésoderme*) formant le . . . 2e FEUILLET BLASTODERMIQUE SECONDAIRE, Haeckel.
  - et peut-être le → 3e FEUILLET BLASTODERMIQUE SECONDAIRE, Haeckel.

II

Feuillet primaire interne (*Entoderme*) formant le . . . . 4e FEUILLET BLASTODERMIQUE SECONDAIRE, Haeckel. (*Feuillet muqueux*, Lereboullet.)

et peut-être le . . . . → 3e FEUILLET BLASTODERMIQUE SECONDAIRE, Haeckel.

BIBLIOGRAPHIE.

NOTA. J'ai joint à cette liste bibliographique les travaux embryologiques sur l'*Amphioxus* et les *Cyclostomes*.

Nos.	TITRES DES OUVRAGES.	ESPÈCES OBSERVÉES.	*Remarques.*
1	H. Rathke, *Bildungs- und Entwickelungsgeschichte des Blennius viviparus oder des Schleimfisches.* (Abhand. zur Entwickelungsgeschichte, Bd 2, erste Abhandl., S. 1-68, Tab. I, II, III, IV und V. Leipzig, 1833.)	*Blennius viviparus.*	
2	Karl Ernst von Baer, *Untersuchungen über die Entwickelungsgeschichte der Fische* nebst einem Anhange über die Schwimmblase, 4° mit einer Kupfertafel und mehreren Holzschnitten im Texte. Leipzig, 1835.	La Perche et plusieurs espèces de cyprinoïdes, mais plus particulièrement le *Blicca Björkna*, Lin.	
3	Mauro Rusconi, *Erwiderung auf einige kritische Bemerkungen des Hernn von Baer über Rusconi's Entwickelungsgeschichte des Froscheies.* In Briefen an Hrn Prof. E. H. Weber. (Müller's Archiv, 1836, S. 205, Tab. VII und VIII.) A aussi paru en italien : *Lettera del Dottore Mauro Rusconi al Signor Enrico Weber,* etc. (Estratto degli Annali universali di medicina, etc., Febbrajo et Marzo 1835, con una Tavola, Milano.)	*Perca fluviatilis* . . .	A la fin de la première lettre (pp. 208-210), l'auteur s'occupe du développement de la Perche. Les figures 1-7 de la planche VII se rapportent à cet objet.
4	Mauro Rusconi, *Ueber die Metamorphosen des Eies der Fische vor der Bildung des Embryo.* (Müller's Archiv f. Anat. u. Physiol., 1836, S. 278-288, Taf. XIII.) — Lettre sur les changements que les œufs des poissons éprouvent avant qu'ils aient pris la forme d'embryon, adressée à M. Weber. (*Ann. des sc. natur.*, 2e série, vol. V, 1836.)	*Cyprinus tinca*, L.; *Cyprinus alburnus*, L.; *Cyprinus gobio*, L.; *Perca fluviatilis.*	En ce qui concerne le *Cyprinus gobio*, l'auteur ne parle que de la manière dont s'effectue la ponte. Dans une note à la page 287, il complète en partie ce qu'il a dit ailleurs du développement de la Perche.
5	Mauro Rusconi, *Sur la fécondation artificielle opérée chez les poissons et sur les métamorphoses qui arrivent dans l'œuf de ces animaux avant qu'ils aient pris la forme de l'embryon ;* lettre adressée à Gasp. Brugnatelli. (Ann. des sc. nat., 2e série, vol. IV, 1835, p. 183.) — *Ueber künstliche Befruchtung von Fischen, und über einige neue Versuche,* etc. Vierter Brief an Herrn Prof. E. H. Weber. (Müller's Archiv, 1840, S. 185-193, Taf. V.)	*Esox Lucius.*	

Digitized by Google

Nos.	TITRES DES OUVRAGES.	ESPÈCES OBSERVÉES.	*Remarques.*
6	FILIPPO DE FILIPPI, *Memoria sullo Sviluppo del Ghiozzo d'Acqua dolce* (*Gobius fluviatilis*), *con tav.* Milano, 1841. (Estrat. dagli Annali Universali di Medicina, etc., Agosto, 1841.) — *Ueber die Embryogenie der Fische* (Isis, 1843, S. 404.) — *Sunto de alcune osservazioni sull' embryogenia dei pesci, con tavole.* Milano, 1845. (Giornali dell' Instituto Lombardo di sc., lett. e arti, e Bibl. ital., vol XII.)	*Gobius fluviatilis*, Bonelli.	
7	C. VOGT, *Embryologie des Salmones*, in-8° avec atlas in-fol. obl. Neuchâtel, 1842. Forme le 1er vol. de l'ouvrage de L. Agassiz : *Histoire naturelle des poissons d'eau douce de l'Europe centrale.*	*Coregonus palaea*, Cuv.	
8	DOYÈRE, *Note sur l'œuf du Loligo media et sur celui du Syngnathe.* (Institut, vol. XVIII, p. 12; 1850. — Présenté à la Société philomathique de Paris, décembre 1849.	*Syngnathus ophidium.* .	Doyère, le premier, a bien décrit le micropyle de l'œuf des poissons. (Voir *Ransom*, n° 30, p. 501.)
9	JOH. MÜLLER, *Ueber Zahlreiche Porencanäle in der Eikapsel der Fische.* Gelesen in der Königl Akademie der Wissenschaften zu Berlin, am 16 März, 1854. (Müller's Archiv, 1854, pp. 186-190, Taf. XIII, fig. 4-7.)	*Perca fluviatilis; Acerina vulgaris; Coregonus palaea; Cyprinus erythrophthalmus.*	
10	REICHERT, *Ueber die Mikropyle der Fischeier und über einen bisher unbekannten, eigenthümlichen Bau des Nahrungsdotters reifer und befruchteter Fischeier,* Hecht. (Müller's Archiv, 1856, S. 83-124, Taf. II, III u. IV, fig. 1-4.)	*Esox lucius.*	
11	REICHERT, *Ueber die Müller- Wolff'schen Körper bei Fischembryonen und über die sogenannten Rotationen des Dotters im befruchteten Hechteie.* (Müller's Archiv, 1856, S. 125-139, Taf. IV, fig. 5-9.)	*Esox lucius.*	
12	AUGUST MÜLLER, *Ueber die Entwickelung der Neunaugen.* Ein vorläüfiger Bericht. (Müller's Archiv, 1856, S. 323-339.)	*Petromyzon Planeri.*	
13	MAX SIGMUND SCHULTZE, *Die Entwickelungsgeschichte von Petromyzon Planeri.* Eine von der holländischen Societät der Wissenschaften zu Harlem, 1, J. 1856, gekrönte Preisschrift, 4 mit 8 Taf.	*Petromyzon Planeri.*	
14	REICHERT, *Der Nahrungsdotter des Hechteies; eine kontraktile Substanz.* Sendschreiben an Herrn Geheimrath, Prof. J. Müller. (Müller's Archiv, 1757, S. 46-51.)	*Esox lucius.*	
15	A. LEREBOULLET, *Recherches d'embryologie comparée sur le développement du Brochet, de la Perche et de l'Écrevisse.* Mémoire couronné par l'Acad. des sc. de Paris. (Mémoires présentés par divers savants de l'Ac. des sc. de l'Institut impérial de France; sc. mathém. et physiques, t. XVII, 1862, pp. 447-805, pl. I-VI. — Le résumé de ce travail se trouve dans les Annales des sc. nat., 4e série, t. I, 1854, pp. 237-289.)	*Esox lucius; Perca fluviatilis.*	L'avant-propos de l'auteur porte la date du 27 mars 1853.
16	A. LEREBOULLET, *Recherches d'embryologie comparée sur le developpement de la Truite, du Lézard et du*	*Trutta fario.*	

Digitized by Google

Nos.	TITRES DES OUVRAGES.	ESPÈCES OBSERVÉES.	*Remarques.*
	Limnée. Mémoire qui a obtenu le grand prix des sciences physiques décerné par l'Académie des sc., dans la séance publique du 2 février 1857. (Annales des sc. nat., 4e série, t. XVI, 1861, pp. 113-196, pl. II-III.)		
17	COSTE, *Histoire générale et particulière du développement des corps organisés.* Paris, 1847-1859.	*Gasterosteus?*	Deux planches sont consacrées au développement de l'Epinoche.
18	AUBERT, *Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Fische.* (Zeitschr. f. Wissensch. Zool., Bd V u. VII, 1854 u. 1856.)		
19	C. BRUCH, *Ueber die Mikropyle der Fische.* Aus einem Sendschreiben des Prof. C. Bruch in Basel an C. Th. von Siebold. (Zeitschr. f. wiss. Zool., Bd VII, 1 u. 2 Heft., 1855, S. 172-175, T. IX B)	*Salmo fario; Salmo solar.*	
20	P. VAN BENEDEN, *Sur le développement de la queue des poissons plagiostomes,* avec une planche. (Extrait des Bulletins de l'Acad. roy. des sc. de Belgique, 2e série, t. XI, no 3.)	*Spinax acanthias.*	
21	CARL J. SUNDEVALL, *Om Fiskyngels Utveckling.* (Till. k. Vet. Akad. Inlemnad., 8 Juni, 1855-med Taflorna, 1-V.)	Plusieurs espèces tant marines que d'eau douce.	
22	A. MÜLLER, *Ueber die Befruchtungs-Erscheinungen im Eie der Neunaugen.* (Schriften der Physik. Akad. Gesell. z. Königsberg, i/Pr. Jahrg, 1864, S. 109-119, Taf. IV.)	*Petromyzon fluviatilis; Petromyzon Planeri.*	
23	A. LEREBOULLET, *Nouvelles recherches sur la formation des premières cellules embryonnaires.* (Comptes rendus, t. LVIII, 1864, pp. 561-562.)		
24	A. LEREBOULLET, *Nouvelles recherches sur la formation des premières cellules embryonnaires.* (Ann. des sc. natur. (5), zool., II, 1864, pp. 5-41, pl. I.)	Brochet, Perche, Truite, Saumon, Meunier. (*Leuciscus dobula.*)	
25	JEFFRIES WYMAN, *Observations on the Development of Raja Batis.* (Memoirs of the American Academy, vol. IX, pp. 31-44.) — Analysé dans Henle's Zeitschr. — Entwick.-Theil. v. W Keferstein, 1864, S. 229.	*Raja batis.*	
26	S. STRICKER, *Untersuchungen über die Entwickelung der Bachforelle.* (Wiener. Sitzgber., Bd LI, II. Abth., S. 546-554, mit 2 Tafeln.) Vorgelegt in den Sitzung am 11 Mai, 1865.	*Trutta fario.*	
27	STEENSTRUP, *Développement du Blennius viviparus.* (Archiv. des sc. Bibl. univers., 24-1865, p. 160.)	*Blennius viviparus.*	
28	W. H. RANSOM, *On the Conditions of the protoplasmic Movements in the Eggs of osseous Fishes.* — A Paper read at the Physiological section of the British Association, Nottingham Meeting, 1866. (The Journal of Anatomy and Physiology, may, 1867, no II, pp. 237-245, plate. XI.)	*Gasterosteus? Esox lucius.*	

Nos.	TITRES DES OUVRAGES.	ESPÈCES OBSERVÉES.	Remarques.
29	W. H. Ransom, *On the Structure and Growth of the Ovarian ovum in Gasterosteus leiurus.* (Quart. Journ. of Microsc. Sc. (nº 1), VII, Jan. 1867, pp. 1-4, pl. I.)	*Gasterosteus leiurus.*	
30	W. H Ransom, *Observations on the Ovum of osseous Fishes.* (Philosophical Transactions, vol. 157, part. II, 1867, pp. 431-501, pl. XV-XVIII.) — Communicated by Dr Sharpey; received Juni 21, read Juni 21, 1866.	*Gasterosteus leiurus* et *G. pungitius; Esox lucius; Trutta fario; Salmo solar; Thymallus vulgaris; Perca fluviatilis; Cottus gobio; Cyprinus gobio; Leuciscus phoxinus; Leuciscus cephalus.*	**L'auteur, dans une courte relation, avait communiqué les principaux résultats de ses recherches, à la *Royal Society*, en novembre 1854.**
31	Alexander Rosenberg, *Untersuchungen über die Entwicklung der Teleostier-Niere.* Dorpat, 1867. — Inaugural-Dissertation.		
32	S. L. Schenk, *Zur Entwickelungsgeschichte des Auges der Fische.* (Aus dem IV Bd. d. Sitzb. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien, III Abth., April-Heft, Jahrg. 1867, 8º, 12 S., 2 Taf.) — Vorgelegt in der Sitzung von 21 März 1867.		
33	Lionel Beale, *On the Germinal Matter of the ovarian Ova of the Stickelback.* (Transactions of the Royal Microscopical Society, pp. 85-86, pl. VII, dans le Quarterly Journal of Microscopical Science, N. S., nº XXVII, July, 1867.)	*Gasterosteus* (?).	
34	A. Kowalevsky, *Entwickelungsgeschichte des Amphioxus lanceolatus.* (Mémoires de l'Acad. impér. des sc. de St-Pétersbourg, VII série, t. XI, nº 4, 1867, avec trois planches.) Lu le 20 déc. 1866.	*Amphioxus lanceolatus.*	
35	C. Kupffer, *Beobachtungen über die Entwicklung der Knochenfische.* (M. Schultze's Archiv f. Mikr. Anatomie, Bd IV, S. 209, Taf. XVI, XVII u. XVIII; 1868.)	*Gasterosteus aculeatus; Spinachia vulgaris; Gobius minutus; G. niger; Perca fluviatilis;* œufs de *Platessa vulgaris* fécondés avec sperme de *Platessa flesus.*	
36	Rieneck, *Ueber die Schichtung des Forellenkeims.* Aus dem Institute für experimentelle Pathologie der Wiener Univ. (Max Schultze's Archiv, Bd V, S. 356-366, Taf. XXI, Fig. 1-2; 1869.)	*Trutta fario.*	
37	A. Kowalevsky, Ph. Owsjannikow u. N. Wagner, *Die Entwickelungsgeschichte der Störe.* — Communication préalable insérée dans le Bullet. de l'Acad. Imp de St-Pétersbourg, t. XIV, pp. 317-325 et dans les Mélanges biologiques tirés du Bulletin, etc., t. VII, liv. 2, pp. 171-183, 17/29 juin 1869.	Toujours les œufs de l'*Acipenser Ruthenus* fécondés avec le sperme d'*Acipenser schypa*, *A. stellatus* et *A. sturio*, se développent parfaitement.	
38	Ph. Owsjannikow, *Die Entwickelungsgeschichte der Flussneunaugen* (*Petromyzon fluviatilis*). — Communication préalable insérée dans le Bullet. de l'Ac. Imp. de St-Pétersbourg, t. XIV, pp. 325-329, et dans les Mélanges biologiques, t. VII, liv. 2, pp. 184-189, 17/29, 1869.	*Petromyzon fluviatilis.*	

Digitized by Google

Nos.	TITRES DES OUVRAGES.	ESPÈCES OBSERVÉES.	*Remarques.*
39	E. B. Truman, *Observations on the Development of the Ovum of the Pike.* (The Monthly Microscopical Journal, Oct. 1, 1869, nº 10, Plates XXVIII, XXIX and upper half of XXX.)	*Esox lucius.*	
40	Alexander Götte, *Zur Entwickelungsgeschichte der Wirbelthiere.* — Vorläutige Mittheilung in Ctblt f. medic. Wissensch., 1869, nº 36, S. 405.	*Trutta fario.*	
41	Joseph Œllacher, *Beiträge zur Geschichte des Keimbläschens im Wirbelthiereie.* (Schultze's Archiv, Bd VIII, S. 1-27, Taf. 1, Nov. 1871.)	*Trutta fario.*	
42	E. Klein, *Researches on the First Stages of the Development of common Trout (Salmo fario).* (The Monthly Micr. Journal, May 1, 1872, pp. 192-196, Plates XVI and XVII. — Read before the Roy. micr. Soc., March 6, 1872.)	*Trutta fario.*	
43	Josef Œllacher, *Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Knochenfische nach Beobachtungen am Bachforelleneie.* (Separat Abdruck aus Zeitschr. f. wiss. Zool., Bd XXII, Heft 4, I u. II Capit., mit 2 Taf. (XXXII u. XXXIII), 1872.)	*Trutta fario.*	
44	Josef Œllacher, *Beiträge*, etc., Cap. III u. IV, mit 4 Tafeln. (Ebenda, Bd XXIII, Heft 1; 1872.)	*Trutta fario.*	Une communication préalable sur les sujets traités dans ces chapitres a été lue par l'auteur à la réunion des naturalistes et des médecins à Insbruck, le 26 juin 1872.
45	Ch. Van Bambeke, *Premiers effets de la fécondation sur les œufs des poissons; sur l'origine et la signification du feuillet muqueux ou glandulaire chez les poissons osseux.* — Note présentée par M. de Quatrefages, à la séance du lundi 15 avril 1872 de l'Ac. des sc. de Paris. (Comptes rendus, t. LXXIV, nº 16.)	Principalement le *Leuciscus rutilus.*	
46	Carl Weil, *Beiträge zur Kenntniss der Entwicklung der Knochenfische.* (Aus dem LXV Bd der Sitzb. der K. Akad. der Wissensch., III Abth., April-Heft, Jahrg. 1872. — Separat-Abdr., 2 Taf.) Vorgelegt in der Sitzung am 25 april 1872.	*Trutta fario.*	
47	Z. Gerbe, *Recherches sur la segmentation de la cicatricule et la formation des produits adventifs de l'œuf des Plagiostomes et particulièrement des Raies.* (Journal de l'Anat. et de la Physiol., 1872, pp. 609-616, pl. XX-XXII.)		
48	Wilhelm His, *Untersuchungen über das Ei und die Eientwickelung bei Knochenfischen :*		
	I. Ueber das reife Ei von Knochenfischen, besonders über dasjenige einiger Salmoniden.	*Trutta Salar; T. fario; Thymallus vulgaris.*	
	II. Beobachtungen an den Eierstöcken einiger Knochenfische, in-4º, mit 4 Taf. Leipzig, 1873.	*Esox lucius* et plusieurs espèces de Cyprinoïdes.	

Digitized by Google

Nos.	TITRES DES OUVRAGES.	ESPÈCES OBSERVÉES.	*Remarques.*
49	PH. OWSJANNIKOW, *Ueber die ersten Vorgänge der Entwickelung in den Eiern des Coregonus lavaretus.* (Bullet. de l'Ac. Imp. des sc. de St-Pétersbourg, t. XIX, no 2, pp. 225-233, avec une planche; Melanges biologiques, t. IX, pp. 198-212, 7/19 nov. 1872.)	*Coregonus lavaretus.*	
50	ALEXANDER GÖTTE, *Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Wirbelthiere.* — I. *Der Keim des Foreleneies.* (Archiv f. mikr. Anat., Bd IX, Heft 4, S. 679-708, Taf. XXVII, July, 1873.)	*Trutta fario.*	
51	CH. VAN BAMBEKE, *De la présence du noyau de Balbiani dans l'œuf des poissons osseux.* — Communication préalable. (Bulletin de la Soc. de méd. de Gand, 1872, vol. XL, p. 352; 2 septembre.)		
52	BALBIANI, *Sur la cellule embryogène de l'œuf des poissons osseux.* (Comptes rendus des séances de l'Acad. des sc., 1873, t. LXXVII, no 23, 8 déc., pp. 1372-1377.)		
53	F. M. BALFOUR, *A preliminary Account of the Development of the Elasmobranch Fishes.* (Quarterly Journ. of Micr. Sc. (N. S.), no LVI, October, 1874, pp. 323-364, with Plates XIII-XV.) Read in section *D*, at the Meeting of the British Association at Belfort.	*Mustelus* (espèce? ovipare); *Scyllium* (2 à 3 espèces)? *Scyllium stellare; Torpedo.*	

Digitized by Google

EXPLICATION DES PLANCHES.

PLANCHE I.

Fig. 1-11. — Modifications de l'œuf de la Tanche (*Tinca vulgaris*) après ponte et non fécondé. — Les figures 1 à 6 représentent ces modifications d'un œuf observé en juin; les figures 7-11 sont faites d'après des œufs observés en juillet. — Dans les figures 3 et 7, l'œuf est vu par le pôle supérieur; dans les autres figures, les œufs sont vus de profil.

c, capsule ovulaire.
d, disque germinatif.
v, globe vitellin.

Fig. 12-14. — OEufs de Lote (*Lota vulgaris*) après ponte et non fécondés.

c, capsule ovulaire.
d, disque germinatif.
v, globe vitellin.
g, *h*, gouttelette réfringente centrale.

Fig. 15. — Coupe transverse du milieu de la région dorsale d'un embryon de l'âge de celui représenté planche II, figure 18.

m, *e*, membrane enveloppante.
c, *m*, cordon médullaire.
c, *d*, corde dorsale.
b, *p*, bourrelet périphérique.
e, *i*, noyaux et cellules de la couche intermédiaire.
gl, *v*, globe vitellin avec ses vacuoles ayant contenu des gouttelettes adipeuses.

Fig. 16. — Coupe transverse du milieu de la région dorsale d'un embryon intermédiaire entre ceux représentés figures 18 et 19, planche II. — Hrtn., s. 7, oc. 1-2.
Les lettres représentent les mêmes objets que dans la figure qui précède.

PLANCHE II.

Fig. 1-19. — Représentent diverses phases de développement du Gardon commun (*Leuciscus rutilus*), d'après l'œuf vivant.

Fig. 1-5. — Segmentation du disque proligère.
Fig. 6. — Fin de la segmentation.
Fig. 7. — Première indication du bourrelet blastodermique.
Fig. 8. — Blastoderme commençant à envahir le globe vitellin.
Fig. 9. — Aire et bordure embryonnaires; étranglement plus considérable du globe vitellin par le bourrelet; premier indice de l'écusson embryonnaire.
Fig. 10. — Coupe méridionale optique du même œuf.
Fig. 11. — Le blastoderme entoure complétement le globe vitellin; on distingue en bas le trou vitellaire, à gauche la saillie céphalique.
Fig. 12. — Sillon dorsal; section transversale optique.
Fig. 13. — OEuf vu par la face dorsale; cordon axile paraissant occuper toute l'épaisseur du blastoderme.

Digitized by Google

Fig. 14. — Même œuf vu de profil; bourrelets dorsaux.

Fig. 15. — Même œuf un peu plus tard (surface dorsale, extrémité postérieure regardant en haut).

Fig. 16. -- Section transversale optique du même œuf; on distingue, dans le blastoderme, une couche supérieure (membrane enveloppante et feuillet sensoriel) et une couche inférieure (feuillet moyen) présentant, à sa partie moyenne, la corde dorsale.

Fig. 17. — Cordon médullaire (extrémité céphalique); carène dorsale.

Fig. 18. — Embryon plus âgé vu latéralement. Vésicule oculaire — carène — vertèbres primitives — péricarde (?).

Fig. 19. — Embryon plus âgé. — Inférieurement vésicule allantoïde (?) Kupffer.

Fig. 20. — OEuf de *Scardinius Erythrophthalmus* (?). Le blastoderme entoure complétement la vessie vitellaire; l'aire embryonnaire existe, et, sur cette aire, vue par sa surface dorsale, on distingue le cordon axile sous forme d'une traînée granuleuse.

PLANCHE III.

Fig. 1. — Coupe méridionale d'un œuf de *Leuciscus rutilus,* environ de l'âge de celui représenté figure 6, planche II. — Hrtn., ch. cl. s. 4, t. r.

bl, cellules provenant de la segmentation du disque.

c, *s*, cavité de la segmentation.

b, *p*, bourrelet périphérique de la couche intermédiaire. A droite, le germe segmenté s'est un peu détaché de ce bourrelet.

gl, *v*, globe vitellin avec ses vacuoles ayant contenu des gouttelettes graisseuses (?) et ses corps granulés.

Fig. 2. — Autre coupe faite dans les mêmes conditions. Les lettres indiquent les mêmes objets que dans la précédente figure.

Fig. 3. — Fragment d'une semblable coupe plus fortement grossi. — Hrtn. ch. cl. s. 7, t. r.

Fig. 4. — Coupe méridionale d'un œuf de *L. rutilus*, environ de l'âge de celui représenté figure 9, planche II. — Ch. cl. s. 4, t. r.

bl, blastoderme. — Les autres lettres comme dans les figures qui précèdent.

Fig. 5. — Fragment d'un œuf un peu plus âgé du même animal. — Hrtn. ch. cl. s. 7, t. r.

c, *l*, couche intermédiaire.

Fig. 6. — Fragment d'un œuf un peu plus âgé. Mêmes conditions.

Fig. 7. -- Fragment d'œuf (*L. rutilus*), environ de l'âge de celui représenté figure 14, planche II. Coupe mérid. — Hrtn. ch. cl. s. 7, t. r.

m, *e*, membrane enveloppante.

Fig. 8. — Fragment de la région abdominale du même œuf.

m, *e*, membrane enveloppante.

f, *s*, feuillet sensoriel.

f, *m*, — moyen.

c, *l*, — muqueux.


Digitized by Google

ESSAI THÉORIQUE

SUR

L'ÉQUILIBRE D'ÉLASTICITÉ

DES MASSIFS PULVÉRULENTS

ET

SUR LA POUSSÉE DES TERRES SANS COHÉSION;

PAR

M. J. BOUSSINESQ,

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE LILLE.

(Mémoire présenté à la classe des sciences dans la séance du 6 juin 1874.)

Digitized by Google

Digitized by Google

ESSAI THÉORIQUE

SUR

L'ÉQUILIBRE D'ÉLASTICITÉ DES MASSIFS PULVÉRULENTS

ET

SUR LA POUSSÉE DES TERRES SANS COHÉSION (*).

INTRODUCTION.

Équilibre-limite et équilibre d'élasticité des massifs pulvérulents.

1. Les milieux *pulvérulents*, tels qu'un amas de sable sec ou même de terre fraîchement remuée, dont les diverses parties n'éprouvent, à glisser les unes sur les autres, d'autre résistance que leur frottement mutuel, sont susceptibles de plusieurs modes distincts d'équilibre.

Le seul qui ait été étudié jusqu'ici est l'*équilibre-limite* qu'ils présentent lorsqu'ils sont sur le point de s'ébouler et que les frottements y atteignent par suite les valeurs les plus grandes qu'ils soient capables de recevoir. Dès 1856, Macquorn-Rankine avait trouvé les lois de cet équilibre pour le cas d'un massif pesant, limité supérieurement par un talus plan, et dans lequel

(*) Plusieurs des résultats que contient ce Mémoire ont été résumés dans une note insérée aux *Comptes rendus* de l'Académie des sciences de Paris (t. LXXVII, p. 1521, 29 décembre 1873).



on admet que l'*état ébouleux* s'établit à la fois de la même manière sur toute l'étendue d'un plan quelconque parallèle au talus supérieur (*). Plus récemment, M. Maurice Levy a retrouvé de son côté la même solution, spécifiée pour l'équilibre-limite qui se produit quand un mur de soutènement commence à se renverser; il a montré d'ailleurs que cette solution n'est admissible qu'autant qu'elle satisfait à une condition spéciale à la face postérieure du mur, condition déjà considérée par Poncelet dans l'ancienne théorie, et qui consiste en ce que la poussée éprouvée par cette face, au moment où la rupture devient imminente, doit avoir précisément une inclinaison telle, que le massif soit sur le point de glisser contre le mur (**); de plus, il a fait voir que la nouvelle théorie comprend tout ce qu'il y a d'acceptable dans l'ancienne de Coulomb (***). Enfin, M. de Saint-Venant (IV) a indiqué une méthode approchée pour déduire de la solution précédente une infinité d'autres solutions voisines, et c'est en la suivant que j'ai pu, soit obtenir celles-ci dans le cas où l'inclinaison du mur sur la verticale est inférieure à une certaine valeur-limite, soit démontrer leur impossibilité dans le cas contraire où l'inclinaison dont il s'agit dépasserait la même valeur-limite (V). Le Mémoire actuel se termine par une exposition simplifiée de ces divers

(*) *On the stability of loose Earth*, aux *Transactions philosophiques de la Société royale de Londres* (1856-1857). Sa théorie a été exposée géométriquement dans les *Annales des ponts et chaussées* (novembre 1872, p. 242), par M. Flamant, ingénieur des ponts et chaussées.

(**) M. Levy n'avait donné d'abord l'expression de la poussée que pour le cas particulier où la face postérieure du mur est verticale et où le talus supérieur a sur l'horizon l'inclinaison maxima φ : M. de Saint-Venant a remarqué que la même analyse conduisait à des formules simples dans une infinité d'autres cas, notamment dans celui d'un terre-plein horizontal soutenu par un mur ayant un fruit intérieur égal à $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)$. Voir relativement à ces deux cas particuliers, au *Compte rendu* du 21 juin 1869 (t. LXVIII, p. 1456), un article où M. Maurice Levy dit aussi avoir puisé la première idée de son Mémoire dans un remarquable travail (*Traité de la stabilité des constructions*, Brunswick, 1857) de M. le Docteur Scheffler, qui avait considéré l'équilibre-limite d'un massif dont la surface supérieure est horizontale.

(***) Le Mémoire de M. Levy a paru *in extenso* au *Journal de Mathématiques de M. Liouville* (t. XVIII, 1873; pp. 241 à 300).

(IV) Au n° 7 d'un Mémoire inséré aux *Comptes rendus* des 7 et 14 février 1870 (t. LXX, pp. 229 et 281). Voir aussi au *Compte rendu* de la première de ces séances (p. 217), le Rapport approbatif de M. de Saint-Venant sur le Mémoire de M. Levy.

(V) *Compte rendu*, même tome, p. 751, numéro du 4 avril 1870, qui contient également (p. 717) un article de M. de Saint-Venant sur le même sujet.

Digitized by Google

résultats, étendus même à des cas où les surfaces limitant le massif sont courbes, et précédés de considérations qui démontrent le fait de la production presque instantanée de l'état ébouleux dans une grande partie des massifs au moment de leur rupture. Ce fait, implicitement admis par Rankine et par M. Levy, n'est pas du tout évident.

Mais il y a un autre genre d'équilibre également important à considérer : c'est celui que présente une masse sablonneuse en repos, soutenue par un mur assez ferme pour n'éprouver aucun ébranlement. Dans cet état, le frottement mutuel des couches est généralement moindre que dans le précédent, tout comme, à l'intérieur d'un solide en équilibre d'élasticité, les tensions restent partout inférieures à celles qui altéreraient d'une manière permanente la structure du corps : les particules sont donc moins retenues par leurs actions mutuelles que dans le cas où le mur de soutènement les fuirait en cédant sous leur pression, et elles exercent sur ce dernier une poussée supérieure à celle qu'indiquent les formules de Rankine.

C'est surtout ce genre d'équilibre que je me propose d'étudier ici : je l'appelle *équilibre d'élasticité*, car je considère les pressions qui s'y trouvent effectivement exercées comme dépendant des petites déformations qu'éprouverait la masse, supposée d'abord homogène et sans poids, si elle devenait ensuite pesante comme elle l'est en effet.

2. Est-il aussi difficile qu'on l'a cru jusqu'ici de trouver les vraies formules des pressions, à l'intérieur d'un milieu pulvérulent en équilibre stable? Je ne le pense pas, et, sauf les réserves nécessaires en attendant le contrôle de l'expérience, qui, dès à présent d'accord avec une partie des résultats théoriques, n'a pas encore donné sa réponse sur d'autres, les réflexions suivantes me paraissent de nature à le démontrer.

Équations différentielles de l'équilibre d'élasticité des masses inconsistantes.

Les corps dont il s'agit tiennent le milieu entre les solides et les fluides : tandis que les solides et les fluides, soumis à des pressions variables depuis zéro jusqu'à de grandes valeurs, opposent à une même déformation qu'on leur fait subir une résistance constante, finie pour les premiers, nulle pour les seconds, les milieux pulvérulents, au contraire, résistent aux changements de forme avec une énergie d'autant plus grande qu'ils supportent dans

Digitized by Google

tous les sens une pression moyenne plus considérable : fluides tant qu'on ne les comprime pas, ils deviennent, en quelque sorte, solides sous pression. Leur coefficient d'élasticité de glissement, ou *coefficient de rigidité* (μ de Lamé), au lieu d'être constant comme chez les solides, nul comme chez les fluides, paraît proportionnel à la pression moyenne p.

C'est ce que je déduis en effet des expressions par lesquelles on représente, dans les corps isotropes, la moyenne des forces élastiques principales (c'est-à-dire la pression moyenne p changée de signe) et aussi les différences respectives de ces trois forces, en fonction des trois dilatations principales ∂_1, ∂_2, ∂_3. En tenant compte, dans tous les résultats, des termes affectés des carrés et des produits deux à deux de ∂_1, ∂_2, ∂_3, puis exprimant que le milieu considéré, pour des valeurs finies de ∂_1, ∂_2, ∂_3, cesse d'admettre des forces élastiques tangentielles de grandeur sensible dès que la pression moyenne p est nulle, je trouve que les composantes appelées par Lamé N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3 y ont pour valeurs (tant qu'elles ne dépassent pas certaines limites) :

$$N_1 = -p\left(1 - 2m\frac{du}{dx}\right),\quad N_2 = -p\left(1 - 2m\frac{dv}{dy}\right),\quad N_3 = -p\left(1 - 2m\frac{dw}{dz}\right),$$

$$T_1 = pm\left(\frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy}\right),\quad T_2 = pm\left(\frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz}\right),\quad T_3 = pm\left(\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}\right);$$

m est un coefficient positif et constant assez considérable, et u, v, w, fonctions des coordonnées primitives x, y, z, désignent les composantes du déplacement moléculaire. De plus, la même analyse prouve que la dilatation cubique est en même temps négligeable en comparaison des trois dilatations linéaires dont elle égale sensiblement la somme algébrique, ou qu'on peut admettre la relation d'incompressibilité

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0.$$

Si l'on joint celle-ci aux trois équations qui expriment l'équilibre de translation d'un élément de volume rectangulaire, on aura les quatre équations


Digitized by Google

indéfinies nécessaires pour déterminer, dans chaque cas, les déplacements u, v, w et la pression moyenne p.

Quant aux conditions spéciales aux *surfaces-limites,* elles reviennent :

1° Pour les surfaces libres, à exprimer que la pression exercée par le massif sur sa couche superficielle est nulle (car on fait abstraction de la pression atmosphérique, appliquée tout autour de chaque *grain* de sable et qui n'influe pas sur les actions mutuelles de ces grains);

2° Pour les parois fixes (ou faces postérieures des murs de soutènement) à y poser $u = 0$, $v = 0$, $w = 0$ lorsqu'elles sont rugueuses au point d'immobiliser la couche adjacente du massif, comme il arrive toujours dans la pratique, et qu'on admet en outre l'existence d'un état primitif, compatible avec cette immobilité, dans lequel les déplacements u, v, w sont partout nuls et le milieu homogène sans pesanteur : si la paroi était, au contraire, infiniment polie, la composante normale du déplacement et les composantes tangentielles de la poussée s'y annuleraient.

Je me borne à considérer ces deux espèces opposées de parois et j'observe d'ailleurs que les conditions simples ainsi posées ne sont malheureusement pas applicables aux cas de la pratique. En effet, les particules adjacentes à des parois rugueuses, par exemple, se trouvent bien immobilisées, mais pas, en général, dans les positions correspondantes à l'état dit *naturel* ou primitif; de sorte que les déplacements u, v, w y sont plutôt égaux à des fonctions déterminées, quoique inconnues, de x, y, z, qu'à zéro. On verra au § VIII comment, dans l'étude de l'équilibre *définitif* que prennent des massifs placés dans des conditions données, j'ai pu suppléer par une condition de stabilité à la connaissance des relations spéciales aux parois, et comment aussi le même genre de solution, étendu au cas de murs plus ou moins fermes et qu'on ne peut pas supposer absolument immobiles, paraît conduire d'une manière rationnelle aux résultats que l'ingénieur demande à la théorie de la poussée des terres.

3. Les intégrations sont faciles quand le massif pesant, limité supérieurement par un plan faisant avec l'horizon un angle donné ω, est indéfini dans tous les autres sens. Une telle masse pulvérulente peut présenter une double

Leur intégration, pour un massif limité supérieurement par un talus plan, mais indéfini dans les autres sens.


Digitized by Google

infinité de modes d'équilibre, suivant les valeurs qu'on attribue à deux constantes arbitraires c, c', introduites par l'intégration.

Un système quelconque de droites parallèles, situées dans un plan vertical perpendiculaire au plan du talus supérieur, s'y change, par suite des petites déformations éprouvées, en une famille de coniques concentriques, semblables et semblablement placées, dont les axes ont les directions des bissectrices des quatre angles que forme une verticale avec le profil du talus supérieur. Ces coniques deviennent des arcs de cercle de très-grand rayon pour les lignes parallèles au talus. Elles se réduisent toutes à de simples droites parallèles quand l'une des deux constantes arbitraires, c, est nulle. Alors les différentes parties du massif éprouvent les mêmes déformations : il y a notamment deux systèmes primitivement rectangulaires de droites matérielles qui ne sont ni contractées, ni dilatées, et qui, sans cesser d'être droites et respectivement parallèles, éprouvent de simples glissements les unes par rapport aux autres. J'appelle ε l'inclinaison d'un système de ces lignes sur la verticale, inclinaison qu'on peut supposer comprise entre $\mp \frac{\pi}{4}$, et qui suffit, comme on va voir, pour caractériser parfaitement les divers modes *réalisables* d'équilibre du massif.

Limite d'élasticité de la matière pulvérulente. Extension des résultats obtenus à des cas nombreux de massifs limités par des murs plans.

4. Observons, en effet, qu'après avoir intégré les équations différentielles du problème, il reste à tenir compte des limites d'élasticité que présente nécessairement la matière pulvérulente considérée. De même qu'en traitant de l'élasticité des solides soumis à des forces données, on exprime que la plus grande dilatation linéaire en chaque point doit rester inférieure à la valeur pour laquelle les déformations commenceraient à avoir une partie permanente sensible, de même il faut exprimer ici que la plus grande dilatation linéaire éprouvée aux divers points du massif atteint tout au plus la valeur maxima qui ne peut être dépassée sans qu'un éboulement soit à craindre. Les corps pulvérulents sont dénués de cohésion, c'est-à-dire incapables d'exercer des pressions négatives (ou *tractions*), et la dilatation la plus grande, à l'état élastique, doit par ce seul fait y rester toujours inférieure au rapport $\frac{1}{2m}$. La limite d'élasticité, étant ainsi moindre que $\frac{1}{2m}$, peut être mise sous la forme $\frac{\sin \varphi}{2m}$, où φ désigne un angle, caractéristique de chaque espèce de

Digitized by Google

matière, que l'expérience sera appelée à déterminer entre 0° et 90°, et qui n'est autre que l'angle dit *de frottement* ou *de terre coulante*. D'ailleurs, aux points d'un massif, soumis à des déformations planes, où la plus grande dilatation devient égale à $\frac{\sin\varphi}{2m}$, la plus grande inclinaison qu'y prenne une pression par rapport au prolongement de la normale à l'élément plan sur lequel elle s'exerce vaut précisément φ, et l'on retrouve l'équation caractéristique de l'équilibre-limite, que M. Rankine (*) a donnée le premier en la déduisant de cette propriété même prise pour définition des masses inconsistantes : elle se présente ici comme résultant du fait général de l'imperfection d'élasticité de tous les corps que l'on déforme.

Une première conséquence de la nouvelle condition imposée à l'équilibre est de faire annuler la constante c dont il a été parlé plus haut, et par conséquent de réduire tous les modes réalisables d'équilibre du massif indéfini à ceux qui dépendent d'un seul paramètre, fonction de l'autre constante arbitraire c' : je prends pour ce paramètre, comme il a été dit précédemment, l'inclinaison ε, sur la verticale, d'un des systèmes des lignes matérielles du massif qui ne sont ni contractées, ni dilatées. En outre, l'angle ε doit vérifier l'inégalité

$$\cos^2(\omega - 2\varepsilon) > \frac{\sin^2\omega}{\sin^2\varphi}.$$

La direction du système considéré de lignes invariables, arbitraire quand l'inclinaison ω du talus sur l'horizon est nulle, se trouve donc astreinte à tomber dans l'intérieur d'un angle de plus en plus petit à mesure que cette inclinaison croît en valeur absolue : elle devient même unique lorsque $\omega = \pm\varphi$, et elle cesse d'exister ou d'être réelle si ω sort de l'intervalle compris entre ces valeurs extrêmes $\pm\varphi$.

Ainsi sont expliquées :

1° L'impossibilité, pour un massif pulvérulent, de se soutenir sous un angle supérieur à celui de terre coulante;

2° La diminution de la stabilité de son équilibre à mesure que la déclivité du talus augmente, ou, ce qui revient au même, la réduction de plus en plus

(*) Mémoire déjà cité *On the stability of loose Earth*, form. 54.



grande du *champ* dans l'étendue duquel le paramètre angulaire ε, caractéristique des modes d'équilibre, peut varier sans que la masse inconsistante passe à l'état ébouleux.

D'ailleurs, ces divers modes d'équilibre, quoique obtenus pour des massifs latéralement indéfinis, s'appliquent à des massifs limités d'un côté par un mur, toutes les fois que les formules qui les représentent vérifient d'ellesmêmes les conditions spéciales à sa face postérieure. Je démontre par exemple qu'un de ces modes, et un seul, convient au cas d'un massif terminé supérieurement par un talus plan et latéralement par un mur également plan, soit quand ce mur se trouve, ou infiniment rugueux, ou infiniment poli, et que l'état naturel est supposé avoir existé d'abord, soit dans le cas ordinaire où l'équilibre s'est définitivement réglé de manière à donner à la structure intérieure du massif la plus grande stabilité compatible avec le degré de résistance du mur, soit enfin quand celui-ci est maintenu contre le massif au moyen d'une force connue, plus ou moins grande, comprise entre celle qui serait à peine suffisante pour soutenir les terres et celle qui les ferait refluer par écrasement au-dessus du talus supérieur. Les lois très-simples qui régissent, dans ces différents cas, les déformations élastiques éprouvées par le massif et la poussée qu'il exerce, se trouvent exposées aux §§ V, VII et VIII.

Digitized by Google

§ I.

FORMULES DES PRESSIONS PRINCIPALES EXERCÉES A L'INTÉRIEUR DES MILIEUX ÉLASTIQUES, SOLIDES, FLUIDES OU PULVÉRULENTS, DONT LA CONSTITUTION EST LA MÊME EN TOUT SENS.

—

5. Tous les corps *assez peu écartés d'un état d'équilibre primitif* sont *élastiques*, c'est-à-dire *tels, que la pression exercée à travers un élément plan quelconque pris à leur intérieur ne dépend que des déformations éprouvées par la matière dans une très-petite étendue autour de l'élément plan.* Quelque compliqués que soient les déplacements des diverses particules du corps, pourvu qu'on les suppose graduellement variables d'une particule aux particules voisines, les déformations dont il s'agit se réduisent toujours, comme on sait, aux trois dilatations, dites *principales*, des fibres ou lignes matérielles qui, primitivement parallèles à trois directions rectangulaires, se trouvent encore rectangulaires après les déplacements. Dilatations principales en chaque point d'un corps déformé

On peut démontrer bien simplement cette importante proposition, due à Cauchy. Il suffit, pour cela, d'observer que la continuité supposée des mouvements entraîne, comme conséquences presque évidentes, les propositions que je vais énoncer et qui constituent elles-mêmes d'intéressants théorèmes de cinématique.

1° Un ensemble de points matériels très-rapprochés et dessinant une surface dans l'état primitif, continuent à former une surface à toute époque.

2° Deux de ces surfaces matérielles, choisies primitivement très-voisines l'une de l'autre dans toute leur étendue, restent également très-voisines et ont par suite leurs éléments plans sensiblement égaux et parallèles chacun à chacun.

3° Un triple système de surfaces matérielles, tracées à l'origine dans le

Digitized by Google

corps, le découpe à toute époque en une infinité de parallélipipèdes élémentaires, dont chacun éprouve d'un instant à l'autre des variations dans les longueurs et dans les inclinaisons respectives de ses arêtes, mais sans que celles-ci cessent jamais d'être sensiblement égales et parallèles quatre à quatre.

4° Par suite, deux éléments matériels quelconques de surface ou de ligne, très-voisins l'un de l'autre, et sensiblement égaux et parallèles dans l'état primitif, ne cessent jamais d'être sensiblement plans ou rectilignes, égaux et parallèles.

5° Le mode de déformation éprouvé par le corps dans un petit espace autour d'un quelconque de ses points est complétement déterminé, si l'on connait à chaque instant les accroissements reçus, à partir de l'état primitif, par les inclinaisons respectives de trois arêtes concourantes d'un élément de volume parallélipipède contenant ce point, et aussi les trois dilatations éprouvées par ces arêtes, c'est-à-dire les rapports respectifs de leurs augmentations de longueur aux longueurs primitives : en effet, l'élément de volume parallélipipède, dont l'état primitif est supposé donné en outre, pourra être entièrement construit à l'époque considérée, et tous les points matériels qu'il contient s'y trouveront situés, sans la moindre indétermination, de manière que leurs distances à chaque face, mesurées dans le sens de l'arête non parallèle à cette face, aient crû proportionnellement à leurs valeurs primitives également données.

6° Tout élément plan matériel primitivement limité par un contour elliptique, et tout petit volume ayant initialement la forme d'un ellipsoïde, ne cessent pas d'être, soit une ellipse, soit un ellipsoïde, dont les diamètres conjugués sont constamment formés par les mêmes lignes matérielles. Considérons, en effet, un parallélipipède élémentaire ayant deux ou trois arêtes parallèles, dans l'état primitif, à un système de diamètres conjugués de l'ellipse ou de l'ellipsoïde dont il s'agit, et appelons ∂_x, ∂_y, ou ∂_x, ∂_y, ∂_z, les dilatations de ces arêtes à une époque quelconque t. Menons, par le point matériel primitivement placé au centre de l'ellipse ou de l'ellipsoïde, un système d'axes des x, y, ou des x, y, z, qui restent constamment parallèles à ces arrêtes. Les coordonnées x', y', z' d'un point matériel quelconque, voisin de l'ori-

gine, égaleront, à une époque aussi quelconque, leurs valeurs primitives x, y, z augmentées des accroissements respectifs $x\partial_x$, $y\partial_y$, $z\partial_z$, et l'on aura

$$x' = x(1 + \partial_x), \quad y' = y(1 + \partial_y), \quad z' = z(1 + \partial_z);$$

si donc le point (x, y), ou (x, y, z), est pris sur l'ellipse ou sur l'ellipsoïde

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

le point (x', y') ou (x', y', z') se trouvera sur l'ellipse ou sur l'ellipsoïde

$$\frac{x'^2}{a^2(1 + \partial_x)^2} + \frac{y'^2}{b^2(1 + \partial_y)^2} = 1, \quad \frac{x'^2}{a^2(1 + \partial_x)^2} + \frac{y'^2}{b^2(1 + \partial_y)^2} + \frac{z'^2}{c^2(1 + \partial_z)^2} = 1.$$

7° Le cas particulier le plus intéressant de la proposition précédente s'obtient en supposant l'élément plan et l'élément de volume considérés circulaire ou sphérique dans l'état primitif, c'est-à-dire tels, qu'ils aient, dans cet état, tous leurs systèmes de diamètres conjugués rectangulaires : quelle que soit, à une autre époque donnée, l'orientation du système, généralement unique, des axes de l'ellipse ou de l'ellipsoïde, les lignes matérielles dirigées suivant ces axes auront été rectangulaires dans l'état primitif, et les déformations totales éprouvées à cette époque par la matière comprise à l'intérieur de l'ellipse ou de l'ellipsoïde considérés, se trouveront parfaitement symétriques de part et d'autre des mêmes axes, s'il s'agit de l'ellipse, ou de part et d'autres des trois plans diamétraux, dits *principaux*, qui contiennent deux d'entre eux, s'il s'agit de l'ellipsoïde. En nous bornant à ce dernier cas de l'ellipsoïde, nous pourrons dire que les couches de matière parallèles à chacun des trois éléments plans principaux n'auront pas glissé les unes devant les autres, vu que les fibres matérielles qui les traversaient normalement leur seront encore perpendiculaires. Les déformations éprouvées se réduisent ainsi aux trois dilatations reçues par ces trois systèmes de fibres, c'est-à-dire, plus simplement, par les trois dimensions du parallélipipède matériel et rectangle construit sur trois arêtes parallèles aux axes considérés.

J'appellerai ∂_1, ∂_2, ∂_3 ces dilatations principales.


Digitized by Google

Expressions des forces élastiques principales dans un corps *isotrope* ou d'élasticité constante.

6. Je me bornerai à l'étude de corps d'*élasticité constante*, c'est-à-dire constitués, dans l'état primitif, de la même manière par rapport à tous les éléments plans matériels qui se croisent en un même point. Si l'on considère en particulier, parmi ces éléments plans, les trois qui sont rectangulaires à l'époque t comme avant les déplacements, les pressions F_1, F_2, F_3 qu'ils supporteront sous l'unité de surface actuelle, à cette époque t, ne pourront que leur être normales par raison de symétrie : ce sont ces trois pressions, rectangulaires entre elles et normales aux éléments plans qu'elles sollicitent, qu'on appelle *pressions principales :* nous les regarderons, suivant l'usage, comme positives quand ce seront des *tractions,* comme négatives quand ce seront des *pressions proprement dites.* D'ailleurs, pour des raisons encore évidentes de symétrie, si ∂_1, ∂_2, ∂_3 représentent les dilatations des fibres respectivement parallèles à F_1, F_2, F_3, F_1 sera une fonction de ∂_1, ∂_2, ∂_3, symétrique par rapport à ∂_2, ∂_3; F_2 sera la même fonction de ∂_2, ∂_3, ∂_1, enfin F_3, la même fonction de ∂_1, ∂_2, ∂_3.

En général, les déformations principales ∂_1, ∂_2, ∂_3 sont assez petites pour que les fonctions F_1, F_2, F_3 puissent être développées, par la formule de Maclaurin, en séries très-rapidement convergentes procédant suivant leurs puissances entières et positives. Nous nous occuperons spécialement de la *pression moyenne* $-\frac{1}{3}(F_1+F_2+F_3)$, que nous appellerons p, et des trois demi-différences $\frac{1}{2}(F_2-F_3)$, $\frac{1}{2}(F_3-F_1)$, $\frac{1}{2}(F_1-F_2)$. Ces quatre quantités deviendront évidemment des séries très-rapidement convergentes ordonnées suivant les puissances croissantes de ∂_1, ∂_2, ∂_3.

La première, p, sera symétrique par rapport à ∂_1, ∂_2, ∂_3 et aura, jusqu'aux termes du troisième degré exclusivement, un développement de la forme

$$-A-B(\partial_1+\partial_2+\partial_3)-(C+2D)(\partial_1^2+\partial_2^2+\partial_3^2)-(B+2C-2D)(\partial_2\partial_3+\partial_3\partial_1+\partial_1\partial_2),$$

où A, B, C, D désigneront quatre coefficients dépendant de la nature du corps et de l'état primitif. On peut abréger cette expression en y introduisant la dilatation cubique θ, c'est-à-dire l'accroissement reçu par l'unité de volume de l'élément matériel rectangulaire dont les trois dimensions ont grandi dans les rapports respectifs de 1 à $1+\partial_1$, de 1 à $1+\partial_2$, de 1 à

Digitized by Google

$1 + \partial_3$. La valeur de θ est ainsi l'excès, sur l'unité, du produit $(1 + \partial_1)$ $(1 + \partial_2)$ $(1 + \partial_3)$, et l'on peut, en négligeant le terme $\partial_1\partial_2\partial_3$ qui est du troisième ordre de petitesse, écrire

$$(1). \quad \theta = (\partial_1 + \partial_2 + \partial_3) + (\partial_2\partial_3 + \partial_3\partial_1 + \partial_1\partial_2).$$

L'expression précédente de p, changée de signe, devient

$$(2). \quad -p \text{ ou } \frac{1}{3}(F_1 + F_2 + F_3) = A + B\theta + C\theta^2 + D\left[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2\right].$$

Le développement de $\frac{1}{2}(F_2 - F_3)$ peut s'obtenir en substituant aux deux variables ∂_2, ∂_3 les expressions équivalentes $\frac{1}{2}(\partial_2 + \partial_3) + \frac{1}{2}(\partial_2 - \partial_3)$ et $\frac{1}{2}(\partial_2 + \partial_3) - \frac{1}{2}(\partial_2 - \partial_3)$: on peut, en d'autres termes, l'ordonner suivant les puissances de ∂_1, $\partial_2 + \partial_3$, $\partial_2 - \partial_3$. Comme d'ailleurs le changement de ∂_2 en ∂_3 et de ∂_3 en ∂_2 transforme F_2 en F_3 et F_3 en F_2, cette série devra simplement changer de signe quand, ∂_1 et $\partial_2 + \partial_3$ conservant les mêmes valeurs, $\partial_2 - \partial_3$ prendra signe contraire. La série ne contient donc que les termes affectés des puissances impaires de $\partial_2 - \partial_3$; elle est le produit du facteur $\partial_2 - \partial_3$ par un autre facteur ordonné suivant les puissances entières et positives de ∂_1, $\partial_2 + \partial_3$, $(\partial_2 - \partial_3)^2$. Cet autre facteur, étant ainsi symétrique par rapport à ∂_2, ∂_3, contient, jusqu'aux termes du troisième degré exclusivement, sept termes, dont le premier est constant, et dont les six autres sont respectivement affectés de $\partial_2 + \partial_3$, ∂_1, $\partial_2^2 + \partial_3^2$, $\partial_1(\partial_2 + \partial_3)$, $\partial_2\partial_3$, ∂_1^2. Si A', B', C', D', B'', C'', D'' désignent des coefficients spécifiques comme A, B, C, D, ce facteur pourra s'écrire

$$A' + B'(\partial_2 + \partial_3) + (C' + 2D')(\partial_2^2 + \partial_3^2) + (B' + 2C' - 2D')\partial_2\partial_3 + (B' + B'')\partial_1$$
$$+ (B' + 2C' - 2D' + C'')\partial_1(\partial_2 + \partial_3) + (C' + 2D' + C'' + D'')\partial_1^2,$$

ou, plus simplement,

$$A' + B'\theta + C'\theta^2 + D'\left[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2\right] + (B'' + C''\theta)\partial_1 + D''\partial_1^2.$$

En vue d'abréger, je poserai dans ce paragraphe

$$(3). \quad \begin{cases} A + B\theta + C\theta^2 + D\left[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2\right] = K, \\ A' + B'\theta + C'\theta^2 + D'\left[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2\right] = K', \end{cases}$$


Digitized by Google

de manière à avoir notamment, pour l'expression de $\frac{1}{2}(F_2 - F_3)$ et pour les expressions analogues de $\frac{1}{2}(F_3 - F_1)$ et de $\frac{1}{2}(F_1 - F_2)$, les formules

$$\frac{1}{2}(F_2 - F_3) = [K' + (B'' + C''\theta)\,\partial_1 + D''\partial_1^2]\,(\partial_2 - \partial_3),$$

$$\frac{1}{2}(F_3 - F_1) = [K' + (B'' + C''\theta)\,\partial_2 + D''\partial_2^2]\,(\partial_3 - \partial_1),$$

$$\frac{1}{2}(F_1 - F_2) = [K' + (B'' + C''\theta)\,\partial_3 + D''\partial_3^2]\,(\partial_1 - \partial_2).$$

En ajoutant membre à membre ces trois égalités, il vient

$$0 = D''\left[\partial_1^2(\partial_2 - \partial_3) + \partial_2^2(\partial_3 - \partial_1) + \partial_3^2(\partial_1 - \partial_2)\right],$$

ou

$$0 = D''\left[\partial_2\partial_3(\partial_2 - \partial_3) + \partial_3\partial_1(\partial_3 - \partial_1) + \partial_1\partial_2(\partial_1 - \partial_2)\right],$$

relation qui ne peut être toujours vérifiée [comme, par exemple, dans le cas où $\partial_1 = 0$, sans qu'aucune des quantités ∂_2, ∂_3, $\partial_2 - \partial_3$ s'annule] qu'autant que le coefficient D'' est nul. Les formules ci-dessus, en y joignant celle (2) de la pression moyenne, se réduisent donc à celles-ci

$$(4)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}(F_2 - F_3) = \left[K' + (B'' + C''\theta)\,\partial_1\right](\partial_2 - \partial_3),\\ \frac{1}{2}(F_3 - F_1) = \left[K' + (B'' + C''\theta)\,\partial_2\right](\partial_3 - \partial_1),\\ \frac{1}{2}(F_1 - F_2) = \left[K' + (B'' + C''\theta)\,\partial_3\right](\partial_1 - \partial_2),\\ \frac{1}{3}(F_1 + F_2 + F_3) \quad \text{ou} \quad -p = K.\end{array}\right.$$

Ce que deviennent ces expressions : 1° Quand le corps est solide,

7. Les résultats précédents s'appliquent à tout corps d'élasticité constante, ou *isotrope,* comme dit Cauchy. Spécifions-les actuellement pour les trois cas d'un *solide,* d'un *fluide* et d'une *masse pulvérulente,* en supposant les parties variables, $F_1 - A$, $F_2 - A$, $F_3 - A$, des forces principales, assez peu considérables pour que leurs expressions soient réductibles aux formes simples qu'elles ont quand elles sont près de s'annuler.

Digitized by Google

La partie commune, $-p$, des trois pressions (ou plutôt tractions) F_1, F_2, F_3, représente l'effort qui tend à dilater ou à comprimer le corps, non celui qui tend à le déformer. Ce dernier effort est au contraire représenté par leurs différences respectives $F_2 - F_3$, $F_3 - F_1$, $F_1 - F_2$, et il est d'autant plus faible, en comparaison des déformations produites $\partial_2 - \partial_3$, $\partial_3 - \partial_1$, $\partial_1 - \partial_2$, que le corps a moins de *rigidité*.

Occupons-nous d'abord des *solides,* ou *milieux cohérents* proprement dits, c'est-à-dire des corps dont les déformations $\partial_2 - \partial_3$, $\partial_3 - \partial_1$, $\partial_1 - \partial_2$ ne deviennent jamais sensibles qu'autant que les efforts $F_2 - F_3$, $F_3 - F_1$, $F_1 - F_2$ le deviennent eux-mêmes. Les rapports

$$\frac{\partial_2 - \partial_3}{\frac{1}{2}(F_2 - F_3)}, \quad \frac{\partial_3 - \partial_1}{\frac{1}{2}(F_3 - F_1)}, \quad \frac{\partial_1 - \partial_2}{\frac{1}{2}(F_1 - F_2)},$$

n'y croissent donc pas au delà de toute limite lorsque leurs dénominateurs diminuent jusqu'à zéro, et les rapports inverses, exprimés, d'après les trois premières formules (4), par

$$K' + (B'' + C''\theta)\partial_1, \quad K' + (B'' + C''\theta)\partial_2, \quad K' + (B'' + C''\theta)\partial_3,$$

n'y deviennent pas nuls quand F_1, F_2, F_3 se réduisent à leur partie primitive A, ou que $\partial_1, \partial_2, \partial_3$ décroissent jusqu'à zéro. D'après l'expression (3) de K', ces rapports se réduisent alors à la constante A'. Celle-ci ayant donc une grandeur finie, les formules (4), pour des valeurs assez peu considérables de $F_1 - A$, $F_2 - A$, $F_3 - A$ et par suite de $\partial_1, \partial_2, \partial_3$, deviennent à fort peu près

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2}(F_2 - F_3) = A'(\partial_2 - \partial_3), \quad \frac{1}{2}(F_3 - F_1) = A'(\partial_3 - \partial_1), \quad \frac{1}{2}(F_1 - F_2) = A'(\partial_1 - \partial_2), \\ \qquad -p \quad \text{ou} \quad \frac{1}{3}(F_1 + F_2 + F_3) = A + B\theta = A + B(\partial_1 + \partial_2 + \partial_3). \end{array}\right.$$

On en déduit aisément les valeurs de F_1, F_2, F_3, en observant qu'on a, par exemple,

$$F_1 = \frac{1}{3}(F_1 + F_2 + F_3) - \frac{1}{3}(F_3 - F_1) + \frac{1}{3}(F_1 - F_2);$$


Digitized by Google

si l'on pose, afin d'arriver aux notations de Lamé,

$$B - \frac{2}{3}A' = \lambda, \quad A' = \mu,$$

on obtient ainsi les formules connues

$$(5)\ldots\quad F_1 = A + \lambda\theta + 2\mu\partial_1, \quad F_2 = A + \lambda\theta + 2\mu\partial_2, \quad F_3 = A + \lambda\theta + 2\mu\partial_3.$$

2° Quand le corps est fluide et quand il est pulvérulent.

8. Les milieux *non cohérents* sont au contraire ceux chez lesquels des déformations finies $\partial_2 - \partial_3$, $\partial_3 - \partial_1$, $\partial_1 - \partial_2$ peuvent être produites par des efforts $F_2 - F_3$, $F_3 - F_1$, $F_1 - F_2$ infiniment petits. Ces milieux sont de deux espèces, suivant que de telles déformations, sous des efforts insensibles, n'y sont réalisables qu'autant que la pression moyenne p est infiniment petite, ou suivant qu'elles peuvent même s'effectuer quand la pression p est finie.

Le second cas est offert par les *fluides,* milieux, dénués de régidité, chez lesquels on a constamment (au moins à l'état *statique*) $F_2 - F_3 = 0$, $F_3 - F_1 = 0$, $F_1 - F_2 = 0$, et où par suite, si l'on suppose assez peu considérables, comme il a été dit, les différences $F_1 - A$, $F_2 - A$, $F_3 - A$, on a

$$F_1 = F_2 = F_3 = -p = A + B\theta:$$

ces formules se déduiraient de celles (5) qui conviennent aux corps solides, en supposant nul le *coefficient de rigidité* μ.

Le premier cas comprend les *corps pulvérulents* que j'étudierai dans ce Mémoire. On peut les définir des milieux élastiques intermédiaires, qui, sous pression, sont doués de rigidité comme les solides, tandis qu'*ils deviennent fluides dès qu'on cesse de les comprimer.*

Quelque faibles que soient les efforts $F_2 - F_3$, $F_3 - F_1$, $F_1 - F_2$, mais pourvu que la pression moyenne p devienne suffisamment petite, les dilatations ∂_1, ∂_2, ∂_3 peuvent y avoir des valeurs quelconques, que nous supposerons toutefois petites et comprises entre certaines limites d'élasticité. Or l'expression (4) de p devient égale à zéro, quelles que soient les différences $\partial_2 - \partial_3$, $\partial_3 - \partial_1$, si l'on y choisit convenablement θ ou, par exemple, l'une des trois dilatations ∂_1, ∂_2, ∂_3. Les formules (4) montrent donc que,

Digitized by Google

pour des valeurs arbitraires de $\partial_2 - \partial_3$, $\partial_3 - \partial_1$, les quatre expressions

$$(5^{bis}) \quad . \quad . \quad . \quad K, \quad K' + (B'' + C''\theta)\,\partial_1, \quad K' + (B'' + C''\theta)\,\partial_2, \quad K' + (B'' + C''\theta)\,\partial_3,$$

peuvent être nulles dans les milieux dont il s'agit, ou, plus exactement, peuvent être nulles en supposant qu'on y comprenne les termes, d'un ordre de petitesse en ∂_1, ∂_2, ∂_3 supérieur au second, qui les rendraient exactes. La différence des deux dernières étant $(B'' + C''\theta)(\partial_2 - \partial_3)$, on voit que l'annulation de ces quatre expressions revient à poser, sauf erreurs du troisième ordre de petitesse,

$$(6) \quad . \quad . \quad K = 0, \quad K' = 0, \quad B'' + C''\theta = \text{une quantité du second ordre en } \partial_1, \partial_2, \partial_3.$$

Nous aurons à considérer les trois équations simultanées (6), non pas pour nous borner aux cas où elles seront satisfaites, mais pour tirer de leur forme même diverses conséquences, relatives aux cas voisins où la pression moyenne p, sans devenir trop grande, ne sera plus égale à zéro. Elles devront être vérifiées, non-seulement par des valeurs finies de $\partial_1, \partial_2, \partial_3$, mais encore par des valeurs nulles de ∂_1, ∂_2, ∂_3 ; car, en admettant, comme je le ferai, qu'on ait choisi pour état primitif un état où $p = 0$, on peut, sans que les pressions F_1, F_2, F_3 cessent d'être insensibles, ne produire que des dilatations linéaires aussi petites qu'on voudra. Or, quand on fait $\partial_1 = 0$, $\partial_2 = 0$, $\partial_3 = 0$, ces équations se réduisent, d'après les expressions (3) de K, K′, à

$$(7) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad A = 0, \quad A' = 0, \quad B'' = 0.$$

Par suite, les équations (6) deviennent en général

$$(8) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \left\{ \begin{array}{l} B\theta \; + C\theta^2 \; + D\,[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2] = 0, \\ B'\theta + C'\theta^2 + D'\,[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2] = 0, \\ C''\theta = \text{une quantité du second ordre en } \partial_1, \partial_2, \partial_3. \end{array} \right.$$

On ne peut les vérifier que de deux manières : ou bien en posant $\theta = 0$, ou bien sans poser $\theta = 0$. Examinons successivement ces deux cas.

Si les équations (8) se résolvent en posant $\theta = 0$, les deux premières,



dans lesquelles les petites différences $\partial_2 - \partial_3$, $\partial_3 - \partial_1$ doivent rester arbitraires, ne seront satisfaites qu'autant qu'on aura

(9) . . . . $D = 0, \quad D' = 0.$

Mais alors les formules générales (4) prennent des formes très-simples, quand on se borne, comme il a été dit, à n'étudier que des valeurs assez peu considérables des parties variables $F_1 - A$, $F_2 - A$, $F_3 - A$ des pressions. Pour toutes ces valeurs, la dilatation cubique θ, qui s'annulerait en même temps qu'elles, est en général très-petite par rapport aux trois termes principaux $\partial_1, \partial_2, \partial_3$, dont elle vaut à fort peu près la somme algébrique et qui, différant l'une de l'autre de quantités quelconques, sont loin de s'annuler. D'ailleurs, les expressions (4) de $-p$ et, par exemple, de $\frac{1}{2}(F_2 - F_3)$, sont déjà réduites, par les conditions (7) et (9), à

$$-p = B\theta + C\theta^2, \quad \frac{1}{2}(F_2 - F_3) = (B' + C'\theta + C''\partial_1)\,\theta\,(\partial_2 - \partial_3).$$

La dilatation θ étant très-petite par rapport aux différences $\partial_2 - \partial_3, \partial_3 - \partial_1$, un terme affecté de θ^2 est négligeable vis-à-vis d'un terme affecté de θ, vis-à-vis même d'un autre terme affecté de $\theta(\partial_2 - \partial_3)$, et l'on peut supprimer, à plus forte raison, un terme affecté, soit de $\theta\partial_1(\partial_2 - \partial_3)$, soit surtout de $\theta^2(\partial_2 - \partial_3)$. Les termes qui ont en coefficient C, C', C'' disparaissent donc, et il vient simplement

$$-p = B\theta, \quad \frac{1}{2}(F_2 - F_3) = B'\theta\,(\partial_2 - \partial_3),$$

ou bien, si l'on pose $B = \lambda$, $B' = -m\lambda$,

$$-p = \lambda\theta, \quad \frac{1}{2}(F_2 - F_3) = mp\,(\partial_2 - \partial_3).$$

On aurait des valeurs analogues pour les demi-différences $\frac{1}{2}(F_3 - F_1)$, $\frac{1}{2}(F_1 - F_2)$: ces valeurs, substituées dans les expressions identiques de F_1, F_2, F_3, dont la première est

$$F_1 = -p - \frac{1}{3}(F_3 - F_1) + \frac{1}{3}(F_1 - F_2),$$

Digitized by Google

donnent, en observant que la somme $\partial_1 + \partial_2 + \partial_3$, ou θ, est négligeable en comparaison de $\partial_1, \partial_2, \partial_3$, les formules définitives :

$$(10) \quad . \quad . \left\{ \begin{array}{l} F_1 = -p(1 - 2m\partial_1), \quad F_2 = -p(1 - 2m\partial_2), \quad F_3 = -p(1 - 2m\partial_3), \\ \text{avec la condition } \partial_1 + \partial_2 + \partial_3 \quad \text{ou} \quad \theta = 0. \end{array} \right.$$

Supposons actuellement que les équations (8) se résolvent sans poser $\theta = 0$, mais dans l'hypothèse que θ y varie, à partir de zéro, d'une manière continue, à mesure que les deux différences $\partial_2 - \partial_3, \partial_3 - \partial_1$, d'abord nulles, prennent des valeurs croissantes. Les équations dont il s'agit se vérifiant quand la pression moyenne p égale zéro, il est clair que la dilatation cubique ne peut pas y avoir de valeurs bien sensibles et qu'elle y est tout au plus de l'ordre des carrés ou des produits de $\partial_1, \partial_2, \partial_3$, (si même il est physiquement admissible qu'elle puisse être finie). C'est du reste ce que montre la première relation (8), où B est l'inverse de ce qu'on appelle *coefficient de compressibilité,* et de laquelle on tire

$$\theta = -\frac{1}{B}\left\{ C\theta^2 + D\left[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2\right]\right\}.$$

Ainsi θ est seulement du second ordre de petitesse en $\partial_1, \partial_2, \partial_3$: par suite, θ^2 disparaît, comme se trouvant du quatrième ordre, des deux premières équations (8). De plus, au degré d'approximation auquel on se borne, la troisième équation (8) est vérifiée quel que soit le coefficient fini C''.

Les relations (8), ainsi réduites à

$$(11) \quad B\theta + D\left[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2\right] = 0, \quad B'\theta + D'\left[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2\right] = 0,$$

donnent par l'élimination de θ, en appelant $-m$ le rapport $\frac{D'}{D}$,

$$(12) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad B' = -mB, \quad D' = -mD.$$

Les formules générales (4) conduiront encore, dans le cas que nous examinons, aux mêmes relations (10) que dans le précédent, du moins tant qu'on supposera les parties variables, $F_1 - A$, $F_2 - A$, $F_3 - A$, des pres-

Digitized by Google

sions, assez petites pour que la dilatation cubique θ ne cesse pas d'être du second ordre de petitesse en $\partial_1, \partial_2, \partial_3$. Les conditions (7) et (12), si on néglige d'ailleurs dans une même formule, devant θ, les termes affectés de θ^2, $\theta\partial_1$, $\theta\partial_2$, $\theta\partial_3$, changent en effet les relations (4) en celles-ci

$$(13)\quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}(F_2 - F_3) = mp(\partial_2 - \partial_3), \quad \frac{1}{2}(F_3 - F_1) = mp(\partial_3 - \partial_1), \quad \frac{1}{2}(F_1 - F_2) = mp(\partial_1 - \partial_2), \\ -p = B\theta + D\left[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2\right] : \end{array} \right.$$

les trois premières, combinées avec la condition approchée d'incompressibilité $\partial_1 + \partial_2 + \partial_3 = 0$, donnent bien les relations (10).

Les formules (10) conviennent par conséquent à tous les milieux élastiques pulvérulents soumis à des pressions modérées. Elles diffèrent des formules (5), *caractéristiques des corps solides, en ce que, d'une part, la dilatation cubique θ y est négligeable en comparaison des dilatations linéaires $\partial_1, \partial_2, \partial_3$ dont elle vaut sensiblement la somme algébrique, tandis que, d'autre part, le coefficient de rigidité μ, au lieu d'être constant, y prend la forme mp, c'est-à-dire devient proportionnel à la pression moyenne exercée au point considéré.*

Les relations qui existent, dans ces deux espèces de corps, entre les actions déformatrices $F_2 - F_3$, $F_3 - F_1$, $F_1 - F_2$ et les déformations produites $\partial_2 - \partial_3$, $\partial_3 - \partial_1$, $\partial_1 - \partial_2$, se déduisent immédiatement des formules (5) ou (10), et sont les suivantes :

$$(14)\ldots\quad \frac{\frac{1}{2}(F_2 - F_3)}{\partial_2 - \partial_3} = \frac{\frac{1}{2}(F_3 - F_1)}{\partial_3 - \partial_1} = \frac{\frac{1}{2}(F_1 - F_2)}{\partial_1 - \partial_2} = \left\{ \begin{array}{l} \mu \text{ (si le corps est solide)}, \\ mp \text{ (s'il est pulvérulent).} \end{array} \right.$$

Digitized by Google

§ II.

EXPRESSIONS GÉNÉRALES DES FORCES ÉLASTIQUES, A L'INTÉRIEUR DES CORPS D'ÉLASTICITÉ CONSTANTE, SOLIDES OU PULVÉRULENTS.

—

Expressions des dilatations et des glissements en fonction des dérivées partielles des déplacements.

9. Les formules des pressions principales F_1, F_2, F_3 en fonction des dilatations principales ∂_1, ∂_2, ∂_3 étant obtenues, il nous reste à chercher celles qui expriment les six composantes, N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3 (notations de Lamé), des pressions exercées sur l'unité superficielle des trois éléments plans perpendiculaires à trois axes de coordonnées rectangles x, y, z, en fonction des trois dilatations ∂_x, ∂_y, ∂_z des lignes matérielles qui étaient primitivement parallèles à ces axes et des trois cosinus g_{yz}, g_{zx}, g_{xy} (*glissements*) des angles que font, après les déformations, les mêmes lignes prises deux à deux.

J'appellerai :

1° x, y, z les coordonnées primitives de la particule matérielle à partir de laquelle sont menées ces trois petites lignes et où se croisent les éléments plans considérés;

2° u, v, w, fonctions continues de x, y, z, les déplacements suivant les axes, à l'époque t, de la même particule, c'est-à-dire les petits accroissements reçus à cette époque par les coordonnées primitives x, y, z;

3° x', y', z' ses coordonnées primitives par rapport à un autre système déterminé d'axes rectangles ayant la même origine, et que je supposerai, finalement, parallèles aux trois directions suivant lesquelles se sont produites les dilatations principales ∂_1, ∂_2, ∂_3 au point particulier considéré;

4° u', v', w' les déplacements, suivant ces nouveaux axes, de la même particule;

5° enfin, a, b, c; a', b', c'; a'', b'', c'' les cosinus des angles que l'axe des x, l'axe des y, l'axe des z, font avec ces nouveaux axes des x', y', z'.

Si dx, dy, dz désignent les longueurs primitives de trois lignes matérielles infiniment petites, primitivement parallèles aux axes des x, y, z, et

Digitized by Google

menées à partir de la particule considérée, leurs projections sur ces axes, après les déplacements, seront respectivement devenues, comme on sait :

$$\left(1+\frac{du}{dx}\right)dx, \quad \frac{dv}{dx}dx, \quad \frac{dw}{dx}dx, \text{ pour la première } dx,$$
$$\frac{du}{dy}dy, \quad \left(1+\frac{dv}{dy}\right)dy, \quad \frac{dw}{dy}dy \text{ pour la deuxième } dy,$$
$$\frac{du}{dz}dz, \quad \frac{dv}{dz}dz, \quad \left(1+\frac{dw}{dz}\right)dz, \text{ pour la troisième } dz.$$

Par suite, les dilatations de ces lignes, excès, sur l'unité, des rapports de leurs longueurs actuelles à leurs longueurs primitives, vaudront sensiblement

$$(15) \dots\dots\dots \quad \partial_x = \frac{du}{dx}, \quad \partial_y = \frac{dv}{dy}, \quad \partial_z = \frac{dw}{dz},$$

et les cosinus des angles qu'elles feront deux à deux seront, au même degré d'approximation,

$$(16) \dots\dots \quad g_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy}, \quad g_{zx} = \frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz}, \quad g_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}.$$

Formules pour les transformations de coordonnées : 1° Transformation des dilatations et des glissements;

10. D'ailleurs, les formules connues de la transformation des coordonnées donnent :

$$x = ax' + by' + cz', \quad y = a'x' + b'y' + c'z', \quad z = a''x' + b''y' + c''z';$$
$$\frac{d}{dx} = a\frac{d}{dx'} + b\frac{d}{dy'} + c\frac{d}{dz'}, \quad \frac{d}{dy} = a'\frac{d}{dx'} + b'\frac{d}{dy'} + c'\frac{d}{dz'}, \quad \frac{d}{dz} = a''\frac{d}{dx'} + b''\frac{d}{dy'} + c''\frac{d}{dz'};$$
$$u = au' + bv' + cw', \quad v = a'u' + b'v' + c'w', \quad w = a''u' + b''v' + c''w'.$$

On en déduit immédiatement les relations suivantes :

$$\frac{du}{dx} = a^2\frac{du'}{dx'} + b^2\frac{dv'}{dy'} + c^2\frac{dw'}{dz'} + bc\left(\frac{dv'}{dz'} + \frac{dw'}{dy'}\right) + ca\left(\frac{dw'}{dx'} + \frac{du'}{dz'}\right) + ab\left(\frac{du'}{dy'} + \frac{dv'}{dx'}\right)$$

$$\frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 2\left(a'a''\frac{du'}{dx'} + b'b''\frac{dv'}{dy'} + c'c''\frac{dw'}{dz'}\right) + (b'c'' + c'b'')\left(\frac{dv'}{dz'} + \frac{dw'}{dy'}\right)$$
$$+ (c'a'' + a'c'')\left(\frac{dw'}{dx'} + \frac{du'}{dz'}\right) + (a'b'' + b'a'')\left(\frac{du'}{dy'} + \frac{dv'}{dx'}\right);$$

$$\frac{dv}{dy} = \dots, \quad \frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz} = \dots; \quad \frac{dw}{dz} = \dots, \quad \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = \dots.$$

Digitized by Google

Or, par hypothèse, les axes des x', y', z' sont parallèles aux trois directions *principales*, pour lesquelles, au point particulier (x, y, z), les glissements ou cosinus $\frac{dv'}{dz'} + \frac{dw'}{dy'}$, $\frac{dw'}{dx'} + \frac{du'}{dz'}$, $\frac{du'}{dy'} + \frac{dv'}{dx'}$ sont nuls, tandis que les dilatations $\frac{du'}{dx'}$, $\frac{dv'}{dy'}$, $\frac{dw'}{dz'}$ ont été appelées $\partial_1, \partial_2, \partial_3$. Les formules précédentes deviennent donc simplement :

$$(17) \cdot \left\{ \begin{array}{lll} \partial_x = a^2\partial_1 + b^2\partial_2 + c^2\partial_3, & \partial_y = a'^2\partial_1 + b'^2\partial_2 + c'^2\partial_3, & \partial_z = a''^2\partial_1 + b''^2\partial_2 + c''^2\partial_3; \\ g_{yz} = 2(a'a''\partial_1 + b'b''\partial_2 + c'c''\partial_3), & g_{zx} = 2(a''a\partial_1 + b''b\partial_2 + c''c\partial_3), & g_{xy} = 2(aa'\partial_1 + bb'\partial_2 + cc'\partial_3). \end{array} \right.$$

Plusieurs conséquences utiles résultent de ces formules. Et d'abord, si l'on ajoute les trois expressions de $\partial_x, \partial_y, \partial_z$, il vient, à cause des relations connues qui existent entre les cosinus $a, a', a'', \ldots$, la formule

$$(18) \ldots\ldots \quad \partial_x + \partial_y + \partial_z = \partial_1 + \partial_2 + \partial_3 = \text{par suite } \theta.$$

Si, en outre, on retranche, par exemple, ∂_z de ∂_y et que, dans le résultat, on remplace a'^2, a''^2 par $1 - b'^2 - c'^2$, $1 - b''^2 - c''^2$, on trouve

$$(19) \ldots \left\{ \begin{array}{l} \partial_y - \partial_z = (c'^2 - c''^2)(\partial_3 - \partial_1) - (b'^2 - b''^2)(\partial_1 - \partial_2); \\ \text{on aurait de même} \\ \partial_z - \partial_x = (a''^2 - a^2)(\partial_1 - \partial_2) - (c''^2 - c^2)(\partial_2 - \partial_3), \\ \partial_x - \partial_y = (b^2 - b'^2)(\partial_2 - \partial_3) - (a^2 - a'^2)(\partial_3 - \partial_1). \end{array} \right.$$

Enfin, en éliminant, au moyen de la relation

$$a'a'' + b'b'' + c'c'' = 0,$$

$a'\,a''$ de l'expression (17) de g_{yz}, il vient

$$(20) \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} g_{yz} = 2c'c''(\partial_3 - \partial_1) - 2b'b''(\partial_1 - \partial_2); \\ \text{on aurait de même} \\ g_{zx} = 2a''a(\partial_1 - \partial_2) - 2c''c(\partial_2 - \partial_3), \\ g_{xy} = 2bb'(\partial_2 - \partial_3) - 2aa'(\partial_3 - \partial_1). \end{array} \right.$$

11. D'autre part, des relations bien connues, qu'on déduit de la considération de l'équilibre dynamique du tétraèdre élémentaire de Cauchy, fournissent les formules nécessaires pour la transformation des pressions N, T. 2° Transformation des forces élastiques.



Si p_x, p_y, p_z désignent les composantes, suivant les trois axes rectangulaires des x, y, z, de la pression exercée sur l'unité d'aire de l'élément plan quelconque dont la normale fait avec ces axes les angles α, β, γ, ces relations sont :

$$(21) \quad \begin{cases} p_x = N_1 \cos\alpha + T_3 \cos\beta + T_2 \cos\gamma, \\ p_y = T_3 \cos\alpha + N_2 \cos\beta + T_1 \cos\gamma, \\ p_z = T_2 \cos\alpha + T_1 \cos\beta + N_3 \cos\gamma. \end{cases}$$

Appliquées en prenant les composantes, $p_{x'}, p_{y'}, p_{z'}$, suivant le système particulier d'axes, des x', y', z', pour lequel les forces normales N deviennent F_1, F_2, F_3, tandis que les forces tangentielles T sont nulles, ces formules se réduisent à

$$(21^{bis}) \quad p_{x'} = F_1 \cos\alpha', \quad p_{y'} = F_2 \cos\beta', \quad p_{z'} = F_3 \cos\gamma',$$

où j'appelle α', β', γ' les angles faits avec ces axes par la normale à l'élément plan considéré.

On aura les composantes, toujours suivant les axes des x', y', z', des pressions exercées sur les éléments plans normaux aux axes des x, y, z, en faisant successivement, dans (21bis) :

$$\cos\alpha' = a, \ = a', \ = a''; \quad \cos\beta' = b, \ = b', \ = b''; \quad \cos\gamma' = c, \ = c', \ = c''.$$

Les projections N_1, T_3, T_2; T_3, N_2, T_1; T_2, T_1, N_3, suivant les x, y, z, des mêmes pressions, s'obtiendront ensuite en faisant la somme de ces composantes, respectivement multipliées par a, b, c, ou par a', b', c', ou par a'', b'', c''. Il vient ainsi :

$$(22) \quad \begin{cases} N_1 = a^2F_1 + b^2F_2 + c^2F_3, \quad N_2 = a'^2F_1 + b'^2F_2 + c'^2F_3, \quad N_3 = a''^2F_1 + b''^2F_2 + c''^2F_3; \\ T_1 = a'a''F_1 + b'b''F_2 + c'c''F_3, \quad T_2 = a''aF_1 + b''bF_2 + c''cF_3, \quad T_3 = aa'F_1 + bb'F_2 + cc'F_3. \end{cases}$$

Ces formules sont pareilles à (17), et l'on en tirera de même des relations analogues à (18), (19), (20) :

$$(23) \quad \begin{cases} N_1 + N_2 + N_3 = F_1 + F_2 + F_3 = \text{par suite} - 3p; \\ N_2 - N_3 = (c'^2 - c''^2)(F_3 - F_1) - (b'^2 - b''^2)(F_1 - F_2), \quad N_3 - N_1 = \cdots, \quad N_1 - N_2 = \cdots; \\ T_1 = c'c''(F_3 - F_1) - b'b''(F_1 - F_2), \quad T_2 = \cdots, \quad T_3 = \cdots \end{cases}$$



12. Il suffit de comparer respectivement les expressions (23) de $N_2 - N_3$ et de T_1, à celles (19) de $\partial_y - \partial_z$ et (20) de g_{yz}, en tenant compte de l'égalité continue (14), pour voir que l'on a

Formules des forces élastiques, pour les solides isotropes et pour les milieux pulvérulents.

$$\frac{\frac{1}{2}(N_2 - N_3)}{\partial_y - \partial_z} = \frac{T_1}{g_{yz}} = \begin{cases} \mu \text{ (si le corps est solide)}, \\ mp \text{ (s'il est pulvérulent)}; \end{cases}$$

les rapports

$$\frac{\frac{1}{2}(N_3 - N_1)}{\partial_z - \partial_x}, \quad \frac{T_2}{g_{zx}}, \quad \frac{\frac{1}{2}(N_1 - N_2)}{\partial_x - \partial_y}, \quad \frac{T_3}{g_{xy}},$$

égaleront de même μ ou mp.

De là résultent immédiatement les valeurs cherchées de T_1, T_2, T_3, ainsi que celles des différences $N_2 - N_3$, $N_3 - N_1$, $N_1 - N_2$. Quant aux expressions même de N_1, N_2, N_3, des identités dont la première est

$$N_1 = \frac{1}{3}(N_1 + N_2 + N_3) - \frac{1}{3}(N_3 - N_1) + \frac{1}{3}(N_1 - N_2)$$

les donnent ensuite, si l'on observe que, d'après une relation (23), la force normale moyenne $\frac{1}{3}(N_1 + N_2 + N_3)$ est égale à la moyenne arithmétique $-p$ des trois pressions principales et a pour valeur, dans le cas d'un solide isotrope (voir form. 5), $A + (\lambda + \frac{2}{3}\mu)\theta$. En tenant compte de (18), on trouve ainsi, dans ce cas, les formules bien connues :

$$(24) \ldots \begin{cases} N_1 = A + \lambda\theta + 2\mu\partial_x, & N_2 = A + \lambda\theta + 2\mu\partial_y, & N_3 = A + \lambda\theta + 2\mu\partial_z, \\ T_1 = \mu g_{yz}, & T_2 = \mu g_{zx}, & T_3 = \mu g_{xy}, \\ \text{où, d'après (18),} & \theta = \partial_x + \partial_y + \partial_z. & \end{cases}$$

Si, au contraire, le corps est pulvérulent, cas dans lequel nous avons vu que la dilatation cubique θ peut être négligée, il vient

$$(25) \ldots \begin{cases} N_1 = -p(1 - 2m\partial_x), & N_2 = -p(1 - 2m\partial_y), & N_3 = -p(1 - 2m\partial_z), \\ T_1 = pmg_{yz}, & T_2 = pmg_{zx}, & T_3 = pmg_{xy}, \\ \text{avec la condition } \theta \text{ ou } & \partial_x + \partial_y + \partial_z = 0. & \end{cases}$$

On pourra, dans l'un et dans l'autre cas, substituer aux six déformations ∂_x, ∂_y, ∂_z, g_{yz}, g_{zx}, g_{xy} leurs expressions approchées (15) et (16) en fonction des dérivées partielles des déplacements u, v, w par rapport aux coordonnées primitives x, y, z.


Digitized by Google

§ III.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DE L'ÉQUILIBRE D'ÉLASTICITÉ DES MASSIFS PULVÉRULENTS.

Considérations préliminaires.

13. Je m'occuperai principalement, dans la suite de cette étude, de l'équilibre de massifs pesants, tels qu'un monceau de sable, formés de très-petits grains solides juxtaposés sans cohésion, mais se comprimant mutuellement. On pourra faire abstraction de la pression atmosphérique, appliquée normalement à tout élément plan pris au sein d'un pareil massif; car cette pression, qui existe en tous sens à l'intérieur et tout autour des divers grains, avant même qu'on les rapproche, et aussi dans l'air interposé, n'a aucun effet pour les maintenir serrés les uns contre les autres et par suite ne modifie nullement les deux pressions supplémentaires, normale et tangentielle, que le contact des grains produit généralement sur l'unité d'aire de l'élément plan. Ces pressions supplémentaires seront les seules que nous aurons à considérer, celles auxquelles nous appliquerons les formules établies ci-dessus et notamment les relations générales (21).

Nous supposerons d'abord le massif sans pesanteur, libre, en chaque point, de toute pression, et nous prendrons pour coordonnées primitives x, y, z de ses diverses particules, par rapport à un système d'axes rectangulaires fixes, les coordonnées qu'elles auraient dans cet état de repos, dit *état naturel;* puis nous concevrons qu'il devienne pesant, et nous nous proposerons de déterminer les petits déplacements u, v, w qu'auront éprouvés ses diverses parties quand un nouvel équilibre, que nous supposerons d'abord possible dans ces conditions, se sera établi.

Si les limites d'élasticité du massif ne sont pas dépassées, comme nous l'admettrons, les formules (25), spéciales aux corps pulvérulents, devront s'y appliquer; car les hypothèses, faites pour les établir, d'une égale constitution en tout sens et d'une rigidité nulle ou finie suivant que la pression

Digitized by Google

moyenne l'est elle-même, conviennent précisément aux masses dont il s'agit. L'expérience montre que les actions tangentielles T sont généralement de l'ordre de grandeur des actions normales N, ou de la pression moyenne p; d'où il suit que le coefficient numérique et positif m est assez grand pour que ses produits par les petites déformations ∂, g aient des valeurs comparables à l'unité. Nous supposerons d'ailleurs m constant, ce qui revient à admettre l'homogénéité du massif, c'est-à-dire la parité de composition de toutes ses parties d'étendue notable.

Équations indéfinies de l'équilibre. — Cas des déformations planes.

14. Cherchons d'abord les équations indéfinies de l'équilibre. Tous les termes que contiennent les expressions (25) des forces N, T ont linéairement en facteur les petites déformations ∂, g, à l'exception du terme $-p$, qui paraît dans N_1, N_2, N_3, mais qui est seulement comparable aux autres, comme il vient d'être dit. On peut donc, en comparaison des dérivées en x, y, z des forces N, T, négliger les produits de ces dérivées par celles des petits déplacements u, v, w et réduire par suite, ainsi qu'on le fait d'ordinaire dans la théorie de l'élasticité des corps solides, les conditions qui expriment l'équilibre de translation d'un élément de volume rectangulaire aux formules connues

$$(26)\quad \frac{dN_1}{dx}+\frac{dT_3}{dy}+\frac{dT_2}{dz}+\rho X=0,\quad \frac{dT_3}{dx}+\frac{dN_2}{dy}+\frac{dT_1}{dz}+\rho Y=0,\quad \frac{dT_2}{dx}+\frac{dT_1}{dy}+\frac{dN_3}{dz}+\rho Z=0,$$

où ρ désigne la densité du massif, c'est-à-dire sa masse sous l'unité de volume *apparent*, et X, Y, Z les composantes de la gravité g suivant les trois axes des x, y, z (*).

Je me bornerai à l'étude de déformations parallèles à un plan vertical, choisi pour celui des xy, et dans lesquelles le déplacement w sera nul, tandis

(*) On peut voir, au § I de la *Théorie des ondes liquides périodiques* (Recueil des savants étrangers de l'Académie des sciences de Paris, t. XX, 1872), les formules plus générales qu'il faudrait substituer à ces équations (26), si les dérivées des forces N, T en x, y, z contenaient des termes d'une grandeur notable indépendants des petites déformations ∂, g, comme il arrive précisément quand il s'agit d'ondes liquides.


Digitized by Google

que les déplacements u, v ne dépendront que de x et de y. Les relations (15), (16), (25) seront réduites par ces hypothèses à celles-ci :

$$(27)\quad \begin{cases} \partial_x = \dfrac{du}{dx}, \quad \partial_y = \dfrac{dv}{dy}, \quad g_{xy} = \dfrac{du}{dy} + \dfrac{dv}{dx}, \qquad \partial_z = 0, \quad g_{yz} = 0, \quad g_{zx} = 0; \\ N_1 = -p(1 - 2m\partial_x), \quad N_2 = -p(1 - 2m\partial_y), \quad N_3 = -p; \\ T_1 = 0, \qquad T_2 = 0, \qquad T_3 = pmg_{xy}; \\ \partial_x + \partial_y = 0. \end{cases}$$

On voit que la traction appliquée aux éléments superficiels parallèles au plan des xy, traction qui a les composantes T_2, T_1, N_3 suivant les axes respectifs des x, y, z, est normale à ces éléments plans et égale à $-p$: en d'autres termes, *il s'exerce en chaque point, sur l'élément superficiel parallèle aux plans des déformations, une simple pression normale égale à la pression moyenne produite en ce point.*

Si α et $\frac{\pi}{2} - \alpha$ désignent les angles que la pesanteur fait avec les deux axes des y et des x, on a $X = g \sin\alpha$, $Y = g\cos\alpha$, $Z = 0$, et les deux premières équations (26) deviennent

$$(28) \quad .\ .\ .\ .\ \quad \frac{dN_1}{dx} + \frac{dT}{dy} + \rho g \sin\alpha = 0, \quad \frac{dT}{dx} + \frac{dN_2}{dy} + \rho g \cos\alpha = 0,$$

dans lesquelles j'ai pu écrire simplement, comme je ferai désormais, T pour T_3, vu qu'il n'y a plus lieu de s'occuper de T_1 ni de T_2.

Quant à la troisième (26), elle se réduit à

$$\frac{dN_3}{dz} = 0, \quad \text{ou} \quad -\frac{dp}{dz} = 0,$$

et signifie, ce qui était évident, que la pression moyenne p ne dépend, comme u et v, que de x et de y.

En général, on substituera dans (28), à N_1, N_2, T, leurs expressions (27), de manière à ne laisser subsister pour inconnues que u, v, p. Mais on peut avoir quelquefois besoin de déterminer directement les forces N_1, N_2, T, sans

Digitized by Google

s'occuper des déplacements u, v. Alors une troisième équation en N_1, N_2, T devient nécessaire. Elle se tire de l'identité

$$\frac{d^2}{dxdy}\left(\frac{du}{dy}+\frac{dv}{dx}\right)=\frac{d^2}{dx^2}\frac{dv}{dy}+\frac{d^2}{dy^2}\frac{du}{dx}, \quad \text{ou} \quad \frac{d^2 g_{xy}}{dxdy}=\frac{d^2\partial_y}{dx^2}+\frac{d^2\partial_x}{dy^2},$$

en y portant les valeurs

$$g_{xy}=\frac{1}{2m}\frac{2T}{p}, \quad \partial_y=\frac{1}{2m}\left(\frac{N_2}{p}+1\right)=\frac{1}{2m}\left(\frac{N_2-N_1}{2p}\right), \quad \partial_x=\frac{1}{2m}\left(\frac{N_1-N_2}{2p}\right),$$

que trois des relations (27) fournissent pour les déformations g_{xy}, ∂_y, ∂_x : il vient

$$(28^{bis}) \ldots \quad 2\frac{d^2}{dxdy}\left(\frac{T}{p}\right)=\left(\frac{d^2}{dx^2}-\frac{d^2}{dy^2}\right)\left(\frac{N_2-N_1}{2p}\right), \quad \text{où} \quad p=-\frac{1}{2}(N_2+N_1) \; (*).$$

Pressions, dilatations et glissements, parallèles au plan des déformations.

15. Nous aurons ultérieurement besoin de connaître la force élastique exercée sur l'élément plan, parallèle à l'axe des z, dont la normale fera, avec ceux des x et des y, deux angles donnés β et $\frac{\pi}{2}-\beta$. Les formules

(*) Quand le corps, supposé toujours homogène et isotrope, est solide et non pulvérulent, trois des formules (24) donnent, en y faisant $\partial_z=0$, $\theta=\partial_x+\partial_y$,

$$g_{xy}=\frac{1}{2\mu}\cdot 2T, \quad \partial_y=\frac{1}{2\mu}\left[N_2-A-\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\left(\frac{N_2+N_1}{2}-A\right)\right], \quad \partial_x=\frac{1}{2\mu}\left[N_1-A-\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\left(\frac{N_2+N_1}{2}-A\right)\right].$$

L'équation (28bis) doit donc être alors remplacée par celle-ci

$$(28^{ter}) \ldots\ldots \quad 2\frac{d^2T}{dxdy}=\frac{d^2N_2}{dx^2}+\frac{d^2N_1}{dy^2}-\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}\right)(N_2+N_1).$$

Si ϖ désigne une fonction inconnue, qui restera seule à déterminer, les deux équations (28) reviennent à poser, comme on le reconnaît aisément,

$$T=-\rho g\frac{d^2\varpi}{dxdy}, \quad N_2=A+\rho g\left(\frac{d^2\varpi}{dx^2}-y\cos\alpha\right), \quad N_1=A+\rho g\left(\frac{d^2\varpi}{dy^2}-x\sin\alpha\right),$$

et la formule (28ter) prend la forme

$$\Delta_2\Delta_2\varpi=0,$$

en représentant par Δ_2 l'expression symbolique $\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}$.


Digitized by Google

générales (21), dans lesquelles il faudra ainsi remplacer $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ par $\cos\beta$, $\sin\beta$, 0, et poser d'ailleurs $T_2 = 0$, $T_1 = 0$, donneront, pour composantes respectives de cette pression suivant les x, suivant les y et suivant les z,

$$(29) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad p_x = N_1 \cos\beta + T\sin\beta, \quad p_y = T\cos\beta + N_2\sin\beta, \quad p_z = 0.$$

Mais il est préférable d'avoir ses deux composantes, *normale*, $\mathfrak{N}$, et *tangentielle*, $\mathfrak{T}$ (suivant la direction qui fait avec les x positifs l'angle $\beta + \frac{\pi}{2}$) : on les obtiendra en ajoutant les composantes (29), après les avoir respectivement multipliées par les cosinus des angles que fait avec les x, y, z la direction sur laquelle on les projette, savoir, pour $\mathfrak{N}$, par $\cos\beta$, $\sin\beta$, 0, et, pour $\mathfrak{T}$, par $\cos\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)$, 0, ou par $-\sin\beta$, $\cos\beta$, 0. Il vient ainsi, après avoir remplacé $\cos^2\beta$, $\sin^2\beta$, $\cos\beta\sin\beta$ par $\frac{1}{2}(1 + \cos 2\beta)$, $\frac{1}{2}(1 - \cos 2\beta)$, $\frac{1}{2}\sin 2\beta$, et avoir observé que $N_1 + N_2 = -2p$:

$$(30) . \quad . \quad \mathfrak{N} = -p - \frac{N_2 - N_1}{2}\cos 2\beta + T\sin 2\beta, \quad \mathfrak{T} = \frac{N_2 - N_1}{2}\sin 2\beta + T\cos 2\beta.$$

J'appellerai β_0 l'angle auxiliaire, compris entre zéro et π, que définissent les relations

$$(31) . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\beta_0 = -\dfrac{T}{R}, \quad \cos 2\beta_0 = \dfrac{\frac{1}{2}(N_2 - N_1)}{R}, \\ \text{où} \quad R = \sqrt{T^2 + \left(\dfrac{N_2 - N_1}{2}\right)^2}; \end{array} \right.$$

en remplaçant alors T et $\frac{1}{2}(N_2 - N_1)$ par $-R\sin 2\beta_0$ et par $R\cos 2\beta_0$, les formules (30) deviendront simplement

$$(32) . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \mathfrak{N} = -p - R\cos 2(\beta - \beta_0), \quad \mathfrak{T} = R\sin 2(\beta - \beta_0).$$

On peut d'ailleurs, dans les formules (31), substituer à N_1, N_2, T leurs valeurs (27); ce qui donne

$$(33) . \quad . \quad . \quad \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\beta_0 = \dfrac{-g_{xy}}{\pm\sqrt{g_{xy}^2 + (\partial_y - \partial_x)^2}}, \quad \cos 2\beta_0 = \dfrac{\partial_y - \partial_x}{\pm\sqrt{g_{xy}^2 + (\partial_y - \partial_x)^2}}, \\ R = \pm\, mp\sqrt{g_{xy}^2 + (\partial_y - \partial_x)^2}, \end{array} \right.$$

Digitized by Google

où il faudra prendre soit les signes supérieurs, soit les signes inférieurs, suivant que la pression moyenne p sera positive ou négative.

Il nous sera encore utile de connaître, en fonction de ∂_x, ∂_y, g_{xy}, 1° la dilatation $\partial_{x'}$ de la ligne matérielle, parallèle au plan des xy, qui faisait primitivement avec les axes des x, y, z les angles respectifs β, $\frac{\pi}{2}-\beta$, 0, 2° la dilatation $\partial_{y'}$, de la ligne, primitivement normale à celle-là et également parallèle aux xy, qui faisait avec l'axe des x l'angle $\beta+\frac{\pi}{2}$, et 3° enfin le petit cosinus $g_{x'y'}$, de l'angle que font, après les déformations, ces deux lignes matérielles. Il suffit pour cela d'observer que les expressions (27) de N_1, T_3, applicables à tous les systèmes d'axes rectangulaires pris dans le plan des xy et notamment à ceux qui auraient été primitivement parallèles à ces lignes, donnent

$$\mathfrak{N} = -p\,(1-2m\partial_{x'}),\quad \mathfrak{T} = pmg_{x'y'}.$$

De la comparaison de ces valeurs de $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$ à (32), et vu la valeur (33) de R, il résulte :

$$(34)\quad \cdot\ \cdot \begin{cases} \partial_{x'} = -\dfrac{R}{2mp}\cos 2(\beta-\beta_0) = \mp\dfrac{1}{2}\sqrt{g_{xy}^2+(\partial_y-\partial_x)^2}\cos 2(\beta-\beta_0), \\ g_{x'y'} = \dfrac{R}{mp}\sin 2(\beta-\beta_0) = \pm\sqrt{g_{xy}^2+(\partial_y-\partial_x)^2}\sin 2(\beta-\beta_0). \end{cases}$$

D'un autre côté, la dernière formule (27), également applicable à tous les systèmes d'axes rectangulaires pris dans le plan des xy, donne

$$(34^{bis})\quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \partial_{y'} = -\partial_{x'}.$$

Les trois pressions principales F_1, F_2, F_3 s'obtiennent aisément au moyen des relations (27) et (32). Et d'abord, l'une d'elles, parallèle à l'axe des z par raison de symétrie, est N_3 ou $-p$. Les deux autres, évidemment exercées sur deux éléments plans parallèles au même axe des z, sont les deux valeurs de $\mathfrak{N}$ qui correspondent à des valeurs de $\mathfrak{T}$ nulles, c'est-à-dire à $\sin 2(\beta-\beta_0)=0$, $\cos 2(\beta-\beta_0)=\mp 1$; elles valent $-p+R$ et $-p-R$. En rangeant ces trois pressions par ordre de grandeur décroissante, il vient ainsi

$$(34^{ter})\quad \ldots\ldots \quad F_1 = -p+R,\quad F_2 = -p,\quad F_3 = -p-R.$$


Digitized by Google

Les trois dilatations principales correspondantes sont par suite

$$(34^{quater}) \quad \ldots\ldots \quad \delta_1 = \frac{R}{2mp}, \quad \delta_2 = 0, \quad \delta_3 = -\frac{R}{2mp}.$$

Remarquons enfin que les deux forces principales F_1, F_3 font, avec la droite dont β_0 désigne l'inclinaison sur l'axe des x, deux angles $\beta - \beta_0$ tels, que $\cos 2(\beta - \beta_0) = -1$ pour F_1, $\cos 2(\beta - \beta_0) = +1$ pour F_3; ces angles valent donc, à part un nombre entier de demi-circonférences, $\frac{\pi}{2}$ pour F_1 et zéro pour F_3. Ainsi, *la plus petite*, F_3, *des forces élastiques principales coïncide avec la direction qui fait avec les x positifs l'angle* β_0.

Conditions spéciales aux surfaces-limites.

16. Si les petits déplacements u, v, w et la pression moyenne p varient avec continuité d'un point à l'autre dans *toute* l'étendue du massif (comme je l'admettrai), il n'y aura pas, à son intérieur, d'autres équations d'équilibre à vérifier que la condition d'incompressibilité

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0,$$

et les trois équations indéfinies (26), dans lesquelles on suppose les forces N, T remplacées par leurs expressions en fonction de u, v, w, p. Mais il existera des conditions spéciales, relatives, les unes aux surfaces libres où le massif pulvérulent n'est en rapport qu'avec l'atmosphère, les autres aux surfaces-parois, qui seront constituées soit par un sol solide, soit par les faces postérieures des murs de soutènement.

Aux surfaces libres, il faudra exprimer que la pression exercée par le massif sur sa couche superficielle a ses trois composantes, suivant les axes, égales et contraires à celles de la pression exercée du dehors sur la même couche, pression nulle puisqu'on fait abstraction de l'atmosphère. La troisième de ces conditions est vérifiée identiquement dans le cas, auquel nous nous bornons, de déformations planes : en effet, au point de la surface libre où la normale à cette surface, menée vers l'intérieur, fera avec les axes des x, y, z les angles respectifs γ, $\frac{\pi}{2} - \gamma$, 0, les formules (29), dans lesquelles

Digitized by Google

il suffira de remplacer β par γ et de poser $p_x = 0$, $p_y = 0$, $p_z = 0$, donneront simplement

$$(35) \quad . \quad . \quad N_1 \cos\gamma + T \sin\gamma = 0, \quad T \cos\gamma + N_2 \sin\gamma = 0 \quad \text{(à la surface libre).}$$

Aux parois, il y aura également trois conditions spéciales. La première s'obtiendra en exprimant que les points du massif adjacents à une paroi ne la quittent pas, ou que leurs coordonnées $x + u$, $y + v$, $z + w$ vérifient constamment l'équation de la surface. Les deux autres varieront avec le degré de rugosité de la paroi. Je ne considérerai que les deux cas extrêmes où ce degré sera, soit suffisant pour empêcher tout glissement fini de la couche adjacente du massif, soit au contraire nul, c'est-à-dire tel, que la paroi n'exerce aucun frottement ou aucune action tangentielle sensible. Afin de traiter en premier lieu les problèmes les plus simples, je supposerai même d'abord que le massif, après avoir été posé sur le sol qui le porte et contre les murs qui le soutiennent, se soit trouvé un instant à l'état *naturel* avant de devenir pesant comme il l'est en effet, et j'admettrai en outre l'immobilité absolue des murs de soutènement.

Dans le cas d'une paroi rugueuse, les deux composantes du déplacement suivant deux directions rectangulaires prises tangentiellement à la paroi seront égales à zéro, aussi bien que sa composante normale à celle-ci, et l'on y aura en définitive $u = 0$, $v = 0$, $w = 0$. Dans le cas contraire d'une paroi polie, il faudra annuler les deux composantes, suivant ces directions rectangulaires tangentielles à la surface, de l'action que le massif exerce sur sa couche superficielle. Bornons-nous toujours à l'étude de déformations planes et appelons encore γ, $\frac{\pi}{2} - \gamma$, 0, les angles que la normale menée, vers l'intérieur du massif, à un élément de sa surface, fait avec les axes respectifs des x, y, z. Les formules (32), si l'on y remplace β par γ, donneront pour les deux composantes, normale $-\mathfrak{N}$ et tangentielle $\mathfrak{T}$, de la poussée exercée par le massif sur l'unité d'aire de sa couche superficielle (ou par suite de la paroi adjacente)

$$(36) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad -\mathfrak{N} = p + R \cos 2(\gamma - \beta_0), \quad \mathfrak{T} = R \sin 2(\gamma - \beta_0),$$

où R et β_0 auront les valeurs définies par les relations (33). Le radical R


Digitized by Google

étant essentiellement positif, on annulera généralement $\mathfrak{C}$, si la paroi est infiniment polie, en posant $\sin 2(\gamma - \beta_0) = 0$: dans le même cas, la composante $u \cos\gamma + v \sin\gamma$, normale à la paroi, du déplacement de la couche superficielle, devra être nulle. Les conditions cherchées seront donc :

$$(37) \ldots \begin{cases} u = 0, \quad v = 0 \quad \text{(contre une paroi rugueuse)}, \\ u\cos\gamma + v\sin\gamma = 0, \quad \sin 2(\gamma - \beta_0) = 0, \quad \text{(contre une paroi polie)}. \end{cases}$$

Il ne faut pas oublier que ces conditions aux parois, les plus simples qu'on puisse imaginer, ne concernent que le cas hypothétique où l'état *naturel*, dans lequel on a partout $u = 0$, $v = 0$, $w = 0$, aurait existé antérieurement au mode d'équilibre étudié : en d'autres termes, elles ne s'appliquent qu'autant que la masse pulvérulente est supposée d'abord libre de toute pression et sans pesanteur, puis déformée, sous l'action de son poids effectif, sans que la couche adjacente à une paroi éprouve de déplacement dans le sens normal, si celle-ci est polie, ni même dans aucun sens si elle est rugueuse. Or ces circonstances ne se réalisent pas dans la pratique. Les murs que l'on construit effectivement ont sans doute leurs faces postérieures plus rugueuses qu'il ne faut pour empêcher le glissement des particules terreuses adjacentes : mais celles-ci s'y trouvent immobilisées dans d'autres positions que celles d'état naturel, et les conditions cherchées s'obtiennent en égalant leurs déplacements u, v, w à des fonctions de x, y, z qu'il faut supposer données dans chaque cas pour que le problème de l'équilibre soit déterminé, mais qui seront en réalité inconnues. De même, près d'une paroi polie, la composante totale des déplacements suivant la normale à la paroi sera généralement une fonction déterminée dans chaque cas, quoique inconnue, de x, y, z, et ne s'annulera qu'exceptionnellement.

Avec les données dont dispose l'ingénieur, l'équilibre qui se produit dans un massif, au moment même où on le forme en déchargeant successivement de la terre sur le sol ou contre un mur de soutènement, ne paraît donc pas susceptible d'une détermination précise, et il doit être fort complexe ou affecté d'un grand nombre d'anomalies locales (*). Mais ce qu'il importe de

(*) La même difficulté se présenterait si le massif était solide et élastique au lieu d'être dénué de cohésion : elle ne tient qu'à notre ignorance des conditions réelles dans lesquelles se trouve

Digitized by Google

connaître, c'est le mode d'équilibre *définitif* qui subsistera, lorsque les petits ébranlements que tout massif éprouve presque à chaque instant auront fait disparaître les irrégularités et amené un tassement complet, ou groupé tous les grains sablonneux de la manière en quelque sorte la moins forcée. Un tel mode d'équilibre, par le fait même qu'il s'établit de préférence à tout autre, doit être, *de tous les modes compatibles avec les circonstances, celui qui assure le mieux la stabilité intérieure du massif en l'écartant le moins possible de l'état naturel.* On verra, au § VIII, comment cette condition de stabilité peut tenir lieu de la connaissance des relations spéciales aux parois.

---

§ IV.

LEUR INTÉGRATION, QUAND LE MASSIF EST LIMITÉ SUPÉRIEUREMENT PAR UN PLAN ET INDÉFINI DANS LES AUTRES SENS.

---

17. Considérons d'abord un massif limité supérieurement par un plan et indéfini dans les autres sens, ou, ce qui revient au même ici, compris latéralement entre deux murs infiniment polis perpendiculaires à une horizontale du talus supérieur. Les déplacements se feront, par raison de symétrie, dans des plans normaux à cette horizontale et de la même manière dans tous : si donc on prend un de ces plans verticaux pour celui des xy, les formules précédemment établies pour le cas de déformations planes pourront être employées. Première intégration.

Soient : OA (fig. 1) une ligne de plus grande pente de la surface libre ou du talus supérieur dans l'état primitif du massif, OG une verticale dirigée en bas. Je prendrai pour axe des x la bissectrice de l'angle GOA, pour axe

la couche adjacente à la paroi, nullement à la théorie même de l'équilibre d'élasticité des massifs pulvérulents.

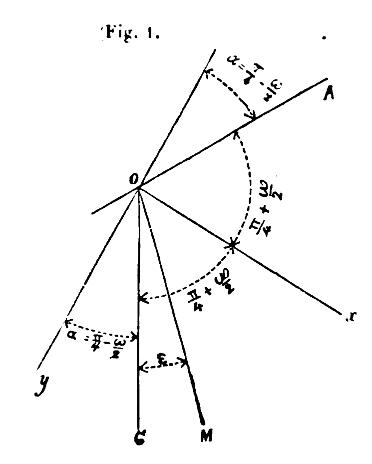

Digitized by Google

des y une perpendiculaire à Ox, menée de manière que l'angle GOy soit aigu. Si l'on appelle ω l'inclinaison primitive du talus sur l'horizon (inclinaison variable au plus de $-\frac{\pi}{2}$ à $\frac{\pi}{2}$), la quantité α qui, dans les formules (28), n° (14), désigne l'angle fait par la verticale avec l'axe des y, vaudra évidemment $\frac{\pi}{4}-\frac{\omega}{2}$, et on aura tout à la fois

$$(58) \quad \ldots\ldots\ldots \quad GOA=\frac{\pi}{2}+\omega, \quad \alpha \text{ ou } GOy=\frac{\pi}{4}-\frac{\omega}{2}.$$

Le massif étant indéfini parallèlement à OA, toutes les particules de matière situées à une même distance de la surface se trouvent exactement dans les mêmes conditions. En d'autres termes, les quantités N_1, N_2, T, et par suite p, ∂_x, ∂_y, g_{xy}, ne sont fonction, en chaque point, que de la distance primitive l du point considéré à la surface. La perpendiculaire l, menée à OA jusqu'à la rencontre d'un point quelconque (x, y) du massif, fait d'ailleurs avec les axes des x et des y les angles respectifs α, $\frac{\pi}{2}-\alpha$ et l'on a

Fig. 1.



$$(59) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad l=x\cos\alpha+y\sin\alpha.$$

Par suite, les dérivées en x et en y de toute fonction de l s'obtiendront, au moyen de ses dérivées en l, par les formules symboliques

$$(40). \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{d}{dx}=\cos\alpha\frac{d}{dl}, \quad \frac{d}{dy}=\sin\alpha\frac{d}{dl},$$

et les équations indéfinies (28) pourront s'écrire

$$(41). \quad . \quad \frac{d}{dl}\left[N_1\cos\alpha+(T+\rho gl)\sin\alpha\right]=0, \quad \frac{d}{dl}\left[(T+\rho gl)\cos\alpha+N_2\sin\alpha\right]=0.$$

La normale à la surface libre OA faisant d'ailleurs avec l'axe des x l'angle α,


Digitized by Google

les conditions spéciales (35), où il faudra remplacer γ par α, et qui devront être vérifiées à cette surface, reviendront à dire que les expressions

$$N_1 \cos\alpha + (T + \rho g l)\sin\alpha, \quad (T + \rho g l)\cos\alpha + N_2 \sin\alpha$$

s'annulent pour $l = 0$. Ces expressions, d'après (41), seront donc nulles partout, et l'on aura

$$(42) \quad \ldots \quad N_1 \cos\alpha + (T + \rho g l)\sin\alpha = 0, \quad (T + \rho g l)\cos\alpha + N_2 \sin\alpha = 0.$$

En ajoutant les deux équations fondamentales (42), après les avoir multipliées respectivement, soit par $\cos\alpha$, $-\sin\alpha$, soit par $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, et en substituant dans les résultats, à $\cos^2\alpha$, $\sin^2\alpha$, $\cos\alpha \sin\alpha$, $\frac{1}{2}(N_1 + N_2)$, leurs valeurs

$$\frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha), \quad \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha), \quad \frac{1}{2}\sin 2\alpha, \quad -p,$$

ou encore, d'après (38)

$$\frac{1}{2}(1 + \sin\omega), \quad \frac{1}{2}(1 - \sin\omega), \quad \frac{1}{2}\cos\omega, \quad -p,$$

on trouve qu'elles reviennent aux deux suivantes

$$(43) \quad \ldots \quad \frac{1}{2}(N_1 - N_2) - p\sin\omega = 0, \quad T + \rho g l - p\cos\omega = 0.$$

18. Remplaçons N_1 et N_2, dans la première équation (43), par leurs valeurs (27), dans lesquelles les deux dilatations ∂_x, ∂_y sont égales et de signes contraires. Comme la pression moyenne p n'est évidemment pas nulle à l'intérieur du massif, il viendra Deuxième intégration.

$$\partial_x - \partial_y = \frac{\sin\omega}{m},$$

c'est-à-dire

$$(44) \quad \ldots \quad \partial_x \text{ ou } \frac{du}{dx} = \frac{\sin\omega}{2m}, \quad \partial_y \text{ ou } \frac{dv}{dy} = -\frac{\sin\omega}{2m}.$$

Digitized by Google

Ces équations (44), intégrées en introduisant deux fonctions arbitraires φ et ψ, donnent

$$(45) \quad \ldots\ldots \quad u=\frac{\sin\omega}{2m}\left[x+\varphi(y)\right],\quad v=\frac{\sin\omega}{2m}\left[-y+\psi(x)\right].$$

On en déduit

$$(46) \quad \ldots\ldots\ldots \quad g_{xy} \text{ ou } \frac{du}{dy}+\frac{dv}{dx}=\frac{\sin\omega}{2m}\left[\varphi'(y)+\psi'(x)\right].$$

Or la déformation g_{xy} ne doit dépendre que de la distance l du point considéré à la surface libre, comme il a été dit, et les formules symboliques (40), qui lui sont par conséquent applicables, montrent que ses deux dérivées en x et en y doivent être entre elles comme $\cos\alpha$ est à $\sin\alpha$. Il vient donc

$$(47) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{\psi''(x)}{\cos\alpha}=\frac{\varphi''(y)}{\sin\alpha},$$

et les deux rapports (47), indépendants, le premier de y, le second de x, ne peuvent que se réduire à une même constante $2c$. Deux intégrations successives donnent par suite, en introduisant quatre constantes arbitraires c', c'', c'_1, c''_1,

$$\varphi(y)=cy^2\sin\alpha+(c'+c'')y+c'_1,\quad \psi(x)=cx^2\cos\alpha+(c'-c'')x+c''_1.$$

Les expressions (45) de u, v deviennent ainsi

$$(48) \quad \ldots\ldots \quad \left\{\begin{aligned} u&=\frac{\sin\omega}{2m}\left[x+cy^2\sin\alpha+(c'+c'')y+c'_1\right],\\ v&=\frac{\sin\omega}{2m}\left[-y+cx^2\cos\alpha+(c'-c'')x+c''_1\right],\end{aligned}\right.$$

et celles, (44), (46), (27), de ∂_x, $-\partial_y$, g_{xy}, N_1, N_2, T, sont à leur tour :

$$(49) \quad \ldots \quad \left\{\begin{aligned} &\partial_x=-\partial_y=\frac{\sin\omega}{2m},\quad g_{xy}=\frac{\sin\omega}{m}(c'+cl),\\ &N_1=-p(1-\sin\omega),\quad N_2=-p(1+\sin\omega),\quad T=p(c'+cl)\sin\omega.\end{aligned}\right.$$


Digitized by Google

Quant à la pression moyenne p, elle résulte de la seconde équation (43), dans laquelle on remplacera T par sa valeur (49). La résolution de cette équation par rapport à p donne ensuite

$$(50) \quad \ldots\ldots \quad p = \frac{\rho g l}{\cos\omega - (c' + cl)\sin\omega}.$$

19. Des cinq constantes arbitraires c, c', c'', c'_1, c''_1, les deux premières seules, c, c', entrent dans les expressions des déformations ∂, g éprouvées par le massif. Les trois autres ne correspondent en effet qu'à un petit mouvement d'ensemble, savoir, c'' à une petite rotation du massif autour de l'origine O, et c'_1, c''_1 à deux translations parallèles aux axes; or ce mouvement d'ensemble reste indéterminé tant que le massif est supposé indéfini et qu'on fait par suite abstraction de ses relations avec les corps fixes qui le touchent à des distances plus ou moins grandes de l'origine des coordonnées.

Transformées d'une famille de droites matérielles parallèles.

On peut donc supposer $c'' = 0$, $c'_1 = 0$, $c''_1 = 0$, quand il ne s'agit que d'étudier la forme prise par une ligne matérielle quelconque dont l'équation était $f(x, y) = 0$ avant les déplacements. Si x', y' désignent, dans le nouvel état d'équilibre, les coordonnées du point matériel qui était primitivement en (x, y), on aura, d'après (48),

$$(51) \quad \ldots \quad \begin{cases} x = x' - u = \text{sensiblement } x' - \dfrac{\sin\omega}{2m}(x' + cy'^2\sin\alpha + c'y'), \\ y = y' - v = \text{sensiblement } y' - \dfrac{\sin\omega}{2m}(-y' + cx'^2\cos\alpha + c'x'), \end{cases}$$

et la transformée de la courbe $f(x, y) = 0$ sera

$$(52) \quad f\left[x' - \frac{\sin\omega}{2m}(x' + cy'^2\sin\alpha + c'y'),\quad y' - \frac{\sin\omega}{2m}(-y' + cx'^2\cos\alpha + c'x')\right] = 0.$$

Toute famille de droites parallèles

$$(53) \quad \ldots\ldots \quad x\cos A + y\sin A = k,$$

Digitized by Google

où A désigne l'inclinaison constante de leurs normales sur l'axe des x, et k, paramètre variable d'une droite à l'autre, leur distance à l'origine, se transforme en une famille de coniques ayant pour équation

$$(54)\quad \left\{\begin{aligned} & x'\left[\left(1-\frac{\sin\omega}{2m}\right)\cos A-\frac{c'\sin\omega}{2m}\sin A\right]+y'\left[\left(1+\frac{\sin\omega}{2m}\right)\sin A-\frac{c'\sin\omega}{2m}\cos A\right] \\ & -\frac{c\sin\omega}{2m}\left(y'^2\sin\alpha\cos A+x'^2\cos\alpha\sin A\right)=k, \end{aligned}\right.$$

ou bien

$$(55)\quad \left\{\begin{aligned} & \cos\alpha\sin A\left[x'-\frac{\left(\frac{2m}{\sin\omega}-1\right)\cos A-c'\sin A}{2c\cos\alpha\sin A}\right]^2+\sin\alpha\cos A\left[y'-\frac{\left(\frac{2m}{\sin\omega}+1\right)\sin A-c'\cos A}{2c\sin\alpha\cos A}\right]^2 \\ & =\frac{\left[\left(\frac{2m}{\sin\omega}-1\right)\cos A-c'\sin A\right]^2}{4c^2\cos\alpha\sin A}+\frac{\left[\left(\frac{2m}{\sin\omega}+1\right)\sin A-c'\cos A\right]^2}{4c^2\sin\alpha\cos A}-\frac{2mk}{c\sin\omega}. \end{aligned}\right.$$

Ces coniques sont semblables, concentriques, et ont leurs axes parallèles à ceux des x et des y, c'est-à-dire aux deux bissectrices des quatre angles formés par une verticale et par le profil du talus supérieur. Elles se réduisent à des cercles lorsque les droites proposées sont parallèles à la surface libre du massif, ou que $A=\alpha$, et à des droites parallèles, d'après (54), dans le cas où la constante c est nulle.

Ce dernier résultat aurait pu être directement déduit des valeurs (49) de ∂_x, $-\partial_y$, g_{xy}, qui deviennent constantes quand $c=0$: les éléments plans matériels, primitivement rectangulaires, que découpent dans le plan des xy une double infinité de droites parallèles aux axes coordonnés et équidistantes, sont donc changés, par les déformations produites, en parallélogrammes tous égaux, et des points du réseau ainsi formé qui se trouvaient initialement alignés le long de deux droites parallèles ne cesseront pas de se trouver disposés en deux files rectilignes ayant toutes les deux la même orientation.

Forces élastiques parallèles au plan des déformations; dilatations et glissements corrélatifs.

20. Cherchons les deux composantes, normale $-\mathfrak{N}$ et tangentielle $\mathfrak{T}$, de la pression (force élastique changée de signe) exercée sur l'élément

Digitized by Google

plan, parallèle à l'axe des z, qui fait avec la verticale un angle quelconque ε_1, ou dont la normale fait avec l'horizon le même angle ε_1, avec le talus supérieur OA l'angle $\omega - \varepsilon_1$, et enfin avec les x positifs l'angle $-\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\omega}{2}+\varepsilon_1\right)$. Il suffira de porter dans les formules (30) les valeurs (49), (50), de N_1, N_2, T, p, et de faire en outre $\beta = -\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\omega}{2}+\varepsilon_1\right)$, ou $2\beta = -\frac{\pi}{2}+(\omega-2\varepsilon_1)$. On trouve d'abord

$$-\mathfrak{N} = p\left\{1+\sin\omega\left[(c'+cl)\cos(\omega-2\varepsilon_1)-\sin(\omega-2\varepsilon_1)\right]\right\},$$
$$\mathfrak{T} = p\sin\omega\left[(c'+cl)\sin(\omega-2\varepsilon_1)+\cos(\omega-2\varepsilon_1)\right].$$

Posons

$$(56) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad c'+cl = \operatorname{tg}(\omega-2\varepsilon),$$

ε désignant un angle auxiliaire GOM, *qui devient sensiblement constant, quel que soit c, pour l très-grand :* nous choisirons en général sa valeur de manière que la différence $\omega - 2\varepsilon$ soit comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$; mais il pourrait encore avoir cette valeur augmentée ou diminuée d'un multiple quelconque de $\frac{\pi}{2}$. Les expressions ci-dessus de $-\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$, et celle (50) de la pression moyenne p, deviendront :

$$(57) \ldots \left\{\begin{aligned} p &= \frac{\rho g l\cos(\omega-2\varepsilon)}{\cos 2(\omega-\varepsilon)},\\ -\mathfrak{N} &= \frac{\rho g l}{\cos 2(\omega-\varepsilon)}\left[\cos(\omega-2\varepsilon)+\sin\omega\sin 2(\varepsilon_1-\varepsilon)\right],\\ \mathfrak{T} &= \frac{\rho g l}{\cos 2(\omega-\varepsilon)}\sin\omega\cos 2(\varepsilon_1-\varepsilon).\end{aligned}\right.$$

Il est aisé d'en déduire : 1° la valeur $\partial_{x'}$ de la petite dilatation éprouvée par la ligne matérielle primitivement normale à l'élément plan, ou qui était inclinée au-dessus de l'horizon de l'angle ε_1 ; 2° le petit cosinus $g_{x'y'}$ de l'angle que fait, après les déplacements, cette ligne matérielle avec celle qui lui était normale et dont l'inclinaison sur la verticale (dirigée vers en bas) valait ε_1. Ces valeurs se déduiront en effet des expressions générales des forces élastiques parallèles au plan des déformations

$$-\mathfrak{N} = p(1-2m\partial_{x'}),\quad \mathfrak{T} = pmg_{x'y'},$$

Digitized by Google

si l'on substitue à $-\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$, p leurs expressions (57). Il viendra

$$(58) \quad \ldots \quad \partial_{x'} = -\frac{\sin\omega \sin 2(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{2m \cos(\omega - 2\varepsilon)}, \quad g_{x'y'} = \frac{\sin\omega \cos 2(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{m \cos(\omega - 2\varepsilon)}.$$

Les formules (56), (57), (58) nous seront d'une grande utilité. Je me contenterai actuellement de tirer des deux dernières quelques conséquences presque évidentes.

La dilatation $\partial_{x'}$ est nulle quand $\varepsilon_1 = \varepsilon$, c'est-à-dire pour l'élément matériel rectiligne qui est incliné sur l'horizon de l'angle ε défini par l'équation (56), et elle est nulle aussi pour l'élément rectiligne, primitivement perpendiculaire au précédent, qui fait avec la verticale le même angle ε, ou avec l'horizon l'angle $\varepsilon - \frac{\pi}{2}$, angle qui pourrait être pris également pour valeur de ε vérifiant l'équation (56), sans que le mode d'équilibre fût en rien modifié. Ces deux éléments linéaires et leurs opposés sont en chaque point les seuls qui n'éprouvent aucune variation de grandeur ; l'un d'eux tourne par rapport à l'autre de manière à réduire leur angle de la petite quantité $g_{x'y'} = \frac{\sin\omega}{m\cos(\omega - 2\varepsilon)}$, qui acquiert justement pour ces deux droites sa valeur absolue maxima.

C'est suivant les bissectrices des quatre angles formés par les directions ainsi définies que se produisent les deux dilatations linéaires principales ∂_1, ∂_3. J'appellerai ε' l'inclinaison sur l'horizon de l'une quelconque de ces directions intermédiaires, de manière à avoir

$$(59) \quad \ldots \quad \varepsilon' = \varepsilon \mp \frac{\pi}{4},$$

en désignant ainsi par ε, comme on a vu qu'il était permis de le faire, l'inclinaison sur l'horizon de l'un des éléments rectilignes, non contractés ni dilatés, qui font avec la dilatation principale considérée un angle de 45°. Ces dilatations principales, dont l'une ∂_1 est positive et l'autre ∂_3 négative, ont pour valeurs, d'après la première formule (58),

$$(60) \quad \ldots \quad \partial_1 = \pm\frac{\sin\omega}{2m\cos(\omega - 2\varepsilon)}, \quad \partial_3 = \mp\frac{\sin\omega}{2m\cos(\omega - 2\varepsilon)}.$$

Digitized by Google

Les éléments matériels rectilignes qui les éprouvent restent d'ailleurs rectangulaires, car la seconde formule (58) donne $g_{x'y'} = 0$ quand on y fait $\varepsilon_1 = \varepsilon' = \varepsilon \mp \frac{\pi}{4}$.

On verra plus loin que les seuls modes d'équilibre utiles à considérer sont ceux pour lesquels la constante arbitraire c est nulle, ce qui rend constantes, d'après (56), la valeur de $\operatorname{tg}(\omega - 2\varepsilon)$ et celle de ε. *Alors un double système de lignes matérielles respectivement équidistantes, primitivement inclinées, les unes, sur la verticale, les autres, sur l'horizon, de l'angle ε, et qui divisaient une section normale du massif en carrés égaux, sont encore rectilignes, parallèles, et ont les mêmes longueurs, après les déformations ; mais elles ont tourné les unes par rapport aux autres du petit angle $\frac{\sin\omega}{m\cos(\omega - 2\varepsilon)}$: les carrés qu'elles comprenaient se sont ainsi transformés en losanges égaux. Par suite, la forme définitive du massif s'obtient simplement si on le conçoit, dans son premier état, divisé en couches infiniment minces inclinées toutes de l'angle aigu ε sur la verticale, et si l'on fait glisser celles-ci dans leurs plans respectifs, de manière que, l'une d'elles restant fixe, toute autre, située à une distance* D *en avant de cette première couche, se déplace (vers en bas) de la quantité* $\frac{D\sin\omega}{m\cos(\omega - 2\varepsilon)}$ (*).

(*) Pour un massif solide, et non plus pulvérulent, les formules (38) à (43) donnent toujours

(49 *bis*) . . . . . $N_1 = -p(1 - \sin\omega),\quad N_2 = -p(1 + \sin\omega),\quad T = p\cos\omega - \rho g l,$

et, p ne dépendant que de l, la relation (28 *ter*) [p. 31], réduite à $\frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu}\frac{d^2p}{dl^2} = 0$, montre que p *est une fonction linéaire de* l. Les formules (57) ne cessent pas d'être applicables, si l'on continue à prendre

(56 *bis*) . . . . $\operatorname{tg}(\omega - 2\varepsilon) = \frac{1}{\sin\omega}\left(\cos\omega - \frac{\rho g l}{p}\right)$:

ε *devient donc encore sensiblement constant à d'assez grandes profondeurs* l. On trouve aisément, au moyen des formules (24) [où A = 0] et (57), que les deux dilatations principales δ_1, δ_2 ont alors les valeurs :

(60 *bis*) . . . . $\delta = -\frac{p}{2\mu}\left[\frac{\mu}{\lambda + \mu} \pm \frac{\sin\omega}{\cos(\omega - 2\varepsilon)}\right].$

Observons que, d'après la relation (56 *bis*), qui revient d'ailleurs à la première (57), l'angle $\omega - 2\varepsilon$ varie sans cesse dans un même sens lorsque le rapport $\frac{p}{\rho g l}$ croît avec continuité de $-\infty$ à ∞ : cet angle va ainsi de $-\frac{\pi}{2} - \omega$ à $\frac{\pi}{2} - \omega$ si ω est positif, de $\frac{\pi}{2} - \omega$ à $-\frac{\pi}{2} - \omega$ si ω est négatif; sa valeur absolue est supérieure à $\frac{\pi}{2}$, égale à $\frac{\pi}{2}$, ou inférieure à $\frac{\pi}{2}$, suivant que le rapport $\frac{p}{\rho g l}$ est négatif, nul ou positif.

Digitized by Google

§ V.

ÉTUDE DU MÊME MASSIF, QUAND ON LE SUPPOSE, NON PLUS INDÉFINI, MAIS SOUTENU D'UN CÔTÉ PAR UN MUR PLAN QUI COUPE SON TALUS SUPÉRIEUR SUIVANT UNE HORIZONTALE.

Les formules obtenues pour un massif indéfini sont parfois applicables à des massifs limités.

21. De tous les modes d'équilibre que représentent les formules (48), (49), (50), les plus intéressants sont ceux qui vérifieront d'eux-mêmes, sur toute la longueur d'une ligne située dans le plan des xy, les conditions spéciales à une paroi, par exemple, les deux premières ou les deux dernières des relations (37); car l'équilibre ne cessera pas d'exister si la couche matérielle dont cette ligne dessine le profil devient la face postérieure d'un mur de soutènement, et l'on aura résolu le problème de l'équilibre d'un massif qui, au lieu d'être indéfini, serait limité et soutenu, d'un côté, par un tel mur.

Il est évident que les formules (48), (49), (50), prises dans toute leur généralité, conviendraient quel que fût le profil d'un mur rugueux, si les particules adjacentes à ce mur s'y trouvaient immobilisées dans des positions telles, que leurs déplacements u, v eussent précisément les valeurs (48); mais je me bornerai dans ce paragraphe à l'étude des modes pour lesquels les conditions simples (37) seront satisfaites en tous les points d'une même ligne.

Quelle que soit la direction d'un mur à face postérieure plane, coupant le talus supérieur suivant une horizontale qu'on peut supposer choisie pour axe des z, il est facile de déterminer les constantes arbitraires c, c', c'', c'_1, c''_1, de manière que la première ou la seconde ligne des relations (37) se trouve vérifiée sur toute l'étendue de cette face.

Cas d'un massif limité par un mur à face postérieure plane et rugueuse.

22. Supposons, en premier lieu, que la face dont il s'agit soit rugueuse et dirigée suivant OM (fig. 1, p. 38), de manière à ne laisser subsister que

Digitized by Google

la partie AOM du massif. La couche terreuse adjacente à OM devra rester immobile pendant que toutes les autres parties du massif se déplaceront. Or, d'après ce qui a été dit après les formules (58), les seules couches matérielles, dans le massif indéfini, qui n'éprouvent aucune dilatation ni contraction, sont celles dont l'inclinaison sur la verticale est en chaque point égale à une des valeurs de ε que donne l'équation (56) : une de ces couches devant coïncider avec OM, on aura l'unique mode d'équilibre qui soit admissible en prenant, d'après cette même équation (56),

$$(61) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \varepsilon = \mathrm{GOM}, \quad c = 0, \quad c' = \operatorname{tg}(\omega - 2\varepsilon).$$

Alors la couche terreuse primitivement adjacente à OM n'éprouve aucune déformation, et toute autre couche, parallèle à celle-là et située à une distance D de la face postérieure OM du mur, glisse simplement dans son plan, en allant dans le sens de O vers M, de la quantité $\frac{D \sin \omega}{m \cos(\omega - 2\varepsilon)}$. Le point matériel O ne se déplaçant pas, on doit avoir $u = 0$, $v = 0$, pour $x = 0$, $y = 0$, et par suite $c'_1 = 0$, $c''_1 = 0$. Enfin la constante c'' se détermine de manière que le déplacement u, par exemple, s'annule tout le long de la droite OM, qui fait avec l'axe des y l'angle $\alpha + \varepsilon$ et dont l'équation est par conséquent $x - y \operatorname{tg}(\alpha + \varepsilon) = 0$: on trouve ainsi $c' + c'' = -\operatorname{tg}(\alpha + \varepsilon)$, ou

$$-c'' = \operatorname{tg}(\alpha + \varepsilon) + c' = \operatorname{tg}(\alpha + \varepsilon) + \operatorname{tg}(\omega - 2\varepsilon) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\omega}{2} + \varepsilon\right) + \operatorname{tg}(\omega - 2\varepsilon) = \frac{1}{\cos(\omega - 2\varepsilon)}.$$

On voit que, *de tous les modes d'équilibre du massif indéfini, il y en a un et un seul pour lequel une couche plane* OM *de matière pulvérulente reste immobile pendant que les déformations s'opèrent : c'est celui pour lequel les diverses constantes* c, c', c'', c'_1, c''_1 *ont les valeurs que nous venons de déterminer ; en particulier, la constante* c *y est nulle, et le paramètre angulaire* ε, *alors invariable et caractéristique du mode d'équilibre, est égal à l'inclinaison de la couche immobilisée sur la verticale. Le tassement produit par le poids du massif se fait parallèlement à cette couche (où à la face postérieure du mur), et il est égal, pour chaque particule de matière, au produit de sa distance* D *au mur par le facteur constant* $\frac{\sin \omega}{m \cos(\omega - 2\varepsilon)}$.

Digitized by Google

Cherchons de combien le tassement causé par le poids du massif diminue l'inclinaison du talus supérieur sur l'horizon, inclinaison primitivement égale à ω.

La perpendiculaire D, abaissée de l'origine sur tout plan parallèle à la couche immobilisée, fait avec l'horizon l'angle ε et par suite avec la direction primitive du talus supérieur, au-dessous de celui-ci, l'angle $\omega - \varepsilon$; d'où il résulte que la distance primitive, mesurée parallèlement au mur, du pied de cette perpendiculaire au talus supérieur, vaut $D \operatorname{tg}(\omega - \varepsilon)$. Comme elle diminue, par suite du tassement, de la valeur du déplacement total, l'inclinaison, d'abord égale à $\omega - \varepsilon$, du talus supérieur sur la perpendiculaire D, décroît en même temps d'un petit angle ζ, tel, que la différence

$$D\left[\operatorname{tg}(\omega - \varepsilon) - \operatorname{tg}(\omega - \varepsilon - \zeta)\right], \quad \text{ou sensiblement } \frac{\zeta D}{\cos^2(\omega - \varepsilon)},$$

vaille précisément l'expression $D \frac{\sin \omega}{m \cos(\omega - 2\varepsilon)}$ du déplacement total. Le tassement a donc pour effet de diminuer l'inclinaison ω du talus supérieur au dessus de l'horizon, de la quantité

$$(62) \quad \ldots \quad \zeta = \frac{\sin \omega \cos^2(\omega - \varepsilon)}{m \cos(\omega - 2\varepsilon)} = \frac{\sin \omega}{2m \cos(\omega - 2\varepsilon)}\left[1 + \cos 2(\omega - \varepsilon)\right].$$

Nous aurons besoin au n° suivant de savoir de quel angle, ζ', le tassement fait tourner autour de l'origine O une droite matérielle prise dans le massif à partir de cette origine et primitivement inclinée, sur le plan OM de la couche immobilisée, d'un demi-angle droit. La perpendiculaire D, abaissée d'un point de cette droite sur OM, est évidemment distante de l'origine O de la quantité $D \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$ avant les déplacements, et de la quantité $D \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \zeta'\right)$ après. L'accroissement, sensiblement égal à $\frac{D\zeta'}{\cos^2 \frac{\pi}{4}}$, ou a $2D\zeta'$, que cette distance reçoit, représente précisément le déplacement $\frac{\sin \omega}{m \cos(\omega - 2\varepsilon)} D$ du point considéré. On a donc

$$(62^{bis}) \quad \ldots \quad \zeta' = \frac{\sin \omega}{2m \cos(\omega - 2\varepsilon)}.$$



Remarquons que l'angle fait par le talus supérieur OA avec la ligne matérielle dont il s'agit ici, ou qui était primitivement inclinée sur OM d'un quart d'angle droit, diminue de la quantité

$$(62^{ter}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \zeta - \zeta' = \frac{\sin\omega\cos 2(\omega - \varepsilon)}{2m\cos(\omega - 2\varepsilon)}.$$

23. Supposons, en deuxième lieu, que la face postérieure plane OM′ du mur (fig. 2) soit polie. Alors la couche terreuse infiniment mince OM′ ne doit supporter que des pressions normales, ce qui revient à dire qu'elle contient en chacun de ses points la direction d'une des deux dilatations principales ∂_1, ∂_3. Or nous avons appelé ε', au n° 20, l'inclinaison d'une quelconque de ces dilatations sur l'horizon, ou celle de l'autre sur la verticale. On devra prendre par conséquent

Cas d'un massif limité par un mur à face postérieure plane et polie.

$$(63) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \varepsilon' = \mathrm{GOM}',$$

et, d'après la formule (59), dans laquelle le dernier terme peut être choisi à volonté négatif ou positif, $\varepsilon = \varepsilon' - \frac{\pi}{4}$. Donc ε doit être encore le même en tous les points de OM′, c'est-à-dire à toutes les distances l de OA, comme au numéro précédent, en sorte que l'équation (56) oblige de poser

$$c = 0, \quad c' = \mathrm{tg}(\omega - 2\varepsilon) = -\mathrm{cotg}(\omega - 2\varepsilon').$$

En outre, la couche OM′ peut bien glisser dans son plan, mais non le quitter. Je ferai abstraction du mouvement que la particule O, située à l'origine des coordonnées, peut éprouver le long de OM′, ou, ce qui revient au même, je supposerai les axes Ox, Oy animés d'une translation telle, que l'origine O coïncide toujours avec cette particule. On aura donc, pour $x = 0$ et $y = 0$, $u = 0$, $v = 0$, ce qui revient à prendre, dans les formules (48), $c'_1 = 0$, $c''_1 = 0$. Il reste alors, pour avoir complétement satisfait à la seconde ligne des relations (37), à exprimer que les points de la couche OM′ se déplacent suivant sa propre direction OM′, inclinée de $\alpha + \varepsilon'$ sur les y positifs, c'est-à-dire à déterminer c'' de manière qu'on ait en tous ces points $\frac{u}{v} = \frac{x}{y} = \mathrm{tg}(\alpha + \varepsilon') = \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\omega - 2\varepsilon'}{2}\right)$. Or les valeurs (48) de u et v, où l'on

Digitized by Google

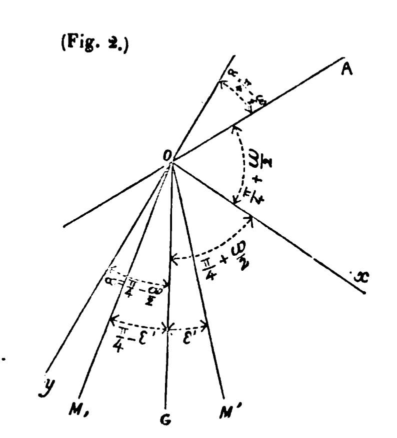
a déjà $c=0$, $c'_1=0$, $c''_1=0$, $c'=-\cot g\,(\omega-2\varepsilon')$, changent cette dernière condition en celle-ci

$$\frac{u}{v} \text{ ou } \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\omega-2\varepsilon'}{2}\right)=\frac{\frac{x}{y}+(c'+c'')}{-1+\frac{x}{y}(c'-c'')}=\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\omega-2\varepsilon'}{2}\right)-\cot(\omega-2\varepsilon')+c''}{-1-\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\omega-2\varepsilon'}{2}\right)\left[\cot(\omega-2\varepsilon')+c''\right]},$$

qui, simplifiée par la substitution à $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\omega-2\varepsilon'}{2}\right)$ de $\frac{\cos(\omega-2\varepsilon')}{1+\sin(\omega-2\varepsilon')}$ et résolue par rapport à c'', donne enfin

$$c''=0.$$

Parmi tous les modes possibles d'équilibre du massif indéfini, il y en a donc un et un seul pour lequel une couche plane et donnée de matière pulvérulente ne supporte aucune pression tangentielle et n'éprouve de déplacements que dans son plan : on l'obtient en supposant nulle la constante c et en prenant alors le paramètre angulaire ε, qui reste seul caractéristique du mode d'équilibre, égal à l'inclinaison de cette couche sur la verticale moins 45° ou $\frac{\pi}{4}$. Ce mode d'équilibre subsisterait si, pendant que le massif, devenu pesant après avoir été d'abord dans l'état naturel, éprouve les déformations étudiées, toute sa partie située d'un côté de la couche considérée OM′ *était remplacée par un mur de soutènement infiniment poli.*



On se fait une idée nette du tassement qui se produit dans le cas actuel d'un mur poli, ayant OM′ pour face postérieure, en concevant, au lieu de ce mur poli, un mur rugueux OM_1 incliné sur celui-ci de 45°, ou faisant avec Oy l'angle $yOM_1=\alpha+\varepsilon'-\frac{\pi}{4}$, et en considérant le tassement, parallèle à OM_1, qui se produirait alors. Ce tassement, à une distance D de OM_1, sera égal à

$$(64) \quad \ldots\ldots\ldots \quad D\frac{\sin\omega}{m\cos(\omega-2\varepsilon)}=-D\frac{\sin\omega}{m\sin(\omega-2\varepsilon')}.$$

Digitized by Google

Pour amener le massif AOM' à son état définitif, il suffira de concevoir ensuite qu'il tourne en bloc autour de l'origine O, dans le sens de Oy vers Ox, de la petite quantité

$$(64^{bis}) \quad \ldots\ldots \quad \zeta' = \frac{\sin\omega}{2m\cos(\omega-2\varepsilon)} = -\frac{\sin\omega}{2m\sin(\omega-2\varepsilon')},$$

en vue d'annuler la rotation égale et contraire éprouvée dans ce tassement fictif, d'après (62bis), par la ligne matérielle primitivement couchée contre le mur réel OM' et qui ne reçoit effectivement aucune rotation autour de O.

L'inclinaison du talus, ou de la surface OA, sur le mur OM', diminue en somme par le fait du tassement, conformément à la formule (62ter), du petit angle

$$(64^{ter}) \quad \ldots\ldots \quad \zeta - \zeta' = \frac{\sin\omega\cos 2(\omega-\varepsilon)}{2m\cos(\omega-2\varepsilon)} = \frac{\sin\omega\sin 2(\omega-\varepsilon')}{2m\sin(\omega-2\varepsilon')}.$$

Les modes d'équilibre du massif indéfini ne peuvent pas satisfaire, dans d'autres cas, aux conditions (37).

24. Les formules (48), (49), (50) ne vérifient, tout le long d'une ligne située dans le plan des xy, les deux premières ou les deux dernières des relations (37), dans aucun autre cas que ceux que nous venons d'examiner, c'est-à-dire dans aucun cas où la ligne dont il s'agit serait courbe.

C'est ce qu'on reconnaît d'abord facilement pour les deux premières conditions (37). Si l'on pose en effet $u=0$, $v=0$ dans les formules (48), la première devient l'équation d'une parabole du second degré dont l'axe est parallèle à celui des x, tandis que la deuxième devient l'équation d'une parabole du second degré ayant son axe parallèle à celui des y. Ces paraboles ne peuvent évidemment coïncider sur une longueur finie qu'autant qu'elles se réduisent à des droites ou qu'on a $c=0$, ce qui nous ramène au cas étudié dans le n° 22.

Cherchons actuellement à vérifier les deux dernières relations (37) en tous les points d'une même ligne courbe.

Si l'on porte les valeurs (49) de ∂_x, $-\partial_y$, g_{xy} dans les formules (33) de $\sin 2\beta_0$, $\cos 2\beta_0$, on trouve

$$\sin 2\beta_0 = \frac{c'+cl}{\mp\sqrt{(c'+cl)^2+1}}, \quad \cos 2\beta_0 = \frac{1}{\mp\sqrt{(c'+cl)^2+1}},$$


Digitized by Google

où le radical doit être pris avec le même signe de part et d'autre. L'avant-dernière relation (37) donne d'ailleurs

$$(65) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \operatorname{tg}\gamma = -\frac{u}{v},$$

et par suite

$$\cos 2\gamma = \frac{v^2 - u^2}{v^2 + u^2}, \qquad \sin 2\gamma = \frac{-2uv}{v^2 + u^2}.$$

La dernière équation (37), qui n'est autre que

$$\cos 2\beta_0 \sin 2\gamma - \sin 2\beta_0 \cos 2\gamma = 0,$$

revient donc a

$$(65^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (v^2 - u^2)(c' + cl) + 2uv = 0.$$

Il suffit de remplacer dans celle-ci u, v, l par leurs valeurs (48) et (39) pour avoir l'équation finie, entière et rationnelle, de la ligne cherchée.

D'autre part, γ désignant l'angle que fait avec les x la normale à cette ligne, le coefficient angulaire $\frac{dy}{dx}$ de cellè-ci est en chaque point égal à $-\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma}$ ou à $\frac{v}{u}$, et l'on a

$$udy - vdx = 0;$$

cette équation différentielle, d'après les valeurs (48) de u et v, s'intègre immédiatement. Si l'on appelle c''' la constante arbitraire introduite par l'intégration, il vient

$$(65^{ter}) \quad \frac{c}{3}(y^3 \sin\alpha - x^3\cos\alpha) + xy + \frac{c'}{2}(y^2 - x^2) + \frac{c''}{2}(y^2 + x^2) + c_1'y - c_1''x + c''' = 0.$$

Pour que la ligne (65ter), qui est du troisième degré, ait un arc *courbe* commun avec la ligne du cinquième degré que représente (65bis), il est nécessaire que les premiers membres de leurs équations admettent un facteur commun fonction des deux variables x, y et au moins du second degré. En particulier, leurs termes de l'ordre le plus élevé, qui sont, à part des coefficients constants et finis,

$$c\,(x^3 \cos\alpha - y^3 \sin\alpha)$$



pour (65ter), et, vu les valeurs (48) et (39) de u, v, l,

$$c^3 (x \cos \alpha + y \sin \alpha)(x^4 \cos^2\alpha - y^4 \sin^2\alpha)$$

pour (65bis), devront avoir, s'ils ne sont pas identiquement nuls, un facteur commun de ce degré. Comme ils n'en admettent pas, il faut que ces termes disparaissent ou qu'on ait $c = 0$. Mais alors, d'après les formules (56) et (59), les angles ε', qui mesurent l'inclinaison, sur la verticale, des dilatations principales, sont constants en tous les points du milieu, et les surfaces qui ne supportent que des pressions normales, ou sur toute l'étendue desquelles la dernière relation (37) est vérifiée, se réduisent à des plans.

---

§ VI.

DES MODES D'ÉQUILIBRE QUI CESSENT D'ÊTRE POSSIBLES, PAR SUITE DES LIMITES D'ÉLASTICITÉ DE LA MATIÈRE PULVÉRULENTE.

25. Pour tous les corps qui tendent à reprendre leur forme quand on les en a écartés, il existe ce qu'on appelle des *limites d'élasticité,* c'est-à-dire des valeurs maxima que ne peuvent dépasser en chaque point les dilatations principales ∂_1, ∂_2, ∂_3, sans qu'il se produise une altération persistante et sensible de leur arrangement moléculaire primitif, sinon même une rupture. En particulier, les milieux pulvérulents présentent, au moment où leurs limites d'élasticité sont atteintes, cet état d'équilibre instable qui leur permet de s'ébouler et qu'on appelle *état ébouleux.*

Conditions exprimant que les limites d'élasticité ne sont pas dépassées.

L'existence d'une limite d'élasticité dans les milieux pulvérulents est prouvée par ce fait, qu'ils sont dénués de cohésion, c'est-à-dire incapables



d'exercer ou de transmettre une traction, si faible qu'elle soit. En d'autres termes, la composante normale de la force élastique exercée sur un élément plan quelconque pris à leur intérieur ne peut pas être positive, ce qui, d'après la première formule (22), revient à dire qu'aucune des trois forces principales F_1, F_2, F_3, pas même la plus grande F_1, n'y devient jamais positive. La moyenne $-p$ de ces trois forces doit donc être constamment négative, et la condition

$$F_1 < 0, \quad \text{ou} \quad -p(1-2m\partial_1) < 0, \quad \text{ou enfin} \quad \partial_1 < \frac{1}{2m},$$

signifie alors que la dilatation linéaire la plus grande, ∂_1, à l'état élastique, doit rester toujours inférieure au rapport $\frac{1}{2m}$.

Mais bornons-nous au cas des déformations planes, pour lesquelles la dilatation linéaire moyenne ∂_2 est nulle, et qui, vu la relation d'incompressibilité $\partial_1 + \partial_3 = 0$, ou $\partial_3 = -\partial_1$, sont complétement définies en grandeur, dans une petite étendue autour d'un point quelconque, au moyen de la seule dilatation positive ∂_1. L'absence de cohésion du milieu prouve bien que ∂_1 y reste constamment inférieur au rapport $\frac{1}{2m}$, mais non pas que ∂_1 puisse atteindre cette limite sans que l'équilibre soit compromis. Tout ce qu'on peut en conclure, c'est que la limite d'élasticité est moindre que $\frac{1}{2m}$, ou égale à $\frac{\sin\varphi}{2m}$, si φ désigne un certain angle, compris entre zéro et $\frac{\pi}{2}$, que l'expérience sera appelée à déterminer pour chaque espèce de corps pulvérulents et qui sera précisément ce qu'on appelle *angle de frottement intérieur*. Ainsi les deux conditions restrictives

$$(66) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad p > 0, \quad \partial_1 < \frac{\sin\varphi}{2m},$$

exprimant l'imperfection d'élasticité des massifs pulvérulents, seront imposées aux modes d'équilibre que ces corps peuvent présenter quand on les suppose parfaitement élastiques, et elles rendront impossible la réalisation de tous ceux d'entre ces modes qui n'y satisferaient pas en tous les points du massif.

On peut, dans la seconde inégalité (66), introduire les forces principales extrêmes F_1, F_3 au lieu de la dilatation maximum ∂_1. La première équation


Digitized by Google

(34^{quater}) [p. 34] donne en effet $R = 2mp\partial_1$, en sorte que l'inégalité (66), $\partial_1 < \frac{\sin\varphi}{2m}$, devient

$$(66^{bis}) \quad \dots \dots \quad \frac{R}{p} < \sin\varphi, \quad \text{ou} \quad R < p\sin\varphi.$$

Or, d'après les relations (34ter), on a

$$-\frac{F_1 - F_3}{F_1 + F_3} = \frac{R}{p},$$

et l'inégalité (66bis) prend la forme cherchée

$$(66^{ter}) \quad \dots \quad -\frac{F_1 - F_3}{F_1 + F_3} < \sin\varphi, \quad \text{ou} \quad \frac{-F_1}{-F_3} > \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi} = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right).$$

Le rapport de la plus petite des pressions, exercées en un même point, à la plus grande, dépasse donc toujours $\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$; *ce qui revient à dire que la différence de ces deux pressions est inférieure à la fraction* $\sin\varphi$ *de leur somme.*

La même inégalité est encore susceptible d'une autre interprétation. Considérons l'élément plan dont la normale est inclinée d'un angle quelconque β sur l'axe des x. La tangente de l'angle fait avec le prolongement de cette normale par la pression exercée sur l'élément plan, a pour valeur le rapport de la composante tangentielle $\mathfrak{T}$ de cette force à sa composante normale changée de signe (*ou pression proprement dite*) $-\mathfrak{N}$. Or les formules (32) donnent

$$\frac{\mathfrak{T}}{-\mathfrak{N}} = \frac{R\sin 2(\beta - \beta_0)}{p + R\cos 2(\beta - \beta_0)},$$

et ce rapport, nul quand $\sin 2(\beta - \beta_0) = 0$, ou pour $\beta - \beta_0 = 0, = \frac{\pi}{2}, = \frac{3\pi}{2}$, etc., atteint ses valeurs absolues maxima quand la dérivée

$$\frac{d}{d\beta}\left(\frac{\mathfrak{T}}{-\mathfrak{N}}\right) = \frac{2R\,[p\cos 2(\beta - \beta_0) + R]}{[p + R\cos 2(\beta - \beta_0)]^2}$$

s'annule, c'est-à-dire quand on a

$$(67) \quad \dots \dots \quad \cos 2(\beta - \beta_0) = -\frac{R}{p}.$$

Digitized by Google

Alors l'inclinaison de la pression sur le prolongement de la normale, inclinaison maxima que j'appellerai φ', a pour tangente

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{R \sin 2(\beta - \beta_0)}{p + R \cos(\beta - \beta_0)} = \frac{\pm \frac{R}{p}\sqrt{1 - \frac{R^2}{p^2}}}{1 - \frac{R^2}{p^2}} = \pm \frac{\frac{R}{p}}{\sqrt{1 - \frac{R^2}{p^2}}};$$

cette relation équivaut à $\sin^2\varphi' = \frac{R^2}{p^2}$, et donne, d'après ($66^{bis}$),

$$(67^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \sin^2\varphi' < \sin^2\varphi.$$

La seconde condition (66) signifie donc encore que *l'inclinaison d'une pression quelconque sur le prolongement de la normale à l'élément plan qu'elle sollicite, doit toujours, pour que l'équilibre soit possible, être inférieure ou au plus égale à l'angle de frottement intérieur* φ.

L'inclinaison dont il s'agit atteint d'ailleurs sa valeur absolue maxima $\pm \varphi'$ quand on a

$$\cos 2(\beta - \beta_0) = -\frac{R}{p} = -\sin \varphi' = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi'\right),$$

et par suite, sauf un nombre entier de demi-circonférences, quand

$$\beta - \beta_0 = \pm\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2}\right).$$

Or, d'après la réflexion qui termine le n° 15 (p. 34), β_0 représente l'inclinaison de la force principale la plus petite F_3 sur les x positifs : l'excès $\beta - \beta_0$ désigne donc l'angle de cette force et de la normale aux éléments plans dont il s'agit, ou celui que font les mêmes éléments plans avec l'élément plan principal soumis à la force considérée F_3. Si l'on observe enfin que cette force est négative et constitue par conséquent, en valeur absolue, la plus grande des pressions principales, l'égalité ci-dessus reviendra au théorème suivant, énoncé en premier lieu par Macquorn-Rankine : *les éléments plans pour lesquels l'inclinaison de la pression qu'ils supportent sur le prolonge-*


Digitized by Google

ment de leur normale atteint sa valeur maxima φ', sont ceux qui font, avec l'élément plan principal soumis à la pression la plus grande, un angle égal à $\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi'}{2}$, et qui font par suite, avec l'élément plan soumis à la pression la plus petite, l'angle complémentaire $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi'}{2}$.

26. L'inégalité (66ter) se change en égalité au moment où le massif, sur le point de se rompre, passe de l'*état élastique* à l'*état ébouleux* : l'*équilibre-limite* qui se produit à ce moment est donc caractérisé par la relation

Équation caractéristique de l'équilibre-limite, soit pour les massifs pulvérulents à l'*état ébouleux*, soit pour les solides à l'*état plastique*.

$$F_1 - F_3 = -(F_1 + F_3)\sin\varphi. \tag{68}$$

Les corps solides présentent aussi un équilibre-limite quand on leur applique d'assez fortes pressions; mais l'équation spéciale à l'*état plastique*, qu'ils affectent alors, ne peut s'établir qu'au moyen de considérations un peu moins simples, même quand on se borne à l'étude d'une matière isotrope, c'est-à-dire constituée pareillement dans toutes les directions, et au cas de déformations planes, ou telles qu'une des trois dilatations principales, ∂_2, soit nulle. Ces corps, soumis à des actions inégales en divers sens et très-graduellement croissantes, commencent à éprouver des déformations permanentes sensibles dès que les deux autres dilatations principales ∂_1, ∂_3, produites en un point, acquièrent des valeurs vérifiant la relation $\partial_1 - \partial_3 = f(\partial_1 + \partial_3)$, où f désigne une certaine fonction positive : on dit alors que les *limites d'élasticité* de la matière sont *atteintes*. Les actions déformatrices continuant à croître, les positions d'*état naturel* (ou à partir desquelles se comptent les déplacements élastiques) des diverses particules qui constituent le corps, changent à chaque instant; d'ailleurs, l'expérience montre que, si l'on s'oppose à la désagrégation au moyen de pressions convenablement appliquées, le corps reste constitué par rapport à ces nouvelles positions d'équilibre (sauf une légère altération de l'isotropie), comme il l'était dans son état primitif par rapport aux premières, en ce sens que ses coefficients d'élasticité λ, μ changent peu : mais en même temps sa structure moléculaire devient plus stable, car la fonction f, qui mesure à chaque instant la plus grande déformation élastique possible $\partial_1 - \partial_3$, se transforme et croît, pour

Digitized by Google

une valeur déterminée de la dilatation cubique $\partial_1 + \partial_3$, de manière que la persistance des mêmes actions n'amène pas sans cesse de nouvelles déformations. Enfin, les actions déformatrices grandissant encore, il arrive un moment où la fonction f atteint une valeur maxima qu'elle ne peut pas dépasser, et où, par conséquent, le corps n'est plus apte à prendre une constitution qui permette aux déformations de s'arrêter. L'équilibre-limite, caractéristique de l'état plastique, se produit à ce moment. Or si, dans la relation $\partial_1 - \partial_3 = f(\partial_1 + \partial_3)$, on substitue à ∂_1, ∂_3 leurs expressions tirées des formules (5) (où on peut faire $A = 0$, $\partial_2 = 0$), il vient

$$F_1 - F_3 = 2\mu f\left(\frac{F_1 + F_3}{2\lambda + 2\mu}\right):$$

c'est l'équation cherchée.

En général, les corps très-malléables, que l'on a ici particulièrement en vue, résistent bien moins aux changements de forme qu'aux changements de volume, et l'inverse, $\lambda + \frac{2}{3}\mu$, de leur coefficient de compressibilité, doit être très-grand par rapport à leur coefficient de rigidité μ : on peut alors supposer à une première approximation $2\lambda + 2\mu = \infty$, quand $F_1 + F_3$ n'est pas d'un ordre de grandeur plus élevé que $F_1 - F_3$; et l'équation précédente se réduit à

$$F_1 - F_3 = 2\mu f(0) = \text{une constante } 2K,$$

conformément au principe fondamental de *plasticodynamique* que M. de Saint-Venant a posé comme résultant des expériences de M. Tresca *Sur le poinçonnage des métaux* (*). Mais il est préférable de garder en outre, dans le développement de la fonction f par la série de Maclaurin, le terme du premier degré par rapport à $F_1 + F_3$, ce qui, en observant que f croît probablement avec la densité ou avec la pression moyenne, donnera une équation de la forme

(68*bis*) . . . . $F_1 - F_3 = 2K - a(F_1 + F_3)$.

(*) Voir au *Journal de Mathématiques* de M. Liouville (t. XVI, 1871) divers mémoires de M. de Saint-Venant sur ce sujet, notamment celui qui est extrait du *Compte-rendu* de la séance du 7 mars 1870 de l'Académie des sciences de Paris (t. LXX, p. 473) et où se trouve posée en d'autres termes la formule $F_1 - F_3 = 2K$. Le Mémoire très-intéressant de M. Tresca sur le poinçonnage a paru au t. XX du *Recueil des savants étrangers* de la même Académie (1872).



On voit que la formule de l'état ébouleux n'est qu'un cas particulier de celle-ci, le cas où $K = 0$ et où $a = \sin \varphi$. Dans ce cas particulier, la démonstration en est plus simple pour deux raisons : 1° il ne paraît pas y avoir, chez les corps pulvérulents, différentes constitutions moléculaires de plus en plus stables susceptibles de se produire successivement à mesure que les actions déformatrices croissent, ou, en d'autres termes, la période intermédiaire pendant laquelle la fonction f grandit, et qu'on appelle improprement *période d'élasticité imparfaite,* ne paraît pas exister pour eux ; 2° la dilatation cubique $\partial_1 + \partial_3$ y est sensiblement nulle. Par suite, l'équation de l'équilibre-limite se réduit à $\partial_1 - \partial_3 = f(0)$, ou à $\partial_1 =$ constante, comme on a vu.

Il est probable que les mêmes causes de simplification se présentent pour les corps solides très-malléables, comme le plomb ou l'argile : la seconde semble nécessaire pour qu'on puisse supposer la valeur élastique maxima de $\partial_1 - \partial_3$ peu dépendante de $\partial_1 + \partial_3$, ou admettre approximativement l'équation d'équilibre-limite $F_1 - F_3 =$ une constante $2K$. La première l'est peut-être aussi pour que la fonction f, à l'instant où l'équilibre devient limite, ne dépende pas des valeurs successives prises jusqu'à ce moment par les déformations ∂_1, ∂_3 ou par les pressions principales F_1, F_3. S'il en est ainsi, l'équation $F_1 - F_3 = 2\mu f\left(\frac{F_1 + F_3}{2\lambda + 2\mu}\right)$ ne conviendrait peut-être pas, avec une exactitude suffisante, aux corps élastiques qui sont susceptibles, comme le fer, de *s'écrouir* considérablement sous l'action de charges permanentes de plus en plus considérables, ou pour lesquels la forme de la fonction f, variable entre de larges limites, pourrait ne pas se trouver toujours la même à l'instant où l'état plastique s'établit.

27. Reprenons actuellement, au point de vue des inégalités (66), l'étude du massif de longueur et de profondeur indéfinies, limité supérieurement par un plan incliné de ω sur l'horizon. L'expression (60) de ∂_1, portée dans la seconde inégalité (66), qu'on peut supposer élevée au carré, change celle-ci en

Application aux modes d'équilibre précédemment considérés.

$$(69) \qquad \cos^2(\omega - 2\varepsilon) > \frac{\sin^2\omega}{\sin^2\varphi}.$$

Deux conséquences importantes résultent de la relation fondamentale (69):

1° Le premier membre de cette inégalité étant essentiellement moindre


Digitized by Google

que l'unité, le second doit l'être à plus forte raison : donc *l'inclinaison* ω *du talus par rapport à l'horizon est toujours inférieure ou au plus égale en valeur absolue à l'angle* φ *de frottement.* L'expérience a prouvé en effet depuis longtemps que les sables, les terres fraîchement remuées, les amas de petits cailloux, etc., ne peuvent se soutenir que sous des angles moindres qu'un certain angle-limite, constant pour une même espèce de matière, mais variable, quand cette espèce change, depuis 24° ou 26° (cendrée de plomb, graine de moutarde) jusqu'à 55° (sol le plus dense), et qu'on prend souvent dans la pratique égal à 45°. Les talus naturels d'éboulement, comme on en observe, par exemple, au pied des roches escarpées, le long des vallées ou dans les montagnes, sont environ de 31° pour le sable fin et sec, de 32° à 33° pour les marnes, les calcaires et les terres franches jetées à la brouette, de 37° pour les terres crayeuses, de 38° pour le sable quartzeux humide, de 45° pour le sable gypseux humide (*).

2° L'inégalité (69) devant être vérifiée à toutes les profondeurs dans l'intérieur du massif, le cosinus de l'angle $\omega - 2\varepsilon$ ne peut décroître en valeur absolue jusqu'à zéro, ni sa tangente grandir indéfiniment avec l. D'après la formule (56), on devra donc avoir $c = 0$, ou $\varepsilon =$ constante ; en d'autres termes, tous les modes d'équilibre pour lesquels la constante c n'est pas nulle sont irréalisables si le milieu pulvérulent est suffisamment profond. Par suite, *un massif indéfini ne comporte pas des modes réels d'équilibre différents de ceux que représentent les équations* (57) *et* (58) *quand on y suppose le paramètre angulaire* ε *constant, ou quand les déformations éprouvées sont les mêmes en tous les points.*

Il n'y a pas à se préoccuper de la première inégalité (66). En effet, d'après (56), l'expression (50) de p n'est autre que

$$p = \frac{\rho g l}{\cos\omega - \sin\omega \operatorname{tg}(\omega - 2\varepsilon)},$$

et elle sera supérieure à zéro si le terme positif $\cos\omega$, du dénominateur, est

(*) *Mémoire sur la poussée des terres*, par M. Saint-Guilhem, ingénieur en chef des ponts et chaussées (*Annales des ponts et chaussées*, t. XV, mai et juin 1858), note VII. — Voir aussi la *Mécanique appliquée* de M. Collignon, t. I, p. 478.



en valeur absolue plus grand que $\sin\omega \operatorname{tg}(\omega - 2\varepsilon)$. Or l'inégalité (69) peut s'écrire

$$\frac{\sin^2\omega}{\sin^2\varphi} < \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2(\omega - 2\varepsilon)};$$

d'où l'on déduit

$$\sin^2\omega \operatorname{tg}^2(\omega - 2\varepsilon) < \sin^2\varphi - \sin^2\omega,$$

et, à plus forte raison,

$$\sin^2\omega \operatorname{tg}^2(\omega - 2\varepsilon) < 1 - \sin^2\omega = \cos^2\omega :$$

ainsi la valeur absolue de $\sin\omega \operatorname{tg}(\omega - 2\varepsilon)$ est bien inférieure à $\cos\omega$. L'inégalité (69), dans l'étude des modes d'équilibre du massif indéfini, tient donc lieu à elle seule des deux inégalités (66) que nous avions à considérer.

28. Mais continuons l'étude de l'inégalité (69).

Limites entre lesquelles peut varier le paramètre angulaire ε, mesurant l'inclinaison, sur la verticale, des couches non dilatées ni contractées.

Soit τ l'angle, compris entre zéro et $\frac{\pi}{2}$, dont le cosinus a pour valeur

$$(70) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \cos\tau = \frac{\sin\omega}{\sin\varphi} \text{ (en valeur absolue).}$$

Comme le mode d'équilibre correspondant à une certaine valeur de ε subsiste sans modification quand ε grandit de $\frac{\pi}{2}$, on peut se borner, quel que soit ω, à considérer des valeurs de ε comprises dans un intervalle égal à $\frac{\pi}{2}$, et supposer par conséquent $\omega - 2\varepsilon$ variable seulement de $-\frac{\pi}{2}$ à $\frac{\pi}{2}$. On aura ainsi $\cos(\omega - 2\varepsilon) > 0$, et l'inégalité (69), devenue

$$\cos(\omega - 2\varepsilon) > \cos\tau,$$

équivaudra à l'ensemble de ces deux :

$$(70^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \omega - 2\varepsilon \begin{cases} > -\tau, \\ < \tau, \end{cases} \quad \text{ou} \quad \varepsilon \begin{cases} > \dfrac{\omega - \tau}{2}, \\ < \dfrac{\omega + \tau}{2}. \end{cases}$$

Étant donnée une valeur quelconque ω de l'inclinaison du talus sur l'horizon, l'équilibre est donc possible : 1° quand l'inclinaison ε, sur la verticale,

Digitized by Google

d'une couche non dilatée ni contractée (ou par suite de la face postérieure rugueuse d'un mur de soutènement qui immobiliserait une telle couche dans ses positions d'état naturel), est précisément $\frac{\omega}{2}$; 2° quand cette inclinaison est inférieure ou supérieure à $\frac{\omega}{2}$ d'une quantité au plus égale à la moitié de l'angle τ que définit l'équation (70), ou, en d'autres termes, quand la direction d'une couche d'étendue invariable est comprise dans l'angle τ construit de manière que sa bissectrice soit inclinée de $\frac{\omega}{2}$ sur la verticale; 3° quand l'inclinaison ε ne diffère de l'une des précédentes que d'un nombre entier d'angles droits, c'est-à-dire, d'une manière générale, quand la direction de la couche considérée est comprise à l'intérieur de l'un des quatre angles, égaux à τ et opposés deux à deux par le sommet, qui ont pour bissectrices respectives la droite inclinée de $\frac{\omega}{2}$ sur la verticale et sa perpendiculaire.

Au contraire, l'équilibre devient impossible, avec la valeur donnée de l'inclinaison ω du talus, lorsque la direction d'une couche d'étendue invariable (ou de la face postérieure et rugueuse d'un mur de soutènement qui l'immobiliserait dans ses positions d'état naturel) tombe dans l'intervalle que laissent entre eux ces quatre angles. Enfin les inégalités précédentes se changent en égalités, et la limite d'élasticité est précisément atteinte, si ε acquiert ses valeurs extrêmes, $\frac{\omega \mp \tau}{2}$ plus un nombre entier d'angles droits, ce qui arrive lorsque les couches invariables se trouvent précisément parallèles à un côté des quatre mêmes angles; alors l'état devient *ébouleux* et l'équilibre est *limite*.

Pour $\omega = 0$, l'angle τ est droit et par suite les quatre angles dont il s'agit comprennent tout l'espace autour du point O, ou ne laissent subsister aucune direction ε pour laquelle l'équilibre soit impossible. Mais, à mesure que la valeur absolue de ω grandit, τ diminue de plus en plus pour s'annuler quand ω atteint ses deux valeurs extrêmes $\pm\varphi$. Ce décroissement de τ est même plus rapide que l'accroissement de $\pm\omega$; car la différentiation de (70) donne

$$\frac{-d\tau}{d\omega} = \frac{\cos\omega}{\sin\varphi\sin\tau} = \frac{\cos\omega}{\sqrt{\sin^2\varphi - \sin^2\omega}} = \sqrt{\frac{1-\sin^2\omega}{\sin^2\varphi - \sin^2\omega}} > 1 \text{ (en valeur absolue).}$$

Par conséquent, *lorsque* ω *croît de zéro à* φ *ou décroît de zéro à* $-\varphi$,



les deux valeurs extrêmes de ε, $\frac{\omega-\tau}{2}$ *et* $\frac{\omega+\tau}{2}$, *d'abord égales respectivement à* $-\frac{\pi}{4}$ *et à* $\frac{\pi}{4}$, *varient sans cesse chacune dans un même sens, la première en augmentant, la seconde en diminuant, jusqu'à leur valeur finale commune, qui est la moitié de celle de* ω, *c'est-à-dire* $\pm\frac{\varphi}{2}$. *Les quatre angles conjugués* τ *qui forment, par leur groupement symétrique autour du point* O, *une sorte de croix de Malte dont ils seraient les bras, et à l'intérieur desquels se trouvent à chaque instant les directions admissibles des couches invariables, se contractent à la fois, par un mouvement simultané de recul de leurs quatre côtés, de manière à délaisser entre eux un nombre de plus en plus grand de directions qui cessent d'être admissibles pour toutes les valeurs ultérieures de* ω (*).

29. Les deux limites, l'une négative et l'autre positive, entre lesquelles l'inclinaison ω, sur l'horizon, du talus supérieur doit être comprise pour que l'équilibre soit possible avec une inclinaison donnée ε, sur la verticale, des couches invariables, s'obtiennent aisément. L'inégalité (69) se change en égalité quand ω reçoit ces deux valeurs, et il vient, en extrayant la racine carrée des deux membres,

Limites entre lesquelles doit être comprise l'inclinaison ω du talus pour une valeur donnée de ε.

$$\sin\omega = \pm\sin\varphi\cos(\omega-2\varepsilon) = \pm\sin\varphi(\cos\omega\cos 2\varepsilon + \sin\omega\sin 2\varepsilon),$$

(*) Quand le massif est solide, ∂_1, ∂_3 ont les valeurs (60bis) [p. 45]. On voit que ces dilatations principales, si elles ne sont pas négatives, finiront par dépasser toute limite d'élasticité admissible, *dans un massif suffisamment profond*, lorsqu'on y prendra l ou p assez grands. On devra donc avoir $\partial<0$; ce qui, en posant

$$(a) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{\mu}{\lambda+\mu} = \sin\varphi$$

où φ désigne un angle aigu, revient à écrire la première inégalité (66) et l'inégalité (69), c'est-à-dire précisément les deux mêmes conditions, résumées dans la condition unique (69), que pour un massif pulvérulent. Donc, tout ce qui est dit dans ce § au sujet des limites entre lesquelles ω et ε sont compris s'applique à un massif solide de grande profondeur, à cela près que l'équilibre sera stable pour les valeurs extrêmes $\pm\tau$ de $\omega-2\varepsilon$ (vu qu'alors on aura $\partial_1=0$, $\partial_3<0$). En particulier, *l'inclinaison* $\pm\omega$ *du talus devra être moindre que* φ, comme M. de Saint-Venant l'avait déjà reconnu. Cet angle φ vaudra 30° dans les corps *durs*, chez lesquels il est probable que le rapport $\frac{\mu}{\lambda}$ ne diffère pas sensiblement de l'unité, et il sera presque nul pour les corps *mous*, où le rapport $\frac{\mu}{\lambda}$ est sans doute voisin de zéro.



ou bien, si l'on résout par rapport à tg ω,

$$(71) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \operatorname{tg}\omega = \frac{\pm \sin\varphi \cos 2\varepsilon}{1 \mp \sin\varphi \sin 2\varepsilon} = \frac{\pm \cos 2\varepsilon}{\dfrac{1}{\sin\varphi} \mp \sin 2\varepsilon}.$$

A ces deux valeurs de tg ω correspondront respectivement les deux angles-limites cherchés, compris, l'un entre zéro et $+\varphi$, l'autre entre zéro et $-\varphi$. On voit qu'ils échangent simplement leurs signes quand ε est changé en $-\varepsilon$, et on peut se borner à les calculer pour les valeurs positives de ε. Il suffit d'ailleurs d'y faire varier ε de zéro à $\frac{\pi}{4}$ ou 45°, puisque les mêmes circonstances se produisent pour toutes les valeurs de ε qui diffèrent les unes des autres d'un nombre entier d'angles droits.

Si l'on adopte pour φ la valeur $\frac{\pi}{4}$ ou 45°, l'expression de tg ω devient

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{\pm \cos 2\varepsilon}{\sqrt{2} \mp \sin 2\varepsilon},$$

et l'on peut former le tableau suivant :

Valeurs de ε	0,	10°,	20°,	30°,	40°	45°,
valeurs-limites de ω . .	35°16′(*),	41°14′,	44°48′,	42°22′,	22°01′,	0,
	− 35°16,	− 28°09′,	− 20°26′,	− 12°22′,	− 4°08′,	0,

En différentiant l'équation (71), on trouve

$$\frac{d \operatorname{tg}\omega}{d\varepsilon} = \frac{\pm 2 \sin\varphi\,(-\sin 2\varepsilon \pm \sin\varphi)}{(1 \mp \sin\varphi \sin 2\varepsilon)^2}.$$

Lorsque ε croît de zéro à $\frac{\pi}{4}$, la valeur négative de ω, c'est-à-dire la limite inférieure, croît sans cesse en se rapprochant de zéro. Quant à la limite supérieure, ou valeur positive extrême de ω, elle grandit d'abord, jusqu'à un maximum, φ, qu'elle atteint pour $\varepsilon = \frac{\varphi}{2}$ (c'est-à-dire pour $\varepsilon = 22°\,\frac{1}{2}$

(*) Pour du sable fin et sec on aurait seulement $\varphi = 31°$, et les valeurs-limites qui correspondent à $\varepsilon = 0$ deviendraient $\pm$ 27°15′.

Digitized by Google

quand $\varphi = 45°$), et elle décroit ensuite. Les deux limites, initialement égales, en valeur absolue, à arc tg (sin φ), mais de signes contraires, s'annulent en dernier lieu, pour $\varepsilon = \frac{\pi}{4}$.

On peut, au moyen des tangentes de ces angles-limites, que j'appellerai ω', ω'',

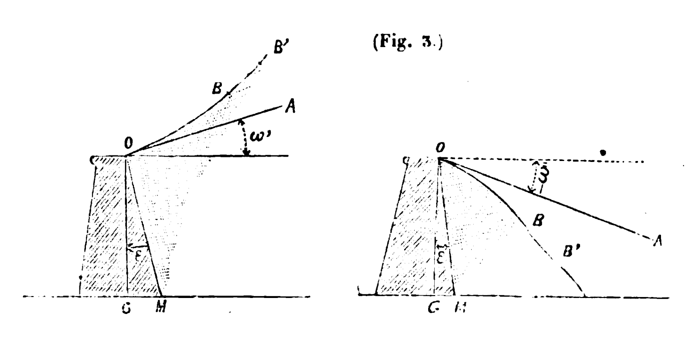
$$\operatorname{tg} \omega' = \frac{\sin \varphi \cos 2\varepsilon}{1 - \sin \varphi \sin 2\varepsilon}, \quad \operatorname{tg} \omega'' = \frac{-\sin \varphi \cos 2\varepsilon}{1 + \sin \varphi \sin 2\varepsilon},$$

calculer la tangente de leur différence $\omega' - \omega''$. Celle-ci se réduit, après quelques simplifications évidentes, à

$$\operatorname{tg}(\omega' - \omega'') = \frac{2 \operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} \cos 2\varepsilon :$$

elle diminue sans cesse quand ε grandit de zéro à $\frac{\pi}{4}$. *L'écart $\omega' - \omega''$ des deux limites est donc d'autant plus grand que l'inclinaison ε est moindre ou que les couches invariables s'écartent moins de la verticale.*

On voit qu'un mur de soutènement rugueux, incliné de ε sur la verticale et qui serait supposé *immobiliser la couche pulvérulente contiguë dans ses positions d'état naturel,* ne pourrait pas soutenir un massif limité supérieurement par un talus plan dont l'inclinaison sur l'horizon serait, ou plus grande que la limite positive ω', ou moindre que la limite négative ω''. Sans doute, la partie BB′ (fig. 3), d'un talus pareil, qui serait très-éloignée du mur de soutènement, pourrait recevoir toute déclivité inférieure ou même égale, en valeur absolue, à l'angle de frottement φ. Mais la surface du talus devrait alors cesser d'être plane dès qu'on approcherait du mur OM, de manière à y devenir concave vers en haut, pour ω positif, convexe dans le cas contraire, et à ne plus avoir, tout près du mur, son inclinaison ω sur l'horizon en dehors des deux limites ω', ω''.



Les formules établies ci-dessus ne sont pas applicables à de pareils talus courbes, et un calcul rigoureux de l'équilibre qui se produirait alors est peut-être inabordable; mais, si la courbure de la surface était peu sensible et que l'on se proposât seulement de connaître les circonstances produites à d'assez petites distances de l'origine O, on ne commettrait qu'une erreur négligeable en remplaçant le profil vrai du talus par sa tangente au départ OA, tangente dont l'inclinaison sur l'horizon égalerait la valeur-limite correspondante ω' ou ω''. En d'autres termes, le cas où l'angle ω se trouverait supérieur à ω' pourrait être approximativement confondu avec celui où $\omega = \omega'$, et le cas où ω serait moindre que ω'' pourrait de même n'être pas distingué du cas $\omega = \omega''$.

Au reste, cette remarque ne paraît pas avoir d'importance pratique, et pour deux raisons. La première consiste en ce que les murs rugueux de soutènement que l'on construit ne doivent immobiliser les particules pulvérulentes contiguës dans des positions d'état naturel, ou à peu près, que pendant la période même de formation du massif et seulement en ce qui concerne les couches de terre ou de sable non encore comprimées : à mesure qu'on apporte de nouvelles couches sur les premières, celles-ci éprouvent un grand nombre de ruptures à la suite desquelles les positions d'état naturel de leurs particules se trouvent entièrement changées, comme on verra au § VIII. La deuxième raison consiste en ce que l'inclinaison ε, sur la verticale, des murs de soutènement rugueux, supposés même capables d'immobiliser les particules terreuses contiguës dans leurs positions d'état naturel, a presque toujours, dans la pratique, des valeurs telles, que la limite supérieure ω' est voisine de son maximum φ, tandis que la limite négative ω'' se trouve bien au-dessous des inclinaisons des talus dont on peut avoir à s'occuper.

Néanmoins, il se produit souvent, pendant qu'on décharge contre la face postérieure d'un mur la terre ou le sable qu'il doit soutenir, des valeurs négatives de ω moindres que ω'', et il paraît que l'on constate alors sur le talus la forme convexe indiquée par la théorie précédente.

Limites qui comprennent ω pour une valeur donnée de ε'.

30. Je n'ai considéré ci-dessus qu'un mur à face postérieure plane et rugueuse. Supposons actuellement cette face infiniment polie et inclinée sur



la verticale d'un angle ε', mais toujours donnée de manière à empêcher la couche superficielle contiguë du massif de quitter son plan primitif ; on a vu au n° 23 (p. 50) que l'équilibre, dans ces conditions, ne diffère pas de celui que produirait un mur rugueux incliné de $\varepsilon = \varepsilon' - \frac{\pi}{4}$, ou encore incliné de $\varepsilon = \varepsilon' + \frac{\pi}{4}$, puisqu'une différence de $\frac{\pi}{2}$ dans ces angles n'en amène aucune dans le mode d'équilibre. On aura donc, en particulier, les deux limites ω', ω'', qui comprennent entre elles toutes les valeurs admissibles de l'inclinaison du talus, en étendant, au moyen d'une observation qui suit la formule (71), le tableau précédent aux valeurs négatives de ε variables de $-\frac{\pi}{4}$ à zéro, et ajoutant alors, pour avoir ε', $\frac{\pi}{4}$ ou 45° à toutes les valeurs de ε inscrites au tableau. Il vient ainsi :

pour ε' =	0,	5°,	15°,	25°,	35°,	45°,	55°,	65°,	75°,	85°,	90°,
valeurs-limites de ω	0,	4°08′,	12°22′,	20°26′,	28°09′,	35°16′,	41°14′,	44°48′,	42°22′,	22°01′,	0,
	0,	−22°01′,	−42°22′,	−44°48′,	−41°14′,	−35°16′,	−28°09′,	−20°26′,	−12°22′,	− 4°08′,	0.

Les quatre angles, égaux à τ et symétriquement disposés en croix autour de l'origine O, qui contiennent, pour une valeur donnée de ω, toutes les directions admissibles de la face postérieure du mur, sont restés les mêmes en grandeur que dans le cas d'un mur rugueux ; mais ils ont tourné d'un demi-angle droit, de manière à venir se placer précisément au milieu des quatre vides qu'ils laissaient d'abord entre eux. Si l'angle τ est supérieur à un demi-angle droit, il y aura, au milieu de chacune des quatre branches de l'une quelconque des deux croix, un espace angulaire, égal à $\frac{\pi}{2} - \tau$, qui ne lui sera pas commun avec l'autre croix ; mais il restera, sur chaque bord de la branche considérée, une bande, égale à $\tau - \frac{\pi}{4}$, commune aux deux croix. Suivant toute direction comprise dans l'une de ces huit bandes, de largeur angulaire $\tau - \frac{\pi}{4}$, et qui sont symétriquement disposées par rapport aux bissectrices des huit angles formés entre les axes des deux croix, on peut, à l'exclusion du reste du plan, diriger la face postérieure d'un mur de soutènement, à volonté rugueux ou poli, capable de maintenir l'équilibre dans l'hypothèse où je me suis placé des relations spéciales (37). La condition nécessaire et suffisante pour que ces bandes existent est que τ soit plus grand

Digitized by Google

que $\frac{\pi}{4}$, ou $\cos \tau < \frac{1}{\sqrt{2}}$, c'est-à-dire, d'après (70), que l'on ait en valeur absolue

$$\sin \omega < \frac{\sin \varphi}{\sqrt{2}},$$

ou, en supposant $\varphi = 45^\circ$,

$$\sin \omega < \frac{1}{2}, \quad \omega < 30^\circ.$$

---

§ VII.

CALCUL DE LA PRESSION EXERCÉE SUR TOUT ÉLÉMENT DE SURFACE NORMAL AU PLAN DES DÉFORMATIONS, ET DE LA POUSSÉE TOTALE QUE SUPPORTE UN MUR PLAN DE SOUTÈNEMENT.

Formules qui donneront la direction φ_1 et la valeur $\mathfrak{R}$ de la pression $(-\mathfrak{N}, \mathfrak{T})$.

31. Il nous reste à étudier la pression, ayant pour composantes normale et tangentielle $-\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$, que supporte par unité d'aire tout élément plan parallèle à l'axe des z, puis à évaluer la poussée totale qu'éprouve une section plane quelconque menée par cet axe dans le massif : cette poussée serait évidemment exercée sur un mur plan de soutènement dont la face postérieure coïnciderait avec la section considérée, si le massif, au lieu d'être indéfini, se trouvait réduit à sa partie située en arrière d'un tel mur, mais que la couche pulvérulente contiguë fût en même temps immobilisée dans les positions $x + u$, $y + v$, $z + w$ qu'elle occupe en effet dans le massif indéfini.

Soit ε_1 l'inclinaison, sur la verticale, d'un élément plan quelconque parallèle à l'axe des z. Les deux composantes $-\mathfrak{N}$ et $\mathfrak{T}$ de la pression qu'il éprouve par unité d'aire, vaudront, d'après les relations (57) [p. 43],

$$(72) \quad \ldots \quad \begin{cases} -\mathfrak{N} = \dfrac{\rho g l}{\cos 2(\omega - \varepsilon)} [\cos(\omega - 2\varepsilon) + \sin \omega \sin 2(\varepsilon_1 - \varepsilon)], \\ \mathfrak{T} = \dfrac{\rho g l}{\cos 2(\omega - \varepsilon)} \sin \omega \cos 2(\varepsilon_1 - \varepsilon). \end{cases}$$


Digitized by Google

J'appellerai

$$\mathcal{R}$$

la pression totale dont les deux composantes, normale et tangentielle, sont $-\mathfrak{N}$ et $\mathfrak{T}$,

$$\varphi_1$$

l'angle, compris au plus entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$, qu'elle fait avec le prolongement de la normale à l'élément plan, et dont la tangente, $\frac{\mathfrak{T}}{-\mathfrak{N}}$, le définit complétement. On aura

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\mathfrak{T}}{-\mathfrak{N}}, \quad \mathcal{R} = \frac{\mathfrak{T}}{\sin\varphi_1},$$

ou bien

$$(72^{bis}) \quad . \quad \operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\sin\omega\cos2(\varepsilon_1-\varepsilon)}{\cos(\omega-2\varepsilon)+\sin\omega\sin2(\varepsilon_1-\varepsilon)}, \quad \mathcal{R} = \frac{\sin\omega\cos2(\varepsilon_1-\varepsilon)}{\cos2(\omega-\varepsilon)\sin\varphi_1}\,pgl.$$

La première de ces formules présente l'inconvénient de n'être pas calculable par logarithmes. Il est préférable d'évaluer $\operatorname{tg}\left(\varphi_1+\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right)$ au moyen de la relation

$$\operatorname{tg}\left(\varphi_1+\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\operatorname{tg}\varphi_1+\operatorname{tg}\left(\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right)}{1-\operatorname{tg}\varphi_1\operatorname{tg}\left(\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right)},$$

dans le second membre de laquelle on mettra pour $\operatorname{tg}\varphi_1$ sa valeur (72bis). Ce second membre deviendra beaucoup plus simple si l'on y remplace

$$\cos2(\varepsilon_1-\varepsilon) \quad \text{ou} \quad \pm\sin2\left(\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right) \quad \text{par} \quad \pm2\cos\left(\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right),$$

$$\sin2(\varepsilon_1-\varepsilon) \quad \text{ou} \quad \mp\cos2\left(\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right) \quad \text{par} \quad \mp\cos^2\left(\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right)\pm\sin^2\left(\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right).$$

On trouve alors

$$(72^{ter}) \quad . \quad . \quad . \quad \left\{\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(\varphi_1+\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right) &= \operatorname{tg}\left(\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right)\frac{\cos(\omega-2\varepsilon)\pm\sin\omega}{\cos(\omega-2\varepsilon)\mp\sin\omega} \\ &= \operatorname{tg}\left(\varepsilon_1-\varepsilon\pm\frac{\pi}{4}\right)\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-\omega+2\varepsilon\pm\omega\right)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-\omega+2\varepsilon\mp\omega\right)}.\end{aligned}\right.$$

Digitized by Google

Cette formule, dans laquelle on peut prendre à volonté, soit les signes supérieurs, soit les signes inférieurs, fera connaître sans aucune indétermination l'angle φ_1, qui fixe la direction de la pression, dès qu'on aura donné l'inclinaison ω du talus supérieur sur l'horizon, l'angle ε_1 que fait l'élément plan avec la verticale et le paramètre ε caractéristique du mode d'équilibre. La seconde relation (72bis) permettra de calculer ensuite par logarithmes la grandeur $\mathfrak{R}$ de la pression par unité d'aire, si l'on connaît en outre la profondeur l à laquelle est situé l'élément plan, c'est-à-dire sa distance normale au talus supérieur, et le poids ρg de l'unité de volume apparent du massif.

On obtient entre $\mathfrak{N}$ et $\mathfrak{T}$ une relation extrêmement simple, en ajoutant les deux équations (72) après les avoir respectivement multipliées par $-\sin(\omega-\varepsilon_1)$, $\cos(\omega-\varepsilon_1)$, en remplaçant ensuite, dans le second membre, des termes affectés de $\sin\omega$ par leur valeur totale

$$\sin\omega\cos(\omega-2\varepsilon+\varepsilon_1)=\sin\omega\left[\cos(\omega-2\varepsilon)\cos\varepsilon_1-\sin(\omega-2\varepsilon)\sin\varepsilon_1\right],$$

et de même le terme $-\sin(\omega-\varepsilon_1)\cos(\omega-2\varepsilon)$ par

$$\cos(\omega-2\varepsilon)\left[-\sin\omega\cos\varepsilon_1+\cos\omega\sin\varepsilon_1\right],$$

puis en réduisant. Il vient

$$(72^{quater})\quad\ldots\ldots\quad \mathfrak{N}\sin(\omega-\varepsilon_1)+\mathfrak{T}\cos(\omega-\varepsilon_1)=\rho g l\sin\varepsilon_1.$$

Cette formule n'est qu'une application particulière du théorème, dit *de réciprocité,* qu'expriment les relations (21) [p. 26] : son premier membre représente la projection, sur la normale au talus supérieur, de la force élastique éprouvée par l'élément plan d'inclinaison ε_1, et le second membre est la projection, sur la normale à cet élément plan, de la force élastique que supporte un autre élément plan passant par le même point, mais parallèle au talus supérieur : or le théorème cité apprend que ces deux projections doivent être égales.

Comment les deux composantes $-\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$ varient avec ε.

32. Cherchons comment varient les deux composantes $-\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$ de la pression $\mathfrak{R}$ exercée sur un même élément plan, quand on fait changer le mode d'équilibre, c'est-à-dire quand on fait varier le paramètre angulaire ε.

Digitized by Google

D'après la relation (70bis), il suffira de faire croître ε de $\frac{\omega-\tau}{2}$ à $\frac{\omega+\tau}{2}$, ou de faire décroître $2(\omega-\varepsilon)$ de $\omega+\tau$ à $\omega-\tau$, c'est-à-dire d'une limite supérieure moindre que $\frac{\pi}{2}$ à une limite inférieure plus grande que $-\frac{\pi}{2}$. Dans cet intervalle, les expressions (72) de $-\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$ restent constamment finies et continues. Le dénominateur $\cos 2(\omega-\varepsilon)$ s'annule bien aux deux limites dans le cas particulier $\omega=0$, $\tau=\frac{\pi}{2}$; mais les numérateurs s'annulent en même temps et les valeurs de $-\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$, prises à ces deux limites, tendent, à mesure que ω décroît jusqu'à zéro, vers les valeurs parfaitement déterminées que donneraient les formules (77) ci-après.

Différentions donc, par rapport à ε, les expressions (72) de $-\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$, et remplaçons, dans les résultats,

$$\sin 2(\omega-\varepsilon)\cos(\omega-2\varepsilon)-\cos 2(\omega-\varepsilon)\sin(\omega-2\varepsilon) \text{ par } \sin\left[2(\omega-\varepsilon)-(\omega-2\varepsilon)\right]=\sin\omega,$$
$$\cos 2(\omega-\varepsilon)\cos 2(\varepsilon_1-\varepsilon)+\sin 2(\omega-\varepsilon)\sin 2(\varepsilon_1-\varepsilon) \text{ par } \cos 2(\omega-\varepsilon_1),$$
$$\sin 2(\omega-\varepsilon)\cos 2(\varepsilon_1-\varepsilon)-\cos 2(\omega-\varepsilon)\sin 2(\varepsilon_1-\varepsilon) \text{ par } \sin 2(\omega-\varepsilon_1):$$

il viendra simplement

$$(73) \quad \ldots\ldots \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d(-\mathfrak{N})}{d\varepsilon} &= \frac{-2\rho g l \sin\omega\left[1+\cos 2(\omega-\varepsilon_1)\right]}{\cos^2 2(\omega-\varepsilon)}, \\ \frac{d\mathfrak{T}}{d\varepsilon} &= \frac{-2\rho g l \sin\omega \sin 2(\omega-\varepsilon_1)}{\cos^2 2(\omega-\varepsilon)}. \end{aligned} \right.$$

Ces dérivées de $-\mathfrak{N}$ et de $\mathfrak{T}$ ont constamment les mêmes signes quel que soit ε : la première est négative ou positive suivant que l'inclinaison ω, sur l'horizon, du talus supérieur est positive ou négative elle-même; la seconde a le même signe que la première quand le sinus de l'angle $2(\omega-\varepsilon_1)$ est positif, signe contraire dans le cas où ce sinus est négatif. *Chacune des deux composantes* $-\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$ *varie donc sans cesse dans un même sens lorsque* ε *grandit, et se trouve comprise à tout instant entre les deux valeurs extrêmes qu'elle reçoit pour* $\varepsilon=\frac{\omega\mp\tau}{2}$ *: de plus, si l'on veut avoir la valeur la plus petite de la poussée normale* $-\mathfrak{N}$, *il faut prendre* $\varepsilon=\frac{\omega+\tau}{2}$ *ou* $\varepsilon=\frac{\omega-\tau}{2}$ *suivant que* ω *est* $>$ *ou* $<$ zéro.

La deuxième formule (73) aurait pu être déduite de la première et de la

Digitized by Google

relation (72^{quater}), qui donne $\mathfrak{T}$ en fonction linéaire de $\mathfrak{N}$ sans qu'aucun coefficient de cette fonction dépende de ε, et d'après laquelle le rapport des deux dérivées $\frac{d\mathfrak{T}}{d\varepsilon}$, $\frac{d(-\mathfrak{N})}{d\varepsilon}$ égale $\operatorname{tg}(\omega - \varepsilon_1)$.

Valeurs extrêmes des composantes $-\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$. — Étude des deux modes d'équilibre limite que peut présenter le massif indéfini.

33. Évaluons les valeurs extrêmes de $-\mathfrak{N}$, et d'abord celles qui correspondent à $\varepsilon = \frac{\omega + \tau}{2}$ pour ω positif, à $\varepsilon = \frac{\omega - \tau}{2}$ pour ω négatif, et par conséquent à la moindre valeur de $-\mathfrak{N}$.

J'appellerai ψ l'angle auxiliaire, compris entre 0 et $\frac{\pi}{4} - \frac{\omega}{2}$ quand ω est > 0, entre 0 et $-\frac{\pi}{4} - \frac{\omega}{2}$ quand ω est < 0, que définit l'équation

$$(74) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \sin(\omega + 2\psi) = \frac{\sin\omega}{\sin\varphi}.$$

Cette équation, comparée à (70), montre que τ vaut le complément de la valeur absolue de $\omega + 2\psi$, ou qu'on a

$$(74^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \tau = \frac{\pi}{2} \mp (\omega + 2\psi),$$

et par suite

$$(74^{ter}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad -2\varepsilon \quad \text{ou} \quad -(\omega \pm \tau) = \mp\frac{\pi}{2} + 2\psi,$$

$$2(\omega - \varepsilon) = \mp\frac{\pi}{2} + 2(\omega + \psi), \quad 2(\varepsilon_1 - \varepsilon) = \mp\frac{\pi}{2} + 2(\varepsilon_1 + \psi), \quad \omega - 2\varepsilon = \mp\frac{\pi}{2} + (\omega + 2\psi).$$

Les formules (72), si on y porte ces valeurs de $2(\omega - \varepsilon)$, $2(\varepsilon_1 - \varepsilon)$, $\omega - 2\varepsilon$, deviennent

$$(75) \quad \mathfrak{T} = \frac{\sin\omega \sin 2(\varepsilon_1 + \psi)}{\sin 2(\omega + \psi)} \rho g l, \quad -\mathfrak{N} = \frac{\sin(\omega + 2\psi) - \sin\omega \cos 2(\varepsilon_1 + \psi)}{\sin 2(\omega + \psi)} \rho g l.$$

L'expression (75) de $\mathfrak{T}$ parait indéterminée quand $\omega = 0$. On peut la transformer en y faisant successivement

$$(75^{bis}) \quad \sin 2(\omega + \psi) = 2\sin(\omega + \psi)\cos\psi \frac{\cos(\omega + \psi)}{\cos\psi} = [\sin(\omega + \psi - \psi) + \sin(\omega + \psi + \psi)] \frac{\cos(\omega + \psi)}{\cos\psi},$$



et en y remplaçant alors le rapport

$$\frac{\sin\omega}{\sin\omega+\sin(\omega+2\psi)},\quad \text{ou, d'après (74)},\quad \frac{\sin\varphi\sin(\omega+2\psi)}{\sin\varphi\sin(\omega+2\psi)+\sin(\omega+2\psi)},$$

par

$$\frac{\sin\varphi}{1+\sin\varphi}=\frac{\sin\varphi}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)}.$$

Il viendra ainsi

$$(76)\quad \ldots\ldots\quad \mathfrak{T}=\frac{\rho g l\sin\varphi}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)}\cdot\frac{\cos\psi\sin2(\varepsilon_1+\psi)}{\cos(\omega+\psi)}.$$

Quant à l'expression (75) de $-\mathfrak{N}$, elle n'est pas calculable par logarithmes; mais on obtiendra $-\mathfrak{N}$, dès que $\mathfrak{T}$ aura été évalué au moyen de (76), si on connaît l'angle φ_1 qui mesure l'inclinaison de la pression résultante $\mathfrak{R}$, appliquée à l'élément plan considéré, sur le prolongement de la normale à cet élément plan. La formule (72ter), en y faisant d'après (74ter) $-\varepsilon=\mp\frac{\pi}{4}+\psi$ et aussi $\cos(\omega-2\varepsilon)=\pm\sin(\omega+2\psi)=\pm\frac{\sin\omega}{\sin\varphi}$, donnera, pour le calcul de cet angle,

$$(76^{bis})\quad \ldots\quad \operatorname{tg}(\varphi_1+\varepsilon_1+\psi)=\operatorname{tg}(\varepsilon_1+\psi)\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}=\frac{\operatorname{tg}(\varepsilon_1+\psi)}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)}.$$

Enfin, on aura

$$-\mathfrak{N}=\frac{\mathfrak{T}}{\operatorname{tg}\varphi_1}$$

Évaluons actuellement l'autre valeur extrême de $-\mathfrak{N}$ et celle de $\mathfrak{T}$, savoir les valeurs qui correspondent à $\varepsilon=\frac{\omega-\tau}{2}$ pour $\omega>0$ et à $\varepsilon=\frac{\omega+\tau}{2}$ pour $\omega<0$. Convenons de prendre, au lieu de la racine ψ, de l'équation (74), qui est comprise entre 0 et $\pm\frac{\pi}{4}-\frac{\omega}{2}$, celle ψ' qui est comprise entre $\pm\frac{\pi}{4}-\frac{\omega}{2}$ et $\pm\frac{\pi}{2}-\frac{\omega}{2}$, ou qui est telle, par rapport à la précédente ψ, que

$$(76^{ter})\quad \ldots\ldots\quad \omega+2\psi'=\pm\pi-(\omega+2\psi),$$

Digitized by Google

en adoptant le signe + ou le signe — suivant que ω est > ou < zéro. Il viendra, au lieu de (74bis),

$$\tau = -\frac{\pi}{2} \pm (\omega + 2\psi'),$$

et par suite, à cause de $\varepsilon = \frac{\omega \mp \tau}{2}$,

$$-2\varepsilon = \mp \frac{\pi}{2} + 2\psi'.$$

Cette valeur de -2ε ne diffère de la précédente (74ter) qu'en ce que ψ' y remplace ψ. Donc, à part le changement de ψ en ψ', les formules (72) conduiront aux mêmes relations (75), (76), (76bis) que dans le cas précédent.

En résumé, *les valeurs extrêmes des deux composantes* $-\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$ *de la poussée exercée sur un élément plan fixe faisant l'angle* ε_1 *avec la verticale, c'est-à-dire celles qui correspondent aux deux modes d'équilibre-limite que comporte un massif indéfini incliné de* ω *sur l'horizon, sont données par les formules*

$$(77) \quad \left\{ \begin{aligned} &\sin(\omega + 2\psi) = \frac{\sin\omega}{\sin\varphi}, \qquad \operatorname{tg}(\varphi_1 + \varepsilon_1 + \psi) = \frac{\operatorname{tg}(\varepsilon_1 + \psi)}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}; \\ &\mathfrak{T} = \frac{\sin\varphi\cos\psi\sin 2(\varepsilon_1 + \psi)}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\cos(\omega + \psi)}\rho g l, \qquad -\mathfrak{N} = \frac{\mathfrak{T}}{\operatorname{tg}\varphi_1}; \end{aligned} \right.$$

l'angle auxiliaire ψ, *qui se calculera par la première équation* (77), *devra être choisi de manière que la somme* $\omega + 2\psi$ *soit, en valeur absolue, inférieure à* $\frac{\pi}{2}$ *s'il s'agit du mode d'équilibre qui donne à la composante normale* $-\mathfrak{N}$ *de la pression sa valeur la plus petite, et comprise au contraire entre* $\frac{\pi}{2}$ *et* π, *ou supplémentaire de la précédente, s'il s'agit du mode d'équilibre qui donne à* $-\mathfrak{N}$ *sa valeur la plus grande; quant à l'inclinaison* φ_1 *de la pression sur le prolongement de la normale à l'élément plan, comme elle ne peut varier tout au plus qu'entre* $-\frac{\pi}{2}$ *et* $\frac{\pi}{2}$, *la seconde équation* (77), *en faisant connaître* $\operatorname{tg}(\varphi_1 + \varepsilon_1 + \psi)$, *la détermine complétement.*

L'angle ψ a une signification géométrique importante. On a

$$(77^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad -2\varepsilon = \mp\frac{\pi}{2} + 2\psi, \quad \text{ou} \quad -\varepsilon = \mp\frac{\pi}{4} + \psi,$$

Digitized by Google

et par suite, d'après (59) [p. 44], ε' $\left(\text{ou } \varepsilon \mp \frac{\pi}{4}\right) = -\psi$. Or ε' désigne l'angle fait avec la verticale, du côté de OA (fig. 1, p. 38), par une des deux dilatations principales ou des deux pressions principales produites en chaque point : ψ représente donc le même angle, mais estimé positivement dans le sens opposé, c'est-à-dire du côté de Oy.

C'est du reste ce qu'on reconnaît en posant successivement, dans les formules (75), $\varepsilon_1 = -\psi$, $\varepsilon_1 = -\psi + \frac{\pi}{2}$. Il vient dans ces deux cas $\mathfrak{T} = 0$, et, si $\mathfrak{N}_1$, $\mathfrak{N}_2$ désignent les deux valeurs de $\mathfrak{N}$,

$$-\mathfrak{N}_1 = \frac{\sin(\omega + 2\psi) - \sin\omega}{\sin 2(\omega + \psi)}\rho g l, \quad -\mathfrak{N}_2 = \frac{\sin(\omega + 2\psi) + \sin\omega}{\sin 2(\omega + \psi)}\rho g l.$$

$\sin(\omega + 2\psi)$ et $\sin\omega$ ayant toujours même signe d'après (74), $-\mathfrak{N}_1$ est la plus petite des pressions principales, $-\mathfrak{N}_2$ la plus grande. Par conséquent, *la direction qui fait avec la verticale l'angle* $-\psi$ *coïncide avec le profil de l'élément plan sur lequel s'exerce la plus petite pression principale.*

Les formules ci-dessus de $-\mathfrak{N}_1$, $-\mathfrak{N}_2$ se simplifient lorsqu'on y remplace $\sin(\omega + 2\psi) - \sin\omega$ par $2\cos(\omega + \psi)\sin\psi$, $\sin(\omega + 2\psi) + \sin\omega$ par $2\sin(\omega + \psi)\cos\psi$, $\sin 2(\omega + \psi)$ par $2\sin(\omega + \psi)\cos(\omega + \psi)$; elles deviennent

$$(77^{ter}) \quad \ldots \quad -\mathfrak{N}_1 = \frac{\sin\psi}{\sin(\omega + \psi)}\rho g l, \quad -\mathfrak{N}_2 = \frac{\cos\psi}{\cos(\omega + \psi)}\rho g l.$$

Pression que supporte un élément plan vertical.

34. Le mode d'équilibre-limite pour lequel la composante $-\mathfrak{N}$ de la pression acquiert sa valeur la plus petite possible est précisément celui qu'a étudié M. Maurice Levy dans son Mémoire *sur une théorie rationnelle de l'équilibre des terres fraîchement remuées et ses applications au calcul de la stabilité des murs de soutènement* (*). Les formules (77) ne diffèrent pas de celles qu'il a données au n° 15 de ce Mémoire.

M. Macquorn-Rankine avait déjà, dès 1856, considéré les deux modes

(*) Ce travail, présenté une première fois à l'Académie des sciences de Paris le 5 juin 1867 et reproduit le 21 juin 1869, se trouve au *Journal de Mathématiques de M. Liouville* (t. XVIII, 1873).


Digitized by Google

d'équilibre-limite que peut présenter un massif limité par un talus plan et près de s'ébouler dans toute son étendue : il avait fait ressortir les lois qui régissent la poussée exercée sur les éléments plans verticaux, c'est-à-dire sur ceux pour lesquels $\varepsilon_1 = 0$ (*).

Ces lois sont très-simples, même quand l'équilibre n'est pas limite. En effet, posons $\varepsilon_1 = 0$ dans les formules générales (72); nous aurons

$$(78) \quad \ldots\ldots \quad \mathcal{T} = \frac{\cos 2\varepsilon \sin \omega}{\cos 2(\omega - \varepsilon)} \rho g l, \quad -\mathcal{N} = \frac{\cos 2\varepsilon \cos \omega}{\cos 2(\omega - \varepsilon)} \rho g l,$$

ce qui revient évidemment à prendre, pour valeurs respectives de la poussée résultante $\mathcal{R}$ et de son inclinaison φ_1 sur le prolongement de la normale à l'élément plan vertical considéré,

$$(79) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathcal{R} = \frac{\cos 2\varepsilon}{\cos 2(\omega - \varepsilon)} \rho g l, \quad \varphi_1 = \omega.$$

La seconde relation (79) signifie que, *dans le massif indéfini, tout élément plan vertical éprouve une poussée parallèle au talus supérieur*. La première, spécifiée pour les modes d'équilibre-limite, c'est-à-dire pour les valeurs de -2ε égales à $\mp \frac{\pi}{2} + 2\psi$, donne

$$(79^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathcal{R} = \frac{\sin 2\psi}{\sin 2(\omega + \psi)} \rho g l.$$

Or on peut remplacer

$$\sin 2\psi, \quad \text{ou} \quad \sin(\omega + 2\psi - \omega), \quad \text{par} \quad \sin(\omega + 2\psi)\cos\omega - \cos(\omega + 2\psi)\sin\omega,$$
$$\sin 2(\omega + \psi), \quad \text{ou} \quad \sin(\omega + 2\psi + \omega), \quad \text{par} \quad \sin(\omega + 2\psi)\cos\omega + \cos(\omega + 2\psi)\sin\omega,$$

et observer ensuite que, d'après (74),

$$\sin(\omega + 2\psi) = \frac{\sin\omega}{\sin\varphi}, \quad \cos(\omega + 2\psi) = \frac{\pm\sqrt{\sin^2\varphi - \sin^2\omega}}{\sin\varphi} = \frac{\pm\sqrt{\cos^2\omega - \cos^2\varphi}}{\sin\varphi},$$

(*) Voir aux *Annales des ponts et chaussées* (novembre 1872, p. 242) une note dans laquelle M. Flamant, ingénieur des ponts et chaussées, a donné une exposition géométrique fort simple de la théorie de M. Rankine. M. Considère a également inséré en juin 1870 (pp. 545 à 594), dans ces *Annales*, un Mémoire contenant, outre les mêmes résultats auxquels il était arrivé de son côté, plusieurs considérations judicieuses et intéressantes.


Digitized by Google

les signes supérieurs correspondant à la valeur absolue de $\omega + 2\psi$ moindre que $\frac{\pi}{2}$, ou au mode d'équilibre pour lequel les poussées normales sont les plus petites possibles, et les signes inférieurs correspondant à l'autre mode. Il vient définitivement

$$(80) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathcal{R} = \frac{\cos\omega \mp \sqrt{\cos^2\omega - \cos^2\varphi}}{\cos\omega \pm \sqrt{\cos^2\omega - \cos^2\varphi}}\rho g l.$$

Les signes supérieurs donnent la valeur la plus faible de la pression exercée sur l'élément plan vertical, celle qui se produit quand le massif est près de s'ébouler de haut en bas et que le frottement des terres agit le plus possible pour les retenir; les signes inférieurs donnent au contraire la valeur la plus grande de la poussée, celle qui s'observe, ainsi que l'ont remarqué MM. Considère et Flamant, quand le même massif, comprimé horizontalement, est supposé sur le point de s'ébouler en remontant (ou plutôt en refluant au-dessus de sa surface libre), et que par suite le frottement équivaut alors à un accroissement de poids du massif : c'est ce genre de poussée que Poncelet a désigné sous le nom de *butée des terres*.

On voit que *les deux modes d'équilibre-limite correspondent aux deux sortes d'éboulement, par détente et par écrasement ou compression, que peut présenter une masse pulvérulente à face supérieure plane, quand elle s'ébranle à la fois dans toute son étendue.*

Calcul de la poussée totale éprouvée par un mur à face postérieure plane.

35. Calculons enfin la pression totale que supporte, par unité de largeur horizontale, une section plane menée dans le massif, suivant l'axe des z, jusqu'à une distance quelconque L de cet axe, et ayant sur la verticale l'inclinaison également quelconque ε_1. Cette poussée serait évidemment celle qu'éprouverait la face postérieure d'un mur, contigu au massif suivant la section considérée, et supposé capable de produire sur la masse pulvérulente située à son arrière le même effet que produit, dans le massif indéfini, la matière située en avant de la section considérée.

Divisons par des horizontales la section plane ou la face postérieure du mur de soutènement en bandes infiniment étroites. L'une quelconque de ces bandes, située à une certaine distance L de l'axe des z, c'est-à-dire du bord


Digitized by Google

supérieur de la section, aura la hauteur dL et sa base ou largeur égale par hypothèse à l'unité : elle éprouvera une poussée totale $\mathcal{R}dL$, composée de la force normale $-\mathcal{N}dL$, et de la force tangentielle $\mathcal{T}dL$ dirigée vers en bas suivant une perpendiculaire menée dans la section à son bord supérieur ; $-\mathcal{N}$, $\mathcal{T}$, $\mathcal{R}$ auront d'ailleurs les valeurs (72), (72bis). Les poussées élémentaires $\mathcal{R}dL$, exercées sur toutes ces bandes, feront avec la normale à la section, menée vers le dehors du massif, l'angle constant φ_1 que détermine la formule (72ter), et elles seront parallèles; elles auront donc une résultante ou *poussée totale,* P, égale à leur somme, et dont le produit par la distance L_1 de son point d'application au bord supérieur de la section vaudra, d'après le théorème des moments, la somme des produits respectifs des poussées élémentaires $\mathcal{R}dL$ par les distances pareilles L de leurs points d'application. C'est ce qu'expriment les équations

$$(81) \quad \ldots\ldots\ldots \quad P = \int_0^L \mathcal{R}\,dL, \quad L_1 = \frac{1}{P}\int_0^L L\mathcal{R}\,dL.$$

Il ne reste plus qu'à y effectuer les intégrations indiquées, après avoir substitué à $\mathcal{R}$ son expression (72bis) et avoir mis dans celle-ci, au lieu de la distance normale l de chaque point de la section au talus supérieur, sa valeur en fonction de la distance oblique L du point considéré au même talus. Cette distance oblique L, comptée le long de la section, est inclinée de ε_1 sur la verticale, tandis que la perpendiculaire l au talus supérieur l'est de ω : l est donc la projection de L sous l'angle $\omega - \varepsilon_1$ et a pour valeur

$$(81^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad l = L\cos(\omega - \varepsilon_1).$$

Les formules (81) deviendront finalement, en y joignant (72ter),

$$(82) \left\{ \begin{aligned} & L_1 = \frac{2}{3}L, \quad P = K\frac{\rho g L^2}{2}, \quad \text{où} \quad K = \frac{\mathcal{R}\cos(\omega - \varepsilon_1)}{\rho g l} = \frac{\sin\omega\cos(\omega - \varepsilon_1)\cos 2(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{\cos 2(\omega - \varepsilon)\sin\varphi_1}, \\ & \operatorname{tg}\left(\varphi_1 + \varepsilon_1 - \varepsilon \pm \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg}\left(\varepsilon_1 - \varepsilon \pm \frac{\pi}{4}\right) \frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \omega + 2\varepsilon \pm \omega\right)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \omega + 2\varepsilon \mp \omega\right)}. \end{aligned} \right.$$

Digitized by Google

Un massif pulvérulent homogène en équilibre d'élasticité, terminé supérieurement par un talus plan dont ω désigne l'inclinaison sur l'horizon, exerce donc, contre un mur qui a sa face postérieure inclinée (en fruit intérieur) d'un angle ε_1 sur la verticale, une poussée appliquée au tiers de la hauteur de la face postérieure du mur, inclinée sous la normale à cette face (normale menée vers l'intérieur du mur) de l'angle φ_1 que donne la quatrième équation (82), et égale au demi-produit du poids de l'unité de volume apparent du massif par le carré de la hauteur oblique L *de la face considérée et par un coefficient* K *dont la valeur résulte de la troisième formule* (82). *Toutefois, ces lois ne sont démontrées que pour les modes d'équilibre dans lesquels l'état de la matière est le même sur toute l'étendue d'un plan quelconque parallèle au talus supérieur et qui ne dépendent par suite que du seul paramètre ε.*

On peut avoir à considérer les deux composantes

$$\text{normale}\quad P' = \int_0^L (-\mathfrak{N})\,dL \quad \text{et tangentielle}\quad P'' = \int_0^L \mathfrak{T}\,dL,$$

de la poussée totale P. Ces deux composantes auront évidemment pour expressions

$$P' = K'\frac{\rho g L^2}{2},\quad P'' = K''\frac{\rho g L^2}{2},$$

où les coefficients K′, K″ désignent les rapports $\frac{-\mathfrak{N}\cos(\omega-\varepsilon_1)}{\rho g l}$, $\frac{\mathfrak{T}\cos(\omega-\varepsilon_1)}{\rho g l}$, c'est-à-dire, d'après (72), les nombres

$$(82^{bis})\quad \left\{\begin{aligned} K' &= \frac{\cos(\omega-\varepsilon_1)}{\cos 2(\omega-\varepsilon)}\left[\cos(\omega-2\varepsilon)+\sin\omega\sin 2(\varepsilon_1-\varepsilon)\right],\\ K'' &= \frac{\cos(\omega-\varepsilon_1)}{\cos 2(\omega-\varepsilon)}\sin\omega\cos 2(\varepsilon_1-\varepsilon) = K'\operatorname{tg}(\omega-\varepsilon_1)+\sin\varepsilon_1 : \end{aligned}\right.$$

la deuxième expression de K″, savoir $K'\operatorname{tg}(\omega-\varepsilon_1)+\sin\varepsilon_1$, se déduit immédiatement de la relation (72^{quater}).

36. La troisième et la quatrième des formules (82) se simplifient lorsqu'on admet, comme spéciales aux parois, les relations (37), c'est-à-dire

Valeurs de la poussée quand le mur, rugueux ou poli, est fixe, et que l'état naturel est supposé avoir existé d'abord.


Digitized by Google

quand la couche pulvérulente contiguë au mur est supposée maintenue, soit dans ses positions d'état naturel s'il est rugueux, soit tout au moins dans son plan primitif s'il est poli. Il faut alors, comme on a vu aux nos 22 et 23, poser $\varepsilon = \varepsilon_1$ dans le premier cas, $\varepsilon = \varepsilon_1 - \frac{\pi}{4}$ dans le second. Et d'abord, la valeur de φ_1 se tirera aisément des deux expressions (72) de $\mathfrak{T}$ et de $-\mathfrak{N}$, dont le rapport égale $\operatorname{tg} \varphi_1$. Il viendra

$$(82^{ter}) \quad \ldots\ldots \quad \operatorname{tg} \varphi_1 = \begin{cases} \dfrac{\sin \omega}{\cos(\omega - 2\varepsilon_1)} & \text{(mur rugueux)}, \\ \text{zéro} & \text{(mur poli)}. \end{cases}$$

La troisième (82), d'après les valeurs (72bis) de $\mathfrak{R}$, dans le cas du mur rugueux, et en observant que, dans celui du mur poli, $\mathfrak{R}$ se réduit à

$$-\mathfrak{N} = \frac{-\sin(\omega - 2\varepsilon_1) + \sin \omega}{-\sin 2(\omega - \varepsilon_1)} \rho g l = \frac{2\cos(\omega - \varepsilon_1)\sin \varepsilon_1}{2\cos(\omega - \varepsilon_1)\sin(\varepsilon_1 - \omega)} \rho g l = \frac{\sin \varepsilon_1}{\sin(\varepsilon_1 - \omega)} \rho g l,$$

donnera à son tour

$$(82^{quater}) \quad \ldots\ldots \quad K = \begin{cases} \dfrac{\cos(\omega - \varepsilon_1)\sin \omega}{\cos 2(\omega - \varepsilon_1)\sin \varphi_1} & \text{(mur rugueux)}, \\ \dfrac{\sin \varepsilon_1}{\operatorname{tg}(\varepsilon_1 - \omega)} & \text{(mur poli)}. \end{cases}$$

Quand le mur rugueux a sa face postérieure verticale, ou que $\varepsilon_1 = 0$ et par suite $\varphi_1 = \omega$, il vient simplement

$$K = \frac{\cos \omega}{\cos 2\omega}.$$

Observons enfin que, d'après la formule (82ter), comparée à la condition (69), la valeur absolue de $\operatorname{tg}\varphi_1$ sera toujours inférieure ou, au plus, égale à $\sin \varphi$; ce qui signifie que la poussée supportée par un mur de soutènement immobilisant la couche pulvérulente contiguë dans ses positions d'état naturel, fait avec la normale à cette couche un angle au plus égal à celui dont la tangente vaut le sinus de l'angle φ du frottement intérieur. Il suffirait donc, pour qu'un tel mur pût être supposé infiniment rugueux, ou capable d'immobi-

Digitized by Google

liser la couche pulvérulente contiguë dans ses positions primitives, que l'angle de son frottement contre le massif fût égal ou supérieur à celui dont la tangente vaut le sinus de l'angle φ de frottement intérieur (soit à $35°16'$ pour $\varphi = 45°$). On laisse toujours dans la pratique, aux murs de soutènement, assez de rugosités pour que l'angle du frottement extérieur soit même plus grand que φ.

---

§ VIII.

RÉSOLUTION DES PROBLÈMES D'ÉQUILIBRE LES PLUS IMPORTANTS DANS LES APPLICATIONS, AU MOYEN D'UNE CONDITION DE STABILITÉ QUI TIENT LIEU DES RELATIONS SPÉCIALES AUX PAROIS.

---

37. Les formules établies au numéro précédent, reposant sur les conditions spéciales (37) [p. 36], ne conviennent que pour le cas d'un massif, primitivement libre de toute pression et sans pesanteur, qui a pris en devenant pesant un nouvel équilibre, sans que la couche contiguë à la face postérieure du mur qui le soutient se soit déplacée si le mur est rugueux, ou soit sortie de son plan primitif s'il est poli. Or on a vu à la fin du § III que l'immobilité des particules adjacentes à une paroi rugueuse, par exemple, conduit bien à regarder leurs déplacements u, v comme des fonctions de x, y, déterminées dans chaque cas, mais non à les faire égaux à zéro, et que par suite les conditions simples $u = 0$, $v = 0$ ne peuvent guère être vérifiées dans la pratique. Cas où l'équilibre le plus stable se réalise.

En réalité, on forme un massif pulvérulent en déposant successivement contre un mur rugueux préalablement construit des couches de terre ou de sable. Les particules voisines du mur se trouvent immobilisées à peu près,

Digitized by Google

tant qu'elles ne sont pas trop comprimées, dans des positions d'état naturel; mais la pression croissante et bientôt considérable qu'elles ont ensuite à supporter y cause un grand nombre de glissements finis, ou d'éboulements partiels, à la suite desquels se réalise un tout autre mode d'équilibre. Ce mode doit être le plus favorable possible à la stabilité intérieure du massif, c'est-à-dire celui pour lequel la dilatation maxima ∂_1 acquiert aux divers points ses plus petites valeurs compatibles avec le degré de résistance que le mur peut opposer : car le mode d'équilibre ainsi défini, s'il n'était pas déjà complétement réalisé un instant après que l'on a déposé les dernières couches de terre ou de sable, ne tarderait pas à s'établir par l'effet des petits ébranlements, dus à mille causes diverses, que le massif éprouve presque à tout instant, et qui permettent aux grains sablonneux de se grouper de la manière en quelque sorte la moins forcée (*).

Abstraction faite d'une zone contiguë au mur de soutènement et dans l'étendue de laquelle l'influence immédiate de ce dernier produit peut-être des perturbations locales, tous les modes d'équilibre réalisables du massif sont représentés par les formules (57) à (60) [p. 43 et 44], dans lesquelles ε désigne un paramètre variable de $\frac{\omega-\tau}{2}$ à $\frac{\omega+\tau}{2}$ (form. 70bis) (**). Or, d'après (60), ∂_1 est le plus petit possible quand $\varepsilon=\frac{\omega}{2}$.

Telle est la valeur du paramètre ε qui, en réduisant la dilatation maxima ∂_1 à son minimum $\frac{\pm\sin\omega}{2m}$, correspond au mode d'équilibre le plus stable intérieurement, ou le plus voisin possible de l'état naturel pour lequel on aurait

(*) Les mouvements vibratoires produisent à la longue un effet analogue sur les corps solides; mais, vu la tendance à la cristallisation qui existe alors, la structure plus naturelle qui s'y réalise graduellement n'est la plus stable que pour chaque molécule intégrante en particulier, nullement pour l'ensemble de ces molécules, qui tendent, au contraire, à s'isoler les unes des autres.

(**) Ces diverses relations, en y appelant x, y les coordonnées actuelles des molécules, l leur distance actuelle à la surface libre, ε une fonction de l, résultent des formules (28), (35), (30), (10), (66) : elles subsistent quand, ε ou $\frac{\rho g l}{p}$ n'étant pas constants, la relation (28bis) ne se vérifie pas; on verra au n° 42 que cela pourrait arriver. Alors il n'y a plus de coordonnées d'état naturel $x-u$, $y-v$ variables avec continuité d'une particule à ses voisines; car la formule du haut de la page 31, équivalente à (28bis) ou (28ter), exprime, comme on le reconnaît aisément, qu'il existe deux fonctions continues u, v de x, y telles, que $\frac{du}{dx}$, $\frac{dv}{dy}$, $\frac{du}{dy}+\frac{dv}{dx}$ égalent trois fonctions données ∂_x, ∂_y, g_{xy}.


Digitized by Google

partout $\partial_1 = 0$, *et par conséquent au mode d'équilibre qui se produira si le mur de soutènement est assez ferme pour subir, sans se renverser, la poussée correspondante.*

Supposons donc $\varepsilon = \frac{\omega}{2}$, et, appelant ε_1 l'inclinaison de la face postérieure du mur sur la verticale, calculons d'abord la poussée. Il suffit, pour l'obtenir, de faire $\varepsilon = \frac{\omega}{2}$ dans les formules (82); ce qui donne

$$(83) \qquad \operatorname{tg}\left(\varphi_1 + \varepsilon_1 + \frac{\pi}{4} - \frac{\omega}{2}\right) = \frac{\operatorname{tg}\left(\varepsilon_1 + \frac{\pi}{4} - \frac{\omega}{2}\right)}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\omega}{2}\right)}, \quad K = \frac{\operatorname{tg}\omega \cos(\omega - \varepsilon_1)\cos(\omega - 2\varepsilon_1)}{\sin \varphi_1}.$$

La poussée sera donc régie par les lois énoncées après les formules (82), à cela près que l'angle φ_1 et le coefficient K auront les valeurs complétement déterminées résultant de (83).

L'expression de K devient extrêmement simple quand la face postérieure du mur est verticale, ou qu'on a $\varepsilon_1 = 0$ et par suite $\varphi_1 = \omega$: elle se réduit à

$$(83^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad K = \cos\omega.$$

Cherchons encore à nous rendre compte des déplacements *élastiques* que les divers points du massif éprouvent par rapport au mur supposé immobile.

D'après des lois énoncées page 45, le tassement élastique, à part un mouvement d'ensemble de toute la masse pulvérulente, se fera par déplacements parallèles à un plan fixe OM incliné de $\frac{\omega}{2}$ sur la verticale, et égaux au produit de la distance D de chaque particule à ce plan par le facteur constant $\frac{\sin\omega}{m}$. Mais, après ce mouvement fictif, la droite matérielle émanée de l'origine et primitivement inclinée de ε_1 sur la verticale, c'est-à-dire couchée le long du mur ou faisant d'abord l'angle $\varepsilon_1 - \frac{\omega}{2}$ avec la direction des déplacements, ne fait plus avec celle-ci qu'un angle un peu moins grand $\varepsilon_1 - \frac{\omega}{2} - \zeta_2$. Le petit angle ζ_2, dont elle a tourné autour de l'origine, est tel, que l'accroissement $D \cot\left(\varepsilon_1 - \frac{\omega}{2} - \zeta_2\right) - D \cot\left(\varepsilon_1 - \frac{\omega}{2}\right)$, ou sensiblement $\frac{D\zeta_2}{\sin^2\left(\varepsilon_1 - \frac{\omega}{2}\right)}$, de la distance qui sépare l'origine O du pied de la perpendiculaire D abaissée

Digitized by Google

de chacun des points de la droite matérielle sur le plan fixe qui vient d'être défini, vaut précisément le déplacement $D\frac{\sin\omega}{m}$. On a donc, comme valeur de la rotation ζ_2 qu'il faudra imprimer à tout le massif dans le sens de Oy vers Ox, après ce tassement fictif, pour ramener contre le mur la couche qui lui reste adjacente et obtenir ainsi la situation définitive de toute la masse,

$$(84) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \zeta_2 = \frac{\sin\omega}{m}\sin^2\left(\varepsilon_1 - \frac{\omega}{2}\right).$$

L'angle $\zeta - \zeta_2$, qui exprime la diminution, due au tassement *élastique*, de l'inclinaison $\omega + \frac{\pi}{2} - \varepsilon_1$ du talus sur la face postérieure du mur, sera l'excès, sur ζ_2, de la valeur (62) de ζ spécifiée pour $\varepsilon = \frac{\omega}{2}$. Cet angle vaudra donc

$$\begin{aligned}&\frac{\sin\omega}{m}\left[\cos^2\frac{\omega}{2} - \sin^2\left(\varepsilon_1 - \frac{\omega}{2}\right)\right]\\ &= \frac{\sin\omega}{m}\left[\cos^2\frac{\omega}{2} - \cos^2\frac{\omega}{2}\sin^2\varepsilon_1 - \sin^2\frac{\omega}{2}\cos^2\varepsilon_1 + 2\sin\frac{\omega}{2}\cos\frac{\omega}{2}\sin\varepsilon_1\cos\varepsilon_1\right]\\ &= \frac{\sin\omega\cos\varepsilon_1\cos(\omega-\varepsilon_1)}{m},\end{aligned}$$

et l'on aura en définitive, pour valeur de la réduction éprouvée par l'angle du talus supérieur et de la face postérieure du mur de soutènement,

$$(84^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \zeta - \zeta_2 = \frac{\sin\omega\cos\varepsilon_1\cos(\omega-\varepsilon_1)}{m}.$$

Cas où l'équilibre produit ne comporte qu'un certain degré de stabilité.

38. Passons actuellement au cas où le mur de soutènement n'est pas assez solide pour que le massif puisse acquérir le maximum de stabilité, et supposons ε constant, afin qu'une condition unique pour tout le mur détermine ce paramètre sans qu'on ait à en chercher une spéciale à chaque valeur de l.

J'admettrai que le mur se comporte comme un corps rigide, plus ou moins mobile autour d'un axe *fixe* parallèle à celui des z, de manière que son degré de fermeté ait pour mesure la valeur la plus grande M que peut atteindre le moment de la poussée autour de cet axe sans produire de renversement. Soit b la distance du même axe à la face postérieure du mur,


Digitized by Google

a la distance, au même axe, de la perpendiculaire élevée à cette face postérieure à partir du tiers de sa hauteur L, distance comptée positivement au-dessus de l'axe de rotation, négativement en dessous. Les composantes, normale P' et tangentielle P'', de la poussée totale P, auront pour moments respectifs aP', $-bP''$, et le moment total de la force qui tend à produire le renversement du mur vaudra $aP' - bP''$, c'est-à-dire, d'après ce que nous avons vu à la fin du n° 35 (p. 79),

$$(85) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{\rho g L^2}{2}(aK' - bK'') = \frac{\rho g L^2}{2}\{[a - b\,\mathrm{tg}\,(\omega - \varepsilon_1)]\,K' - b \sin \varepsilon_1\}.$$

Dans la pratique, les données a, b, ω, ε_1 auront toujours des valeurs qui rendront ce moment positif, et croissant avec K' quand on fera varier le paramètre ε caractéristique du mode d'équilibre. Comme K', abstraction faite du facteur $\cos(\omega - \varepsilon_1)$ indépendant de ε, représente le rapport $\frac{-\mathfrak{N}}{\rho g l}$, dont la dérivée par rapport à ε (form. 73) est négative ou positive suivant que ω est $>$ ou $<$ zéro, le moment (85) de la poussée décroîtra sans cesse lorsque ε ira de $\frac{\omega}{2}$ à $\frac{\omega \pm \tau}{2}$, en adoptant dans cette dernière expression le signe supérieur ou le signe inférieur suivant que l'inclinaison ω sera positive ou négative. Mais $\cos(\omega - 2\varepsilon)$ décroîtra en même temps de 1 à $\cos \tau$, et ∂_1, d'après la première formule (60), grandira de $\frac{\pm \sin \omega}{2m}$ à $\frac{\pm \sin \omega}{2m \cos \tau}$. Donc la plus petite valeur admissible de ∂_1 est celle qui correspond à la valeur de ε, comprise entre $\frac{\omega}{2}$ et $\frac{\omega \pm \tau}{2}$, pour laquelle l'expression (85) égale le moment donné M mesurant le degré de fermeté du mur.

Cette valeur de ε définit le mode d'équilibre le plus stable que comportent les circonstances, ou par conséquent celui qui se produira définitivement. On l'obtiendra en égalant à M la seconde expression (85), ce qui donnera la valeur effective de K' et par suite, d'après la seconde équation (82bis), la valeur de K'' et celle du rapport $\frac{\cos 2(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{\cos 2(\omega - \varepsilon)}$. Soit χ ce dernier. On aura donc

$$\cos 2(\varepsilon_1 - \varepsilon) = \chi \cos 2(\omega - \varepsilon),$$

ou bien

$$\cos 2\varepsilon_1 \cos 2\varepsilon + \sin 2\varepsilon_1 \sin 2\varepsilon = \chi\,[\cos 2\omega \cos 2\varepsilon + \sin 2\omega \sin 2\varepsilon]:$$



on tire de là

$$(85^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \operatorname{tg} 2\varepsilon = -\frac{\cos 2\varepsilon_1 - \chi \cos 2\omega}{\sin 2\varepsilon_1 - \chi \sin 2\omega},$$

formule qui fera connaître, sans aucune indétermination, l'angle 2ε compris entre ω et $\omega \pm \tau$, et toujours inférieur à $\frac{\pi}{2}$ en valeur absolue.

Une fois le paramètre ε déterminé, le mode d'équilibre le sera lui-même et les formules (82) permettront de calculer la poussée. Quant au moment de celle-ci par rapport à l'axe de rotation du mur, il sera égal à M.

L'équilibre deviendrait impossible, et le mur serait renversé, si la constante donnée M, qui mesure son pouvoir de résistance, était inférieure à la valeur que prend l'expression (85) quand on y met pour K' sa valeur la plus petite possible, c'est-à-dire quand ε devient égal à $\frac{\omega \pm \tau}{2}$ et que le massif passe à l'état ébouleux. A ce moment, K', ou $\frac{-\mathfrak{N} \cos(\omega - \varepsilon_1)}{\rho g l}$, ou encore $\frac{\mathfrak{E} \cos(\omega - \varepsilon_1)}{\rho g l \operatorname{tg} \varphi_1}$, reçoit la valeur

$$\frac{\sin \varphi \cos(\omega - \varepsilon_1) \cos \psi \sin 2(\varepsilon_1 + \psi)}{2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \cos(\omega + \psi) \operatorname{tg} \varphi_1},$$

qui résulte des formules (77) lorsqu'on y prend pour ψ la plus petite (en valeur absolue) des racines de la première équation (77). Il est donc nécessaire, pour que le mur ne se renverse pas, que son pouvoir de résistance M satisfasse à l'inégalité

$$(86) \qquad M > \frac{\rho g L^2}{2} \left\{ - b \sin \varepsilon_1 + [a - b \operatorname{tg}(\omega - \varepsilon_1)] \frac{\sin \varphi \cos(\omega - \varepsilon_1) \cos \psi \sin 2(\varepsilon_1 + \psi)}{2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \cos(\omega + \psi) \operatorname{tg} \varphi_1} \right\}.$$

Toutes les valeurs de M supérieures au second membre de cette inégalité seront compatibles avec un mode d'équilibre plus ou moins stable du massif. Le maximum de stabilité intérieure sera même atteint dès que M aura une valeur égale ou supérieure à celle que reçoit la seconde expression (85) pour $\varepsilon = \frac{\omega}{2}$.

En résumé, *quand un mur de soutènement n'est pas assez ferme pour permettre l'établissement du mode d'équilibre, doué du maximum de stabi-*

Digitized by Google

lité, qui correspond à $\varepsilon = \frac{\omega}{2}$, l'équilibre définitif qui se produit réellement est celui pour lequel tout le pouvoir de résistance du mur se trouve utilisé (*).

39. Le cas où l'on donne le degré de stabilité d'un mur de soutènement est donc compris dans un autre plus général, qui est celui où l'on connaît le moment de la poussée par rapport à l'axe de rotation du mur ; c'est ce qui arrive quand le mur, supposé sans poids pour plus de simplicité, est maintenu en équilibre au moyen d'une force constante directement évaluable. Alors la condition d'équilibre s'obtient en égalant le moment connu M de cette force à celui (85) de la poussée, ce qui donne, comme précédemment, les coefficients K′, K″, et par suite la valeur du paramètre ε caractéristique du mode d'équilibre. Seulement, les expressions (85) n'étant plus astreintes

Cas plus général, dans lequel le moment de la poussée serait directement connu.

(*) Si le massif terreux avait acquis à la longue de la cohésion, et si l'on admettait qu'en se solidifiant il se fût fixé dans le mode d'équilibre le plus voisin possible de l'état naturel, c'est-à-dire dans celui pour lequel le potentiel d'élasticité Φ, égal à

$$\frac{1}{2}(\lambda+\mu)(\partial_1+\partial_3)^2+\frac{1}{2}\mu(\partial_1-\partial_3)^2,$$

ou au quotient par 2μ de

$$(\mu\partial_1-\mu\partial_3)^2+\frac{1}{\sin\varphi}(\mu\partial_1+\mu\partial_3)^2,$$

reçoit sa plus petite valeur, la formule (60bis) [p. 45] donnerait, en y substituant finalement la valeur de $\cos(\omega-2\varepsilon)$ qui résulte de (56bis),

$$2\mu\Phi = p^2\left[\sin\varphi+\frac{\sin^2\omega}{\cos^2(\omega-2\varepsilon)}\right]=(1+\sin\varphi)\left(p-\frac{\rho g l\cos\omega}{1+\sin\varphi}\right)^2+\rho^2g^2l^2\left(1-\frac{\cos^2\omega}{1+\sin\varphi}\right).$$

Le potentiel Φ, minimum pour $p=\frac{\rho g l\cos\omega}{1+\sin\varphi}$, est par conséquent d'autant plus petit que le rapport $\frac{p}{\rho g l}$ est plus voisin de la fraction $\frac{\cos\omega}{\cos^2\varphi}(1-\sin\varphi)$. Celle-ci est d'ailleurs moindre que les valeurs de $\frac{p}{\rho g l}$ qui correspondent aux modes d'équilibre, seuls admissibles dans un massif très-profond, pour lesquels on a (note de la p. 65)

$$\cos^2(\omega-2\varepsilon)>\frac{\sin^2\omega}{\sin^2\varphi};$$

en effet, la plus petite de ces valeurs, calculée au moyen de (56bis) [p. 45] en y faisant

$$\cos^2(\omega-2\varepsilon)=\frac{\sin^2\omega}{\sin^2\varphi},\quad \text{vaut}\quad \frac{\cos\omega}{\cos^2\varphi}\left(1-\sqrt{\frac{\sin^2\varphi-\sin^2\omega}{1-\sin^2\omega}}\right).$$

En conséquence, cette dernière valeur de $\frac{p}{\rho g l}$ est celle qui rend Φ aussi petit que possible quand la profondeur est fort grande. Ainsi, *le mode d'équilibre définitif qui se produira dans un*



à se trouver inférieures ou au plus égales à la valeur qu'elles prennent quand $\varepsilon = \frac{\omega}{2}$, ou quand le mode d'équilibre est le plus stable possible, ε sera compris, non plus entre $\frac{\omega}{2}$ et $\frac{\omega \pm \tau}{2}$, mais entre $\frac{\omega - \tau}{2}$ et $\frac{\omega + \tau}{2}$. Il suffira, pour cela, que le moment donné M de la force chargée de faire équilibre à la poussée se trouve lui-même compris entre les deux valeurs que reçoit le second membre de l'inégalité (86) lorsqu'on y met successivement pour ψ et pour φ_1 les deux couples de valeurs correspondant aux deux modes d'équilibre-limite dont il a été parlé à la page 74.

Admettons, conformément à ce qui arrive toujours dans la pratique, que l'inclinaison ε_1 de la face postérieure du mur sur la verticale soit comprise entre $\frac{\omega}{2} \pm \frac{\pi}{4}$, ou que par suite l'angle $\omega - 2\varepsilon_1$ soit inférieur à $\frac{\pi}{2}$ en valeur absolue, et considérons la dilatation élastique $\partial_{x'}$ éprouvée par les lignes matérielles du massif primitivement normales à la même face. Cette dilatation mesure l'écart relatif qui s'est produit, à partir de l'état naturel, entre la face postérieure du mur et les plans matériels du massif qui lui étaient primitivement parallèles et qui d'ailleurs le sont encore après les

massif cohérent très-profond ne diffère pas, quant à la distribution des pressions, de l'équilibre-limite, par détente, que le même massif pourrait présenter s'il était pulvérulent et d'un angle de frottement φ ayant son sinus égal à $\frac{\mu}{\lambda + \mu}$: les poussées latérales y sont minima.

Un massif peu profond comporte, au contraire, des modes d'équilibre pour lesquels la valeur de Φ est moindre : cette valeur se réduira même à son minimum absolu, si l'on peut poser $\frac{p}{\rho g l} = \frac{\cos \omega}{1 + \sin \varphi}$, sans que le mur soit renversé et sans que la dilatation principale ∂_1, alors positive, atteigne sur la couche la plus profonde une valeur capable de déterminer la rupture.

Un massif assez peu profond peut aussi se disposer de manière qu'il y ait en chaque point un élément plan libre de toute pression, parmi ceux qui sont normaux au plan des déformations. Les relations (29) montrent que cela n'arrive, ou que p_x, p_y ne s'annulent pour une même valeur de β, que si $N_1 N_2 = T^2$, ou, vu les valeurs (49bis) [p. 45] de N_1, N_2, T, si $\frac{\rho g l}{p} = 2 \cos \omega$; d'où il suit, en supposant $\omega > 0$, que la formule (56ter) [p. 45] donne $\omega - 2\varepsilon = -\frac{\pi}{2} + \omega$, $\varepsilon = \frac{\pi}{4}$. Les formules (57) montrent que $-\mathfrak{M}$, $\mathfrak{T}$ s'annulent alors pour $\varepsilon_1 = 0$, ou que *ce sont les éléments plans verticaux qui ne supportent aucune pression. Le mode d'équilibre considéré convient donc au cas d'un massif taillé à pic, ou dont chaque couche verticale se soutient elle-même, sans s'appuyer sur ses voisines.*

Ces résultats et ceux que contient la note de la page 63 subsistent indépendamment de la formule (28ter), c'est-à-dire sans qu'on admette l'existence de coordonnées d'état naturel variables avec continuité d'une particule à ses voisines. Toutefois, quand la profondeur effective du massif est très-grande, $\lambda + \mu$ croissant lentement avec p (et plus que μ), il faut supposer φ variable, en sorte que, si la profondeur est excessive, on aura $\varphi = 0$, pour l très-grand, et par suite $\omega = 0$.

Digitized by Google

déplacements. L'écart dont il s'agit (négatif ou positif) est dû en partie au poids même du massif, en partie à l'excédant (positif ou négatif) de la pression qui maintient ce dernier plus ou moins comprimé par le mur. La première formule (58) [p. 44] donnera

$$(87) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \partial_{x'} = \frac{\sin\omega}{2m}\,\frac{\sin 2(\varepsilon-\varepsilon_1)}{\cos(\omega-2\varepsilon)}.$$

En différentiant celle-ci par rapport à ε, et remplaçant, dans le résultat,

$$\cos(\omega-2\varepsilon)\cos 2(\varepsilon-\varepsilon_1) - \sin(\omega-2\varepsilon)\sin 2(\varepsilon-\varepsilon_1) \quad \text{par} \quad \cos(\omega-2\varepsilon_1),$$

il vient.

$$(87^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{d\partial_{x'}}{d\varepsilon} = \frac{\sin\omega\cos(\omega-2\varepsilon_1)}{m\cos^2(\omega-2\varepsilon)}.$$

On voit que $\partial_{x'}$ varie dans le même sens que ε ou en sens inverse, suivant que ω est $>$ ou $<$ 0 : en d'autres termes, $\partial_{x'}$ croît sans cesse quand ε varie de $\frac{\omega\mp\tau}{2}$ à $\frac{\omega\pm\tau}{2}$.

Cela posé, concevons que le moment M de la poussée ou de la force extérieure qui lui fait équilibre décroisse de sa limite supérieure à sa limite inférieure, de manière à faire varier ε de $\frac{\omega\mp\tau}{2}$ à $\frac{\omega\pm\tau}{2}$: l'expression (87) de $\partial_{x'}$ grandira sans cesse. La formule (87) montre qu'elle s'annulerait pour $\varepsilon=\varepsilon_1$. Donc, *les diverses couches de matière pulvérulente parallèles à la face postérieure du mur se sont d'autant plus rapprochées les unes des autres et de cette face, à partir de l'état naturel, que le moment* M *de la poussée est plus grand : elles ont conservé leurs distances primitives (tout en glissant les unes devant les autres), si le moment de la poussée a une valeur telle, que* $\varepsilon=\varepsilon_1$; *elles se sont rapprochées si le moment dont il s'agit est plus grand que cette même valeur, écartées au contraire si le moment de la poussée est plus petit.*

Lors d'une immobilité absolue du mur de soutènement, le moment de la poussée reçoit la valeur qui correspond à $\varepsilon=\frac{\omega}{2}$: alors le degré de rapprochement ou d'écartement des couches qui se produit est dû tout entier au poids même du massif; c'est un état moyen dans lequel le mur ne tend, ni à chasser le massif derrière lui en le soulevant et le faisant reculer, ni à céder

Digitized by Google

sous sa pression en se renversant en avant. Au contraire, les valeurs plus grandes du moment de la poussée correspondent à des états d'équilibre dans lesquels le mur, pressé par une force extérieure contre le massif, commence à le chasser derrière lui en le comprimant, tandis que les valeurs plus petites correspondent à des états où le mur commence à céder sous la poussée du massif, qui se dilate par suite en avant.

Tous ces modes d'équilibre sont stables. En effet, on y suppose égal à une constante donnée le moment de la force extérieure, appliquée au mur, qui fait équilibre à la poussée du massif. Or, si le mur vient à quitter sa position primitive, soit en s'écartant du massif, soit en s'en rapprochant, celui-ci se détendra dans le premier cas, se comprimera dans le second, et le moment de sa poussée contre le mur diminuera ou augmentera, de manière à être surpassé dans le premier cas par le moment de la force chargée de lui faire équilibre, à le surpasser dans le second; par suite, le mur tendra bien à reprendre sa première position. Toutefois, la stabilité de l'équilibre devient incomplète quand le moment de la poussée a précisément sa valeur la plus grande ou la plus petite possible, en sorte qu'il ne puisse pas, suivant les cas, grandir ou diminuer sans que la rupture du massif devienne inévitable. Ce qu'on peut appeler *champ de stabilité,* par exemple l'intervalle τ des deux valeurs limites $\frac{\omega \mp \tau}{2}$ de ε, se réduit même à zéro quand $\omega = \pm \varphi$: alors la poussée ne peut, ni croître, ni décroître, sans que l'état du massif devienne ébouleux, et l'équilibre est instable.

Application à un mur dont la face postérieure est verticale.

40. On voit qu'il n'est nullement nécessaire de donner à un mur de soutènement une épaisseur qui permette au mode d'équilibre le plus stable de s'établir : il suffit à la rigueur, pour que ce mur ne se renverse pas et même résiste à des ébranlements modérés, qu'il puisse supporter une pression un peu supérieure à celle qui correspond au mode d'équilibre le moins stable, pression donnée par les formules (77) [p. 74] dans lesquelles on mettra pour ψ sa valeur la plus petite.

Supposons, par exemple, que la face postérieure du mur soit verticale, circonstance en vertu de laquelle nous avons vu (form. 79) que la poussée du massif, appliquée au tiers de la hauteur du mur, devient parallèle au

Digitized by Google

talus supérieur ou prend sous l'horizon l'inclinaison constante ω. Le coefficient K, qui entre dans l'expression $K\frac{\rho g L^2}{2}$ de cette poussée, représente d'ailleurs le rapport $\frac{\mathfrak{R}\cos(\omega-\varepsilon_1)}{\rho g l}$, actuellement réduit à $\frac{\mathfrak{R}\cos\omega}{\rho g l}$, et vaut, d'après la première (79),

$$(88) \quad \ldots\ldots\ldots \quad K=\frac{\cos\omega\cos 2\varepsilon}{\cos 2(\omega-\varepsilon)}.$$

Cette valeur de K, alors égale à $\frac{K'}{\cos\omega}$, se réduit à $\cos\omega$ pour $\varepsilon=\frac{\omega}{2}$ et décroît constamment, comme K′, quand ε va de $\frac{\omega\mp\tau}{2}$ à $\frac{\omega\pm\tau}{2}$; à la seconde de ces limites, la formule (79bis) donne

$$(89) \quad \ldots\ldots\ldots \quad K=\frac{\cos\omega\sin 2\psi}{\sin 2(\omega+\psi)},$$

ψ désignant la plus petite, en valeur absolue, des racines de la première équation (77).

Cette expression (89) de la moindre valeur de K devient indéterminée quand $\omega=0$; mais elle cesse de l'être en observant que, pour les très-petites valeurs absolues de ω, la première équation (77) peut être remplacée par celle-ci, $\omega+2\psi=\frac{\omega}{\sin\varphi}$ ou $\frac{\psi}{\omega}=\frac{1-\sin\varphi}{2\sin\varphi}$, ce qui donne

$$\frac{\sin 2\psi}{\sin 2(\omega+\psi)}=\frac{\psi}{\omega+\psi}=\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}=\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right).$$

La vraie valeur de K est donc alors

$$(89^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad K=\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right).$$

Soit $\varphi=45°$. La première équation (77) et la formule (89) permettront de former le tableau suivant :

Pour $\omega=0$,	$\pm 10°$,	$\pm 20°$,	$\pm 30°$,	$\pm 40°$,	$\pm 45°$,
$2\psi=0$,	$\pm 4°13'$,	$\pm 8°56'$,	$\pm 15°$,	$\pm 25°22'$,	$\pm 45°$,
valeur la plus petite de K $=0{,}1716$,	$0{,}1765$,	$0{,}1935$,	$0{,}2320$,	$0{,}3404$,	$\frac{1}{\sqrt{2}}=0{,}7071$;



tandis que les valeurs de K correspondantes au maximum de stabilité de l'état du massif et égales à cos ω seraient, pour les mêmes valeurs de ω,

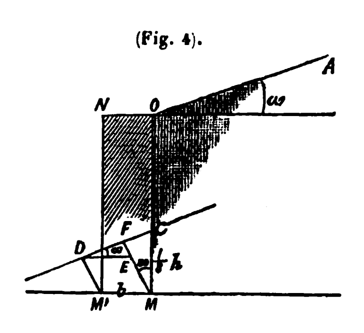
$$K = 1,\quad 0{,}9848,\quad 0{,}9397,\quad 0{,}8660,\quad 0{,}7660,\quad \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}7071.$$

L'équilibre du massif sera donc stable pourvu que le mur puisse supporter une poussée appliquée au tiers de la hauteur de sa face postérieure, dirigée parallèlement au talus supérieur et un peu plus grande que K $\frac{\rho g L^2}{2}$, K ayant celle des valeurs ci-dessus, 0,1716, 0,1765, etc., qui correspond à la déclivité donnée ω du talus. La structure du massif acquerrait même toute la stabilité possible si le mur pouvait supporter, au même point d'application et suivant la même direction, une poussée égale ou supérieure à K $\frac{\rho g L^2}{2}$, K ayant les valeurs plus grandes 1, 0,9848, etc., calculées en dernier lieu.

Calcul de l'épaisseur à donner à un tel mur.

41. Ordinairement, un mur de soutènement MONM′ (fig. 4) tend à se renverser en tournant autour de la base, projetée en M′, de sa face antérieure, et on ne le suppose maintenu en équilibre que par son poids. Appelons, dans ces hypothèses, ρ' sa densité, admettons que ses faces MO, M′N soient verticales, et cherchons quel mode d'équilibre se réalisera si on lui donne une épaisseur b suffisante pour qu'il se soutienne, mais pas assez grande pour que la stabilité intérieure du massif soit maxima.

(Fig. 4).



D'après ce qu'on a vu page 87, il faut exprimer que le moment du poids du mur par rapport à M′ est égal à celui de la poussée P. Celle-ci sera appliquée en C, au tiers de la hauteur h du mur, et égale à K $\frac{\rho g h^2}{2}$, K désignant le coefficient donné par la formule (88); enfin, elle sera parallèle au talus supérieur, c'est-à-dire dirigée suivant la droite CD qui fait sous l'horizon l'angle ω (toujours positif dans la pratique). On aura son moment par rapport à l'arête M′ en la multipliant par la perpendiculaire M′D, menée de M′ sur CD : or

$$M'D = MF - EF = \frac{1}{3} h \cos\omega - b \sin\omega;$$

Digitized by Google

le moment de la poussée est par suite

$$\frac{1}{2}\rho g h^2 K \left(\frac{1}{3} h \cos\omega - b \sin\omega\right).$$

D'autre part, le poids de l'unité de longueur du mur égale $\rho' g b h$ et a pour bras de levier, par rapport à M′, $\frac{1}{2} b$. Son moment vaut donc $\frac{1}{2}\rho' g h b^2$, et l'on a

$$\frac{1}{2}\rho g h^2 K \left(\frac{1}{3} h \cos\omega - b \sin\omega\right) = \frac{1}{2}\rho' g h b^2,$$

ou bien, en divisant par $\frac{1}{2}\rho' g h^3$ et transposant,

$$(90) \quad \ldots\ldots\ldots \left(\frac{b}{h}\right)^2 + \frac{\rho}{\rho'} K \sin\omega . \left(\frac{b}{h}\right) - \frac{\rho}{3\rho'} K \cos\omega = 0.$$

Telle est l'équation d'où l'on tirera la valeur de K pour la substituer dans (88); celle-ci, résolue par rapport à tg 2ε après qu'on y aura remplacé $\cos 2(\omega - \varepsilon)$ par $\cos 2\varepsilon\,[\cos 2\omega + \sin 2\omega \operatorname{tg} 2\varepsilon]$, donnera enfin la valeur cherchée de ε.

Mais on peut aussi résoudre l'équation (90) par rapport à $\frac{b}{h}$, afin de connaître la valeur du rapport $\frac{b}{h}$ de l'épaisseur du mur à sa hauteur qui correspond à une valeur quelconque de ε comprise entre $\frac{\omega}{2}$ et $\frac{\omega \pm \tau}{2}$, c'est-à-dire à un mode plus ou moins stable d'équilibre. Si l'on observe que $K \cos\omega$ est > 0 et que la racine positive convient seule, on trouve

$$\frac{b}{h} = -\frac{\rho}{2\rho'} K \sin\omega + \sqrt{\left(\frac{\rho}{2\rho'} K \sin\omega\right)^2 + \frac{\rho}{3\rho'} K \cos\omega},$$

ou bien

$$(91) \quad \frac{b}{h} = \frac{\frac{\rho}{3\rho'} K \cos\omega}{\frac{\rho}{2\rho'} K \sin\omega + \sqrt{\left(\frac{\rho}{2\rho'} K \sin\omega\right)^2 + \frac{\rho}{3\rho'} K \cos\omega}} = \frac{2}{3} \frac{1}{\operatorname{tg}\omega + \sqrt{\operatorname{tg}^2\omega + \frac{4\rho'}{3\rho}\frac{1}{K \cos\omega}}}.$$

Pour une valeur déterminée de ω, cette formule donne le rapport $\frac{b}{h}$ d'autant plus petit que le coefficient K est lui-même plus petit, ce qui devait être.

Supposons d'abord que l'épaisseur du mur soit juste suffisante pour l'équi-

Digitized by Google

libre. Alors K prend les valeurs 0,1716, 0,1765, etc., données ci-dessus, et, si la densité ρ' de la maçonnerie est les $\frac{3}{2}$ de celle, ρ, du massif pulvérulent, comme il arrive d'ordinaire avec une approximation suffisante, le rapport $\frac{b}{h}$ devient :

	pour $\omega = 0°$,	10°,	20°,	30°,	40°,	45°,
$\frac{b}{h}$ (minim. de stabilité) =	0,1953,	0,1866,	0,1802,	0,1761,	0,1786,	0,2060.

Si, au contraire, l'épaisseur b a la valeur strictement nécessaire pour que le mode d'équilibre le plus stable se produise, $K = \cos\omega$, et la formule (91) devient

(92) . . . . $$\frac{b}{h} = \frac{2}{3}\frac{1}{\operatorname{tg}\omega + \sqrt{\operatorname{tg}^2\omega + \frac{4\rho'}{3\rho}(1 + \operatorname{tg}^2\omega)}}:$$

alors le rapport $\frac{b}{h}$ décroît sans cesse à mesure que ω grandit, et l'on trouve, en posant toujours $\frac{\rho'}{\rho} = \frac{3}{2}$:

	pour $\omega = 0$,	10°,	20°,	30°,	40°,	45°,
$\frac{b}{h}$ (maxim. de stabilité) =	0,4714,	0,4107,	0,3486,	0,2887,	0,2325,	0,2060.

Pour une inclinaison donnée ω du talus sur l'horizon, les valeurs du rapport, $\frac{b}{h}$, de l'épaisseur d'un mur de soutènement vertical à sa hauteur, qui seront égales ou supérieures au nombre inscrit dans ce dernier tableau, assureront au massif la plus grande stabilité intérieure possible ; les valeurs moindres que le nombre donné par l'avant-dernier tableau seront au contraire incompatibles avec l'équilibre, ou trop faibles pour que le mur ne commence pas à se renverser ; enfin les valeurs intermédiaires correspondront à des degrés divers de stabilité de la structure du massif.

On voit que la règle adoptée dans la pratique, et d'après laquelle on donne à un mur de soutènement une épaisseur égale au tiers de sa hauteur, offre une sécurité suffisante, toutes les fois que le massif n'est pas très-surchargé ou n'est exposé qu'à des ébranlements négligeables.

Il importe d'observer que les formules précédentes ne s'appliquent qu'autant que la profondeur du massif terreux est assez grande, ou du moins assez


Digitized by Google

uniforme, pour que, dans les régions avoisinant le mur de soutènement, les pressions soient sensiblement égales partout à une même distance du talus supérieur. On néglige donc, en les employant, l'influence perturbatrice qu'exerce le sol sous-jacent quand il n'est pas parallèle à la surface libre du massif. Cette influence doit être insensible dans les circonstances ordinaires de la pratique; car, l'inclinaison ω s'y trouvant positive, la poussée, transmise de haut en bas parallèlement au talus supérieur, provient de couches terreuses réellement profondes. Mais il n'en serait pas de même si l'inclinaison ω était négative et que le massif n'eût plus, à quelque distance du mur, qu'une épaisseur insignifiante.

---

§ IX.

SUR L'ÉQUILIBRE-LIMITE EN GÉNÉRAL. ÉTUDE PARTICULIÈRE DE L'ÉTAT ÉBOULEUX QUI SE PRODUIT DANS UN MASSIF PULVÉRULENT, AU MOMENT OÙ UN MUR DE SOUTÈNEMENT COMMENCE A SE RENVERSER.

Formules générales de l'équilibre-limite des corps isotropes qui éprouvent de grandes déformations.

42. L'étude d'un massif pulvérulent à l'état dynamique n'est abordable que lorsqu'on se borne aux cas les plus simples. En effet, dans une masse sablonneuse dont les grains roulent ou glissent les uns sur les autres avec des vitesses relatives notables et éprouvent des déplacements excédant sans cesse leurs limites d'élasticité, les pressions doivent avoir des valeurs extrêmement complexes; car elles dépendent probablement, tout à la fois, et des déformations élastiques actuelles des couches, comme à l'état d'équilibre, et du nombre des états moléculaires distincts franchis par unité de temps, c'est-à-dire des vitesses relatives de glissement des mêmes couches, comme dans les fluides, à cela près que les coefficients dont ces vitesses s'y trouvent affectées, au lieu d'être constants, croissent sans doute, de même que le


Digitized by Google

coefficient d'élasticité $\mu = mp$, avec la pression moyenne p qui mesure l'intimité du contact des particules contiguës (*). La difficulté, du reste, serait également fort grande s'il s'agissait d'un solide plastique, que l'on *pétrirait* très-rapidement, et où les pressions auraient aussi des parties dynamiques fonctions des vitesses relatives de glissement.

Mais quand, au contraire, et c'est ce qui arrive presque toujours, les déformations s'effectuent avec assez peu de rapidité pour que les inerties soient négligeables et pour que les pressions exercées en chaque point ne diffèrent pas sensiblement des forces élastiques maxima, il devient facile d'établir des équations différentielles de l'équilibre-limite ainsi produit, pourvu que le corps, solide ou pulvérulent, soit et reste isotrope à l'état naturel.

Il importe d'observer que les déformations totales éprouvées, jusqu'à l'époque t, par une particule de matière de dimensions très-petites en tous sens, se composent alors de deux parties bien distinctes : ce sont, d'une part, les déformations, dites *non élastiques, persistantes, plastiques, etc.,* qui subsisteraient si la particule devenait, à l'époque t, isolée du reste du corps et abandonnée à elle-même de manière à n'être plus soumise à aucune pression extérieure ni intérieure (**); d'autre part, les petites *déformations élastiques*

(*) Les mouvements de faible amplitude, ou *élastiques*, qui peuvent se produire dans les massifs pulvérulents, me paraissent présenter peu d'intérêt, et je ne m'en occuperai pas. Leurs équations indéfinies se déduiraient de celles de l'équilibre (26), en y retranchant simplement de X, Y, Z les composantes $-\frac{d^2u}{dt^2}$, $-\frac{d^2v}{dt^2}$, $-\frac{d^2w}{dt^2}$, par unité de masse, de l'inertie. Ces équations, où les N, T ont les valeurs (25), ne sont pas linéaires, même approximativement, tant que les différences des pressions exercées en divers sens et aux divers instants se trouvent comparables à ces pressions elles-mêmes, comme dans les solides vibrants : il est donc impossible d'y satisfaire par des expressions de u, v, w proportionnelles à de simples sinus ou cosinus de fonctions linéaires du temps. Ainsi, les milieux pulvérulents ne peuvent pas, à l'état naturel et sous l'influence de leurs forces élastiques, exécuter de petits mouvements *pendulaires*; ils étouffent ou transforment en des mouvements d'une autre nature les vibrations, émanées de corps voisins, qui s'y propagent.

(**) On ne pourrait pas en général, *pour un corps d'étendue finie,* déduire, de la nullité des pressions extérieures, celle des pressions intérieures : mais on le peut pour un simple élément de volume, car la suppression des actions exercées sur sa surface entraîne l'annulation des six quantités N, T, qui ont des valeurs sensiblement pareilles dans toute son étendue; cette annulation s'obtient elle-même en faisant varier convenablement les six longueurs et inclinaisons respectives (dont dépendent les N, T) de trois lignes matérielles se croisant en un de ses points.

Digitized by Google

auxquelles est dû son état actuel de tension ou de compression. On pourrait considérer par suite à chaque instant, *pour tout élément matériel de volume en particulier :* 1° des *positions actuelles d'état naturel* (x, y, z) de ses divers points; 2° les *petits déplacements élastiques* qui séparent ces positions d'état naturel des positions vraies. Mais, en général, les coordonnées x, y, z dont il s'agit ne varient pas avec continuité quand on passe de la matière d'une particule à celle des particules voisines; car rien ne dit que les divers éléments de volume, si on les isolait d'abord en abandonnant chacun d'eux à lui-même, puis qu'on les plaçât les uns à côté des autres, pussent se juxtaposer ou se raccorder parfaitement. Ainsi, il n'existe généralement pas, dans l'état physique actuel du corps, des positions d'état naturel qui soient infiniment voisines pour deux points matériels infiniment voisins quelconques, ou dont les coordonnées puissent servir de variables indépendantes.

Les équations indéfinies (26) de l'équilibre (p. 29) n'auront donc de sens que si x, y, z y désignent non pas des coordonnées d'état naturel, mais les vraies coordonnées actuelles des diverses particules, comme je le supposerai dans ce paragraphe. A cette condition, elles restent applicables; et l'on sait même qu'il suffirait, pour les rendre tout à fait exactes, de joindre dans leurs premiers membres, à X, Y, Z, les composantes, changées de signe, de la petite accélération actuelle de l'élément de volume. Les formules (24) ou (25) [p. 27] des forces N, T subsisteront également si les ∂, g y désignent les déformations élastiques effectives; mais celles-ci n'admettront les expressions (15), (16) [p. 24] que dans la mesure où il y aura des coordonnées actuelles d'état naturel x, y, z, c'est-à-dire tant qu'on se bornera à les employer pour de simples éléments de volume à l'intérieur desquels on supposera ces expressions constantes, sans les différentier par rapport à x, y, z, ni sans poser, par suite, entre les N, T, des relations pareilles à (28bis) ou (28ter) [p. 31].

Les déformations élastiques d'un élément de volume parallélipipède restent très-petites à toute époque et varient d'ailleurs aussi graduellement que ses déformations totales, susceptibles, au contraire, d'atteindre de grandes valeurs : les variations de celles-ci pendant un instant dt, ou simplement les accroissements reçus, pendant cet instant, par l'unité de longueur actuelle

Digitized by Google

de ses trois arêtes et par les cosinus de leurs angles respectifs, se réduisent donc sensiblement aux six petites déformations persistantes produites sur l'élément durant le même temps dt. Supposons que les trois arêtes considérées soient, à l'époque t, parallèles aux axes de x, y, z; d'une part, les déformations élastiques actuelles de l'élément de volume seront les six quantités ∂, g; d'autre part, si u, v, w désignent, comme dans les traités d'hydrodynamique, les trois composantes, à l'époque t, de la vitesse au point quelconque x, y, z, ou que udt, vdt, wdt soient les petits déplacements éprouvés au bout du temps dt, les six accroissements dont il vient d'être parlé vaudront respectivement, d'après les formules (15) et (16) [p. 24],

$$\frac{d\mathrm{u}}{dx}dt,\quad \frac{d\mathrm{v}}{dy}dt,\quad \frac{d\mathrm{w}}{dz}dt,\quad \left(\frac{d\mathrm{v}}{dz}+\frac{d\mathrm{w}}{dy}\right)dt,\quad \left(\frac{d\mathrm{w}}{dx}+\frac{d\mathrm{u}}{dz}\right)dt,\quad \left(\frac{d\mathrm{u}}{dy}+\frac{d\mathrm{v}}{dx}\right)dt.$$

On vient de voir qu'il est permis de les regarder comme se confondant avec les déformations persistantes produites durant le temps dt. En outre, si a, b, c désignent les cosinus des angles qu'un élément rectiligne matériel quelconque partant du point (x, y, z) fait avec les axes, on trouve aisément, par l'application d'une formule connue (ne différant pas de celle du bas de la page 24 dont le premier membre est $\frac{d\mathrm{u}}{dx}$), que sa dilatation élastique et sa dilatation persistante pour l'instant dt, rapportée à l'unité de temps, ont les expressions respectives :

$$a^2\partial_x + b^2\partial_y + c^2\partial_z + bcg_{yz} + cag_{zx} + abg_{xy},$$

$$a^2\frac{d\mathrm{u}}{dx} + b^2\frac{d\mathrm{v}}{dy} + c^2\frac{d\mathrm{w}}{dz} + bc\left(\frac{d\mathrm{v}}{dz}+\frac{d\mathrm{w}}{dy}\right) + ca\left(\frac{d\mathrm{w}}{dx}+\frac{d\mathrm{u}}{dz}\right) + ab\left(\frac{d\mathrm{u}}{dy}+\frac{d\mathrm{v}}{dx}\right).$$

Or un simple coup d'œil jeté sur les faits montre que, de toutes les fibres rectilignes qui se croisent en un point, les plus *tendues* sont aussi, dans un corps isotrope, celles qui éprouvent actuellement les *dilatations persistantes* les plus grandes. Il est donc naturel de supposer le rapport de celles-ci aux dilatations élastiques,

$$(\alpha)\quad \ldots\quad \frac{a^2\frac{d\mathrm{u}}{dx} + b^2\frac{d\mathrm{v}}{dy} + c^2\frac{d\mathrm{w}}{dz} + bc\left(\frac{d\mathrm{v}}{dz}+\frac{d\mathrm{w}}{dy}\right) + ca\left(\frac{d\mathrm{w}}{dx}+\frac{d\mathrm{u}}{dz}\right) + ab\left(\frac{d\mathrm{u}}{dy}+\frac{d\mathrm{v}}{dx}\right)}{a^2\partial_x + b_2\partial_y + c^2\partial_z + bcg_{yz} + cag_{zx} + abg_{xy}},$$


Digitized by Google

positif et indépendant des cosinus a, b, c qui fixent la direction de la fibre considérée. En posant, soit $b = 0$, $c = 0$, soit $c = 0$, $a = 0$, soit $a = 0$, $b = 0$, on trouve que ce rapport a pour valeur l'une quelconque des trois fractions

$$\frac{1}{\partial_x}\frac{du}{dx}, \quad \frac{1}{\partial_y}\frac{dv}{dy}, \quad \frac{1}{\partial_z}\frac{dw}{dz},$$

et qu'il peut, par suite, se réduire à

$$\frac{bc\left(\frac{dv}{dz}+\frac{dw}{dy}\right)+ca\left(\frac{dw}{dx}+\frac{du}{dz}\right)+ab\left(\frac{du}{dy}+\frac{dv}{dx}\right)}{bcg_{yz}+cag_{zx}+abg_{xy}}.$$

Mais si l'on y fait alors, soit $a = 0$, soit $b = 0$, soit $c = 0$, on voit qu'il égale aussi l'une quelconque des fractions

$$\frac{1}{g_{yz}}\left(\frac{dv}{dz}+\frac{dw}{dy}\right), \quad \frac{1}{g_{zx}}\left(\frac{dw}{dx}+\frac{du}{dz}\right), \quad \frac{1}{g_{xy}}\left(\frac{du}{dy}+\frac{dv}{dx}\right).$$

Admettre, comme *expression d'une loi physique fondamentale*, l'invariabilité du rapport (α) pour tous les éléments rectilignes qui se croisent en un même point, cela revient ainsi à supposer les six déformations élastiques actuelles ∂, g proportionnelles aux six vitesses correspondantes de dilatation ou de glissement

$$\frac{du}{dx}, \quad \frac{dv}{dy}, \quad \frac{dw}{dz}, \quad \frac{dv}{dz}+\frac{dw}{dy}, \quad \frac{dw}{dx}+\frac{du}{dz}, \quad \frac{du}{dy}+\frac{dv}{dx},$$

ou, ce qui est la même chose, à poser la quintuple égalité continue

$$(\alpha') \quad \frac{\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}}{\partial_x+\partial_y+\partial_z} = \frac{\frac{du}{dx}-\frac{dv}{dy}}{\partial_x-\partial_y} = \frac{\frac{dv}{dy}-\frac{dw}{dz}}{\partial_y-\partial_z} = \frac{\frac{dv}{dz}+\frac{dw}{dy}}{g_{yz}} = \frac{\frac{dw}{dx}+\frac{du}{dz}}{g_{zx}} = \frac{\frac{du}{dy}+\frac{dv}{dx}}{g_{xy}}.$$

D'après les formules (24) (prises avec $A = 0$) et (25) [p. 27], les déno-


Digitized by Google

minateurs de ces six fractions (α') sont entre eux, si le corps est pulvérulent, dans les mêmes rapports que

$$0,\ \frac{1}{2}(N_1 - N_2),\ \frac{1}{2}(N_2 - N_3),\ T_1, T_2, T_3,$$

ou, s'il est solide, dans les mêmes rapports que

$$\frac{\mu}{3\lambda + 2\mu}(N_1 + N_2 + N_3),\ \frac{1}{2}(N_1 - N_2),\ \frac{1}{2}(N_2 - N_3),\ T_1, T_2, T_3.$$

On peut donc, des cinq relations (α'), éliminer les ∂, g, de manière à n'y laisser subsister que les N, T et les dérivées en x, y, z des vitesses u, v, w. Si, en particulier, le corps est supposé beaucoup moins compressible que déformable ou qu'on ait sensiblement $\partial_x + \partial_y + \partial_z = 0$, elles deviennent :

$$(\beta)\ \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0,\ \frac{2\left(\frac{du}{dx} - \frac{dv}{dy}\right)}{N_1 - N_2} = \frac{2\left(\frac{dv}{dy} - \frac{dw}{dz}\right)}{N_2 - N_3} = \frac{\frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy}}{T_1} = \frac{\frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz}}{T_2} = \frac{\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}}{T_3}.$$

M. de Saint Venant était arrivé aux quatre dernières relations (β) en admettant que la pression exercée sur chaque élément plan n'a pas de composante tangentielle dans la direction suivant laquelle il n'y a pas, durant l'instant dt, de glissement mutuel des couches parallèles à l'élément plan.

On a déjà, entre les six forces inconnues N, T et les trois composantes u, v, w de la vitesse, les huit équations indéfinies (26) [p. 29] et (β). Il ne reste plus à trouver qu'une dernière relation indéfinie. Ce sera précisément l'équation caractéristique de l'état plastique ou ébouleux, celle qui exprime que les déformations ∂, g atteignent à tout instant les limites d'élasticité les plus écartées que comportent la substance et le mode de distribution des pressions employé. Si $\partial_1, \partial_2, \partial_3$ désignent les trois dilatations élastiques principales au point quelconque (x, y, z), leur différence maxima $\partial_1 - \partial_3$, dans l'équilibre-limite, acquiert, pour chaque valeur donnée de la dilatation cubique $\partial_1 + \partial_2 + \partial_3$ et du rapport $\frac{\partial_1 - \partial_2}{\partial_2 - \partial_3}$ des différences de la dilatation moyenne ∂_2 aux deux extrêmes, une valeur déterminée, d'autant plus grande


Digitized by Google

que les limites d'élasticité sont plus larges. En appelant donc f une certaine fonction positive, il viendra

$$(\gamma) \quad \dots\dots\dots \quad \partial_1 - \partial_3 = f\left(\partial_1 + \partial_2 + \partial_3, \frac{\partial_1 - \partial_2}{\partial_2 - \partial_3}\right),$$

ou, dans le cas d'un corps sensiblement incompressible pour lequel $\partial_1 + \partial_2 + \partial_3 = 0$,

$$(\gamma') \quad \dots\dots \quad \partial_1 - \partial_3 = f\left(\frac{\partial_1 - \partial_2}{\partial_2 - \partial_3}\right) = f\left(\frac{\partial_1 - \partial_2}{\partial_1 + 2\partial_2}\right) = f\left(\frac{-2\partial_2 - \partial_3}{\partial_2 - \partial_3}\right).$$

On substituera dans (γ) ou (γ'), à ∂_1, ∂_2, ∂_3, leurs valeurs tirées des formules (5) ou (10) et contenant F_1, F_2, F_3, puis on y supposera ces forces élastiques principales F évaluées en fonction des N, T, de manière à transformer l'équation (γ) ou (γ') en une relation sous forme finie entre les six pressions N, T. Les coefficients d'élasticité λ, μ ou m qui y paraîtront pourront être regardés comme constants; car il est naturel d'admettre, et l'expérience prouve, qu'ils restent à peu près les mêmes dans un corps que l'on déforme sans diminuer ni accroître sensiblement sa densité.

S'il agit, par exemple, d'un solide plastique, la formule (γ') devient

$$(\gamma'') \quad \dots\dots\dots \quad F_1 - F_3 = 2\mu f\left(\frac{\partial_1 - \partial_2}{\partial_2 - \partial_3}\right) = 2\mu f\left(\frac{F_1 - F_2}{F_2 - F_3}\right).$$

Dans les problèmes de déformations planes, dans celui de la torsion d'un cylindre circulaire, etc., on a $\partial_2 = 0$, $\partial_3 = -\partial_1$, et cette formule se réduit à $F_1 - F_3 =$ une constante $2\mu f(1)$ ou $2K$, comme on a vu au n° 26 (p. 58). Dans les questions également simples de l'extension, de la compression et de la flexion circulaire d'un prisme, la dilatation moyenne ∂_2 est égale, par raison de symétrie, à la dilatation la plus petite, ∂_3, pour les fibres tendues, à la plus grande, ∂_1, pour les fibres contractées. La formule (γ'') donne donc alors à la différence $F_1 - F_3$ des forces élastiques extrêmes les valeurs respectives constantes $2\mu f(\infty)$, $2\mu f(0)$, qui peuvent différer l'une de l'autre et différer aussi de la valeur $2\mu f(1)$ relative au cas $\partial_2 = 0$. Ainsi, dans les problèmes particulièrement importants dont il vient d'être parlé, on aura pour équation spéciale à l'équilibre-limite $F_1 - F_3 =$ une constante $2K$;

Digitized by Google

mais la quantité K ne sera probablement pas tout à fait la même pour les trois cas. Néanmoins, les expériences de M. Tresca tendent à montrer qu'on peut, sans grande erreur, poser simplement $F_1 - F_3 =$ une constante à l'intérieur de tout corps solide homogène à l'état plastique, au moins quand ce corps est beaucoup plus déformable que compressible.

Outre les équations indéfinies, il y aura des conditions spéciales à la surface du corps. Elles consisteront : 1° pour les points où la pression extérieure sera connue, à égaler les composantes respectives des forces que supporteront les deux faces d'une couche superficielle; 2° contre une paroi fixe, à y supposer la vitesse de même sens que la composante tangentielle de la poussée exercée sur l'élément de paroi contigu, et à égaler à un coefficient constant de frottement extérieur le rapport de cette composante tangentielle à la composante normale de la poussée; 3° pour les autres points, à s'y donner à chaque époque les composantes effectives u, v, w de la vitesse. Ces dernières conditions seront absolument nécessaires au calcul des grandeurs absolues de u, v, w, dont les équations indéfinies (α') ou (β) déterminent *tout au plus* les rapports aux divers points.

Enfin, le corps reste généralement à l'état élastique ou stable dans une région plus ou moins grande. On obtient l'équation de la surface variable qui sépare cette région de celle où il se produit des déformations persistantes, en exprimant que la limite d'élasticité commence précisément à y être atteinte, en ce sens qu'elle l'est presque un peu à côté, dans la partie dont la contexture ne s'altère pas. Il faut remarquer en effet que les déformations, soit persistantes, soit élastiques, varient avec continuité dans toute l'étendue du corps, dont l'état se transforme graduellement d'un point aux points voisins, pourvu qu'il n'y ait pas de rupture : seulement, les premières sont insensibles, ou du moins à fort peu près invariables d'un instant à l'autre, dans la partie où la constitution moléculaire est stable, tandis que les secondes atteignent, dans l'autre partie, les limites d'élasticité les plus écartées que comportent la substance et les modes de déformation employés. Je néglige, pour simplifier, une troisième région intermédiaire, probablement peu étendue dans les corps mous, et où la matière, à l'état dit d'*élasticité imparfaite,* est en voie de *s'écrouir,* c'est-à-dire d'élargir

Digitized by Google

ses limites d'élasticité incessamment atteintes mais encore susceptibles de s'écarter.

On peut voir dans un mémoire de M. de Saint-Venant, au tome de 1871 du *Journal de Mathématiques de M. Liouville* (*), comment les formules ci-dessus conduisent aisément aux lois de la torsion d'un cylindre circulaire et à celles de la flexion égale d'un prisme, quand les déformations dépassent les limites d'élasticité.

Constance de la vitesse d'écoulement du sable par un orifice.

42*bis*. L'équation indéfinie (γ') présente une particularité remarquable lorsqu'il s'agit d'une masse pulvérulente ou que, d'après les formules (14) [p. 22], les différences $\partial_1 - \partial_3$, $\partial_1 - \partial_2$, $\partial_2 - \partial_3$ varient seulement avec les rapports mutuels des pressions N, T : alors cette équation, pareillement aux cinq relations indéfinies (β) et aux conditions concernant la surface-limite de la masse en état ébouleux, ne cesse pas d'être satisfaite quand, pour de mêmes valeurs de u, v, w, on fait varier partout les N, T dans un rapport constant quelconque. Par suite, si la partie (du massif) où se produit l'éboulement a un poids assez faible, en comparaison de la différence des pressions qu'elle supporte en sens opposés, pour qu'on puisse supprimer des trois équations indéfinies (26) [p. 29] les termes ρX, ρY, ρZ, ou rendre ces équations homogènes comme les autres en N, T, les pressions pourront y varier partout dans un même rapport quelconque sans cesser de se faire équilibre et sans que rien soit changé aux vitesses u, v, w.

Concevons, par exemple, un réservoir percé en son fond d'un orifice assez petit pour que la plus grande partie d'une masse pulvérulente qu'on y introduira soit en quelque sorte immobile, et admettons en outre que cette masse ait un coefficient de frottement intérieur assez grand pour que,

(*) Complément à de précédents mémoires, etc. — Voir aussi, du même auteur : 1° un article inséré aux *Comptes rendus* de l'Académie des sciences de Paris (t. LXXIV, 15 avril 1872), sur un cas particulier très-remarquable de déformations planes, savoir le cas d'un anneau cylindrique dont les fibres parallèles à l'axe s'écartent de cet axe, symétriquement tout autour, en conservant leur parallélisme et leur hauteur; 2° un autre article du 20 nov. 1871 (t. LXXIII) sur la torsion d'un cylindre circulaire (où une note, relative à la *détorsion* qui se produira si l'on abandonne à lui-même le cylindre tordu, me paraît seule devoir être modifiée, à raison de ce qu'il n'y est pas tenu compte de l'état actuel de tension élastique *maxima* des couches en équilibre-limite).


Digitized by Google

sous des charges modérées, les accélérations de l'autre partie soient au plus comparables à la gravité g. Il est clair que la pression moyenne p, nulle à l'orifice, croîtra rapidement en allant de là vers l'intérieur; par suite, le poids de la masse en mouvement et ses inerties seront négligeables, dans les formules (26), en comparaison des dérivées des N, T. Ces équations, ainsi simplifiées, jointes aux autres équations du problème, détermineront, pour les divers points de la partie du réservoir où le sable coule, des valeurs des pressions N, T qui se feront mutuellement équilibre, tout en s'annulant à l'orifice; de plus, quelque grande que soit la charge, ces pressions conserveront entre elles leurs rapports, et les mêmes valeurs de u, v, w ne cesseront pas de satisfaire aux équations considérées. Par conséquent, dès que la hauteur de charge est beaucoup plus grande que les dimensions de l'orifice, les pressions qui en résultent sont sensiblement neutralisées par les frottements, et l'écoulement ne se produit que sous l'influence de causes bien plus faibles, négligées dans notre analyse. D'ailleurs ces causes ne grandissent pas indéfiniment avec la charge : car les pressions N, T, dans la région où les vitesses sont sensibles, se font équilibre quant à leur partie principale ou croissante avec la charge; elles ne peuvent contribuer à produire les accélérations et conséquemment les vitesses u, v, w, concurremment avec la pesanteur, que par leurs parties négligées, qui ne cessent pas d'être comparables au poids de la matière en mouvement. *Dans un écoulement de sable par un orifice, la vitesse tend donc vers une limite dès que la hauteur de charge devient un peu grande, et elle se maintient dès lors constante.* Ainsi s'explique l'uniformité de l'écoulement qu'obtenaient les anciens avec les sabliers dont ils se servaient pour mesurer le temps (*).

(*) On voit que ce fait n'est nullement l'indice d'une prétendue impossibilité où se trouverait un massif sablonneux, comprimé dans certains sens, de transmettre dans les sens perpendiculaires une fraction sensible des pressions qu'il supporte, comme a cru pouvoir l'inférer M. Beaudemoulin, ancien ingénieur en chef des ponts et chaussées, dans un travail (*Études sur une propriété spéciale du sable et sur ses applications*) imprimé au recueil des *Mémoires de la Société des ingénieurs civils* (Paris, 1874). Si, conformément à la thèse soutenue dans ce travail, le sable était absolument dépourvu d'élasticité, il n'y aurait pas de *poussée* des terres, et il suffirait, pour soutenir un massif coupé verticalement, de le recouvrir d'un léger enduit qui empêchât les particules superficielles de se détacher. Les appareils de décintrement, par le sable, de l'honorable ingénieur n'en constituent pas moins une invention aussi ingénieuse qu'utile.


Digitized by Google

L'état ébouleux s'établit à la fois dans une portion notable des massifs. — Ses équations différentielles.

43. Dans l'hypothèse particulière de déformations planes, à laquelle on peut se borner le plus souvent lorsqu'on traite de la poussée des terres, les composantes T_1, T_2, N_3 valent respectivement $0, 0, -p$, comme on a vu à la page 30 (et comme le montreraient d'ailleurs les formules (β) où l'on ferait $w = 0, \frac{du}{dz} = 0, \frac{dv}{dz} = 0$) : alors il suffit de joindre aux deux équations indéfinies (28) [p. 30] la relation caractéristique de l'équilibre-limite, ainsi que les conditions définies où paraissent les N, T, pour avoir toutes les formules nécessaires à la détermination des pressions. On peut donc se dispenser de calculer les vitesses u, v, et c'est ce que je ferai dans les numéros suivants (*).

Je considérerai d'abord un massif sablonneux pesant dont la surface supérieure sera plane, et je supposerai que, venant de s'ébranler par suite d'un commencement de renversement du mur qui le soutenait, il s'éboule avec des vitesses encore petites.

A un pareil moment, l'état ébouleux s'établit-il le long d'une simple ligne horizontale parallèle à l'intersection du mur et du talus supérieur, ou bien sur toute l'étendue d'une *surface de rupture*, lieu géométrique d'une infinité de droites pareilles, ou enfin atteint-il presque instantanément un volume fini de la matière du massif?

Si le massif était solide et qu'un *coin* de matière tendît à s'en détacher, la rupture se produirait d'abord tout le long de la droite horizontale, perpendiculaire aux plans des déformations, sur laquelle se trouverait *le point dangereux* relatif à chacun de ces plans, c'est-à-dire le point où la dilatation principale et positive ∂_1 atteindrait sa plus grande valeur. Elle se propage-

(*) Le calcul des vitesses u, v semble devoir être beaucoup plus difficile. On peut voir, dans un article des *Comptes rendus* (t. LXXIV, 12 février 1872), quelle équation aux dérivées partielles du second ordre, linéaire mais à coefficients variables, il faudrait intégrer pour les déterminer. Dans cette équation, les variables indépendantes sont les coordonnées curvilignes orthogonales définies par les deux familles de cylindres *isostatiques* (ou mieux *orthostatiques*) produits dans le milieu. Ces cylindres, sur toute l'étendue desquels les pressions exercées sont normales, jouissent eux-mêmes, dans un milieu, à l'état plastique ou ébouleux, soumis à des pressions très-supérieures à son poids, d'intéressantes propriétés : je les ai étudiées dans trois autres articles insérés aux *Comptes rendus* (22 et 29 janvier 1872, t. LXXIV, et 22 septembre 1873, t. LXXVII).


Digitized by Google

rait de là sur une autre droite, parallèle et voisine, comprenant la série des points dangereux qui correspondraient à l'état suivant du massif. De proche en proche, celui-ci se trouverait divisé en deux, suivant une surface cylindrique de rupture, sans avoir jamais pu, en quelque sorte, utiliser pour sa défense tous les moyens de résistance à la destruction que possédaient ses diverses parties. En effet, ce serait seulement aux points dangereux, formant à chaque instant une ligne matérielle d'une largeur et d'une épaisseur insensibles (ou tout au plus une surface dans le cas d'un massif qui glisserait en bloc sur une couche sous-jacente de faible cohésion parallèle au talus supérieur), que la *tension*, l'effort opposé à la séparation des parties, aurait atteint sa valeur-limite. L'état d'équilibre que nous voulons étudier n'existerait par conséquent, à un moment quelconque, que dans une étendue infiniment petite.

Mais il n'en sera pas ainsi; car les particules des milieux pulvérulents jouissent d'une mobilité que n'ont pas celles des corps solides, et il est naturel d'admettre que la difficulté moindre qu'elles éprouvent à se déplacer les unes par rapport aux autres permet à ces milieux de résister dans une mesure plus égale au genre de rupture qu'ils présentent quand ils s'éboulent. Effectivement, dans tous les modes d'équilibre stable considérés aux paragraphes précédents, les déformations ∂_1 sont constantes aux divers points du massif, en sorte que *ces points deviennent dangereux tous à la fois*. On peut donc admettre que, *lorsqu'un mur qui soutient des terres sans cohésion commence à se renverser, l'équilibre-limite s'établit presque immédiatement jusqu'à une distance assez grande en arrière de sa face postérieure,* en ne délaissant tout au plus que des régions restreintes du massif, comme, par exemple, une couche plus ou moins épaisse contiguë au mur et protégée par son frottement. Les équations même de l'équilibre-limite indiqueront dans quels cas une certaine portion de terre adjacente à la face postérieure du mur se trouvera ainsi préservée au commencement de la chute.

Ces équations comprennent, comme il vient d'être dit :

1° Les deux relations indéfinies (28) [p. 30] qui expriment l'équilibre de translation d'un élément de volume rectangulaire;

2° Une troisième équation indéfinie, signifiant qu'en tous les points du


Digitized by Google

massif la limite d'élasticité est atteinte, ou, ce qui revient au même (p. 56), que l'inclinaison maxima des pressions sur les normales respectives aux éléments plans qu'elles sollicitent est en chaque point égale à l'angle φ de frottement intérieur; d'après la formule (66bis) [p. 55], devenue une égalité et où R désigne le radical (31) [p. 32], cette relation n'est autre que

$$(93)\qquad \frac{1}{p}\sqrt{T^2+\left(\frac{N_2-N_1}{2}\right)^2}=\sin\varphi,\quad \text{ou}\quad \sqrt{T^2+\left(\frac{N_2-N_1}{2}\right)^2}=-\frac{N_1+N_2}{2}\sin\varphi;$$

élevée au carré, elle prend la forme que Macquorn-Rankine lui a donnée

$$(94)\quad \ldots\ldots\ldots\quad 4T^2+(N_2-N_1)^2-(N_1+N_2)^2\sin^2\varphi=0;$$

3° Enfin des conditions spéciales, soit à la surface libre ou talus supérieur, soit à la surface de séparation du massif et du mur de soutènement. Les premières reviennent à dire que les deux composantes, normale et tangentielle, de la pression exercée par le massif sur sa couche superficielle, sont nulles en tous les points de la surface libre : ces conditions, combinées avec l'équation indéfinie (94), obligent de poser tout à la fois

$$(95)\quad \ldots\ldots\quad N_1=0,\quad N_2=0,\quad T=0\quad \text{(à la surface libre).}$$

Une dernière relation, spéciale à la face postérieure du mur, ne s'applique qu'autant que les particules contiguës du massif sont sur le point d'y éprouver des glissements finis, circonstance qui semble devoir se produire dès le commencement de renversement du mur, toutes les fois qu'elle ne sera pas en contradiction avec les autres équations du problème. Or sa réalisation exige que l'angle fait en chaque point, avec le prolongement de la normale à la face postérieure du mur, par la poussée qui lui est appliquée, vaille précisément l'angle du frottement maximum du mur et de la matière sablonneuse du massif.

L'introduction de cette dernière condition dans la nouvelle théorie est due à M. Maurice Levy (*).

(*) Poncelet l'avait déjà employée dans l'ancienne (*Mémoire sur la stabilité des revêtements*, n° 138, au n° 13 du *Mémorial de l'officier du génie,* 1840).


Digitized by Google

Macquorn-Rankine, dans son mémoire *On the stability of loose Earth* (*), aux TRANSACTIONS PHILOSOPHIQUES de Londres (1856-1857), assimile un massif limité par un mur à un massif indéfini; il se contente d'exprimer qu'en vertu de l'hypothèse faite de frottements maximums en chaque point au moment où un éboulement commence, le poids du massif est neutralisé autant que possible par ces frottements, et la poussée exercée sur le mur réduite par suite à sa valeur minimum, quand l'éboulement tend à se produire de haut en bas, tandis que le contraire aurait lieu, et que la poussée deviendrait maximum, si le mur, au lieu de s'éloigner, se rapprochait des terres en les comprimant.

Intégration de ces équations, quand la face postérieure du mur a une certaine inclinaison sur la verticale, ou que l'angle du frottement extérieur a une certaine valeur.

44. Toutes ces conditions, à l'exception de la dernière, relative à la paroi, se trouvent évidemment vérifiées par les deux solutions que nous avons précédemment étudiées aux nos 33, 34 (pp. 72 à 77), et qui se sont présentées à nous comme répondant à deux cas extrêmes de l'équilibre ordinaire ou d'élasticité d'un massif sans cohésion. Or, si

$$i$$

désigne l'inclinaison du mur de soutènement sur la verticale, chacune de ces solutions donnera, en y posant

$$\varepsilon_1 = i,$$

une certaine valeur φ_1 [seconde formule (77)] pour l'angle que fera, avec le prolongement de la normale aux éléments plans qui ont précisément la direction du mur, la poussée exercée sur ces éléments plans, et il pourra bien arriver que φ_1 vaille justement l'angle de frottement mutuel du mur et du massif. Admettons qu'il en soit ainsi : alors toutes les conditions de l'équilibre-limite seront vérifiées par la solution considérée, et celle-ci pourra être admise, pourvu qu'elle soit d'ailleurs celle qui donne les valeurs minima des poussées, dans le cas ordinaire où il s'agit d'un équilibre-limite correspondant à *un éboulement par détente,* ou, au contraire, celle qui donne les valeurs maxima, s'il s'agissait d'un équilibre-limite correspondant à *un éboulement par compression.*

(*) M. Flamant, ingénieur des ponts et chaussées à Lille, vient d'en publier une traduction française dans les *Annales des ponts et chaussées* (5e série, t. VIII, 1874).

Digitized by Google

En se bornant à la première solution, la plus intéressante pour la pratique, on obtient les résultats donnés par Rankine et par M. Levy. Ils sont résumés dans les formules (77), si l'on adopte pour ψ la plus petite, en valeur absolue, des racines que donne la première de ces formules. En particulier, les deux composantes, normale — $\mathfrak{N}$ et tangentielle $\mathfrak{T}$, de la poussée exercée par unité d'aire aux divers points du mur, s'obtiendront en posant $\varepsilon_1 = i$. Quant à leur résultante $\mathfrak{R}$, elle vaudra $\frac{\mathfrak{T}}{\sin \varphi_1}$. Il sera préférable d'y remplacer, comme au n° 35 (p. 78), la distance l normale au talus supérieur par la distance oblique L, mesurée le long du mur même, et telle, que $l = \mathrm{L} \cos(\omega - i)$. On composera ensuite toutes les poussées élémentaires en une seule poussée totale P, comme il a été fait au n° 35, et il viendra finalement, au lieu des formules (82) :

$$(96) \quad \ldots \quad \begin{cases} \mathrm{L}_1 = \frac{2}{3}\mathrm{L}, \quad \mathrm{P} = \mathrm{K}\frac{\rho g \mathrm{L}^2}{2}, \\ \text{avec} \quad \sin(\omega + 2\psi) = \frac{\sin \omega}{\sin \varphi}, \quad \mathrm{tg}(\varphi_1 + i + \psi) = \frac{\mathrm{tg}(i + \psi)}{\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}, \\ \mathrm{K} = \frac{\sin \varphi}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} \frac{\cos(\omega - i)\cos\psi \sin 2(i + \psi)}{\cos(\omega + \psi)\sin\varphi_1}. \end{cases}$$

Ainsi, *quand un mur de soutènement commence à se renverser, et que l'angle du frottement extérieur a précisément la valeur φ_1 résultant de la quatrième équation* (96), *l'état ébouleux s'établit dans toute l'étendue du massif dès que le dernier mode d'équilibre d'élasticité comprenant toute cette étendue cesse d'exister.* La raison en est qu'une seule et même distribution des pressions convient à ces deux états, qui peuvent se suivre sans discontinuité. Au contraire, quand l'angle du frottement extérieur est plus grand que la racine φ_1 de l'équation considérée (96), l'inclinaison de la poussée sur le prolongement de la normale à la face postérieure du mur se trouve trop faible pour que l'état ébouleux se produise, dans la région contiguë au mur, dès l'instant où le dernier équilibre d'élasticité commun à tout le massif disparaît. Il doit arriver alors, ou bien qu'un coin de matière adjacent au mur reste constamment à l'état élastique, du moins durant la période initiale du

Digitized by Google

renversement, seule considérée ici, pendant laquelle les vitesses sont encore insensibles, ou bien que l'état ébouleux se propage rapidement dans cette région, de manière à s'étendre à tout le massif au bout d'un instant très-court. Le n° 47 ci-après contient l'étude de ces circonstances intéressantes.

Cas où l'angle du frottement extérieur est égal à celui du frottement intérieur φ.

45. Les murs que l'on construit effectivement sont toujours assez rugueux pour immobiliser une couche mince du massif qu'ils soutiennent, et c'est contre cette couche que peut glisser le reste de la masse inconsistante.

L'angle de frottement extérieur vaut alors φ. En effet, lorsque deux couches contiguës d'un corps pulvérulent sont soumises à des actions, graduellement croissantes d'instant en instant, qui tendent à les faire glisser l'une contre l'autre, les ruptures ou les glissements *finis* se produisent, d'après la loi expérimentale et usuelle du frottement, suivant les éléments plans pour lesquels l'inclinaison de la pression qu'ils supportent sur leur normale est maxima et atteint une valeur déterminée, qui est l'angle de frottement naturel de terre sur terre : or φ désigne précisément, comme on a vu au n° 25 (p. 56), l'inclinaison maxima dont il s'agit aux points où une rupture est imminente. Donc *l'angle de frottement mutuel de terre sur terre, à l'instant où un glissement fini tend à s'effectuer, est bien égal à l'angle φ de frottement intérieur ou de terre coulante.*

En conséquence, les formules précédentes ne sont applicables qu'autant que le mur a précisément la direction des éléments plans pour lesquels l'inclinaison de la pression qu'ils supportent sur le prolongement de leur normale atteint sa valeur maxima φ.

On a vu au n° 33 (p. 75) que l'élément plan soumis à la pression minimum fait l'angle $-\psi$ avec la verticale; d'après la loi qui termine le n° 25 (p. 57), l'inclinaison du mur sur cet élément plan devra être $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}$, ce qui donne deux directions, ou deux valeurs possibles, $-\psi \pm \left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)$, de i. Dans la pratique, la première sera la seule assez petite en valeur absolue pour être admissible. On ne pourra donc employer les formules (96) dans des calculs d'équilibre-limite qu'autant que l'inclinaison des murs de soutènement sur la verticale sera

$$(97) \quad \dots\dots\dots\dots \quad i=\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}-\psi.$$


Digitized by Google

A cette condition, l'angle φ_1 atteindra bien sa valeur maxima φ.

L'expression (96) de K devient alors extrêmement simple. On peut d'abord y faire

$$2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)=1+\sin\varphi,\quad \varphi_1=\varphi,$$

et, d'après (97),

$$(97^{bis}) \quad 2(i+\psi)=\frac{\pi}{2}-\varphi;$$

ce qui la réduit à

$$(98) \quad K=\frac{\cos\varphi\cos\psi\cos(\omega-i)}{(1+\sin\varphi)\cos(\omega+\psi)}.$$

Il est actuellement facile d'en éliminer ω. La troisième équation (96), si on y remplace $\sin(\omega+2\psi)$ par $\sin\omega\cos2\psi+\cos\omega\sin2\psi$, donne

$$(98^{bis}) \quad \frac{\cos\omega}{1-\sin\varphi\cos2\psi}=\frac{\sin\omega}{\sin\varphi\sin2\psi}:$$

en d'autres termes, le cosinus et le sinus de ω sont proportionnels à $1-\sin\varphi\cos2\psi$ et à $\sin\varphi\sin2\psi$. Par suite, $\cos(\omega-i)$, ou $\cos\omega\cos i+\sin\omega\sin i$, sera proportionnel à

$$\cos i-\sin\varphi(\cos i\cos2\psi-\sin i\sin2\psi)=\cos i-\sin\varphi\cos\left[2(i+\psi)-i\right]$$
$$=\cos i-\sin\varphi\cos\left[\frac{\pi}{2}-(\varphi+i)\right]=\cos i-\sin\varphi(\sin\varphi\cos i+\cos\varphi\sin i)$$
$$=\cos^2\varphi\cos i-\cos\varphi\sin\varphi\sin i=\cos\varphi\cos(\varphi+i).$$

D'autre part, $\cos(\omega+\psi)$, ou $\cos\omega\cos\psi-\sin\omega\sin\psi$, sera également proportionnel à

$$\cos\psi-\sin\varphi(\cos\psi\cos2\psi+\sin\psi\sin2\psi)=\cos\psi(1-\sin\varphi).$$

Le quotient de $\cos(\omega-i)$ par $\cos(\omega+\psi)$ est donc égal à

$$\frac{\cos\varphi\cos(\varphi+i)}{\cos\psi(1-\sin\varphi)},$$

et la formule (98) devient

$$(99) \quad K=\cos(\varphi+i).$$

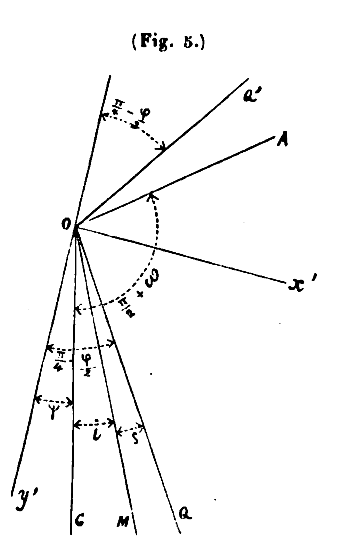
Cette formule (99) est due à M. Maurice Levy (voir les nos 18 et 19 de son Mémoire). La démonstration précédente joint à l'avantage de la simplicité celui de déduire la valeur particulière (99) de l'expression plus générale (96) de K.

Intégration approchée pour des murs d'une inclinaison différente.

46. M. de Saint-Venant a indiqué une méthode approchée (*) pour obtenir les lois de l'équilibre-limite quand l'angle φ_1 du frottement extérieur, au lieu d'être celui que donne la quatrième formule (96), en diffère d'une quantité assez petite, mais sensible. Cette méthode consiste à joindre, aux expressions (77), alors erronées, de $\mathfrak{T}$ et de $-\mathfrak{N}$, les petits termes complémentaires qui doivent les rendre exactes, et à substituer ces valeurs totales dans les équations de l'équilibre, en négligeant, dans (94), les produits et les carrés des petits termes complémentaires vis-à-vis de leurs premières puissances. J'ai traité à sa demande ce problème dans une note insérée au *Compte rendu* du 4 avril 1870 (**). Mais il y a moyen de simplifier beaucoup les calculs en changeant d'axes coordonnés, comme je vais faire ici.

Je choisirai l'axe des y' suivant la droite, menée à partir de l'origine O (fig. 5), qui fait avec la verticale l'angle $-\psi$, et qui, dans le cas où les formules (77) sont applicables, se trouve justement parallèle aux éléments plans soumis à la pression minima, ainsi qu'on l'a vu vers la fin du n° 33. Par suite, dans le même cas, les directions des élements plans pour lesquels l'inclinaison de la pression qu'ils supportent sur le prolongement de leur normale atteint sa valeur la plus grande φ, sont celles des deux droites OQ, OQ', qui font respectivement avec Oy' les angles $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}$ et $\pi-\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)$. L'axe des x' sera la bissectrice de l'angle QOQ' et aura $\frac{\pi}{2}-\psi$ pour inclinaison sur la verticale OG.

(Fig. 5.)



(*) Voir le n° 7 de son mémoire inséré au *Compte rendu* de la séance du 14 février 1870 (t. LXX, p. 283).

(**) Tome LXX, p. 751. — Voir aussi, au même numéro du *Compte rendu*, p. 718, un article de M. de Saint-Venant sur le même sujet.

Digitized by Google

Les composantes N'_1, N'_2, T', suivant les nouveaux axes, des pressions (ou plutôt tractions) exercées sur les éléments plans qui leur seront perpendiculaires, se composeront :

1° De leurs parties correspondantes à la solution spéciale déjà étudiée, et qui valent $-\frac{\sin\psi}{\sin(\omega+\psi)}\rho g l$, $-\frac{\cos\psi}{\cos(\omega+\psi)}\rho g l$ [d'après (77ter)], pour N'_1, N'_2, et zéro pour $\mathfrak{T}'$;

2° De petites parties encore inconnues $\rho g n_1$, $\rho g n_2$, $\rho g t$.

On aura donc

$$(100) \quad . \; . \; N'_1 = \rho g\left[-\frac{\sin\psi}{\sin(\omega+\psi)} l + n_1\right], \quad N'_2 = \rho g\left[-\frac{\cos\psi}{\cos(\omega+\psi)} l + n_2\right], \quad T' = \rho g t.$$

Il faut porter ces valeurs dans les équations indéfinies d'équilibre relatives aux nouveaux axes. On n'a, pour obtenir celles-ci :

1° Qu'à accentuer x, y, N_1, N_2, T dans les formules (28) [p. 30], applicables à tout système d'axes rectangulaires situés dans le plan des xy, et à exprimer que l'inclinaison α de la pesanteur sur l'axe des y' vaut ici ψ; ce qui donne

$$(101) \quad . \; . \; . \; . \; \frac{dN'_1}{dx'} + \frac{dT'}{dy'} + \rho g \sin\psi = 0, \quad \frac{dT'}{dx'} + \frac{dN'_2}{dy'} + \rho g \cos\psi = 0;$$

2° Qu'à accentuer N_1, N_2, T dans l'équation (94), également la même pour tout système d'axes rectangulaires parallèles au plan de déformations, et qui devient

$$(101^{bis}) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 4T'^2 + (N'_2 - N'_1)^2 - (N'_2 + N'_1)^2 \sin^2\varphi = 0.$$

Enfin, il faut observer que la perpendiculaire l au talus supérieur OA, étant inclinée sur la verticale de ω et, par suite, sur Oy' de $\omega + \psi$, a pour expression

$$(101^{ter}) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; l = x' \sin(\omega+\psi) + y' \cos(\omega+\psi).$$

Grâce à cette valeur de l, les expressions (100) de N'_1, N'_2, T', portées dans les deux équations (101), les réduisent à

$$(102) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \frac{dn_1}{dx'} + \frac{dt}{dy'} = 0, \quad \frac{dt}{dx'} + \frac{dn_2}{dy'} = 0.$$

Digitized by Google

La première de ces nouvelles relations revient à dire que n_1 et $-t$ sont les deux dérivées respectives en y' et en x' d'une fonction ϖ_1 de x', y'; la seconde signifie pareillement que n_2 et $-t$ sont les deux dérivées respectives en x' et en y' d'une même fonction ϖ_2. On a ainsi

$$-t = \frac{d\varpi_1}{dx'} = \frac{d\varpi_2}{dy'},$$

et ϖ_1, ϖ_2 sont les deux dérivées en y' et en x' d'une même fonction ϖ. Les deux équations (102) équivalent donc à celles-ci

$$(102^{bis}) \quad \ldots \ldots \quad n_1 = \frac{d^2\varpi}{dy'^2}, \quad n_2 = \frac{d^2\varpi}{dx'^2}, \quad t = -\frac{d^2\varpi}{dx'dy'};$$

ce qui ramène la détermination des trois inconnues n_1, n_2, t à celle de la fonction unique ϖ, ou plutôt à celle de ses trois dérivées secondes en x', y'.

Il reste, pour calculer ϖ, l'équation indéfinie (101bis), dans laquelle il faut substituer à N'_1, N'_2, T' leurs expressions (100) en négligeant les carrés et les produits des petites quantités n_1, n_2, t. Si l'on observe que

$$\frac{1}{2}(N'_2 - N'_1) = \rho g \left[-\frac{\sin \omega}{\sin 2(\omega + \psi)} l + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2\varpi}{dx'^2} - \frac{d^2\varpi}{dy'^2}\right)\right],$$
$$\frac{1}{2}(N'_2 + N'_1) = \rho g \left[-\frac{\sin(\omega + 2\psi)}{\sin 2(\omega + \psi)} l + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2\varpi}{dx'^2} + \frac{d^2\varpi}{dy'^2}\right)\right],$$

et que $\sin(\omega + 2\psi) = \frac{\sin \omega}{\sin \varphi}$ [en vertu de la première formule (77)], il viendra

$$-l \frac{\sin \omega}{\sin 2(\omega + \psi)} \left[(1 - \sin \varphi) \frac{d^2\varpi}{dx'^2} - (1 + \sin \varphi) \frac{d^2\varpi}{dy'^2} \right] = 0,$$

ou bien

$$(103) \quad \ldots \ldots \quad \frac{d^2\varpi}{dy'^2} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \frac{d^2\varpi}{dx'^2} = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \cdot \frac{d^2\varpi}{dx'^2},$$

équation dont l'intégrale générale, avec deux fonctions arbitraires f_1, f_2, est

$$(104) \quad \varpi = \frac{\cos \psi}{\cos(\omega + \psi)} \left\{ f_1\left[x' - y' \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right] + f_2\left[x' + y' \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right]\right\} (*).$$

(*) La simplicité de ce résultat invite à chercher la solution de la question analogue pour l'équilibre d'élasticité, c'est-à-dire à chercher tous les modes d'équilibre élastique du massif qui sont voisins d'un quelconque des modes étudiés dans le paragraphe précédent, et qui se

Digitized by Google

Cette expression de ϖ, différentiée deux fois et transportée dans (102bis), après avoir remplacé tg $\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)$ par $\sqrt{\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}$, donne

$$(105)\quad n_1=\frac{\cos\psi\,(1-\sin\varphi)}{\cos(\omega+\psi)\,(1+\sin\varphi)}(f_1''+f_2''),\quad n_2=\frac{\cos\psi}{\cos(\omega+\psi)}(f_1''+f_2''),\quad t=\frac{\cos\psi\,(1-\sin\varphi)}{\cos(\omega+\psi)\cos\varphi}(f_1''-f_2''),$$

produisent, par exemple, quand les conditions aux parois sont plus compliquées que celles que nous avons admises, ou encore quand le profil des contours-limites est légèrement courbe.

Rapportons le milieu à des axes de coordonnées des x' et des y' parallèles aux directions, partout les mêmes, qu'affectent les forces principales lorsqu'un des modes déjà étudiés d'équilibre stable est supposé réalisé, et appelons $\rho g F_1^0$, $\rho g F_2^0$ ces forces au point (x', y'), — $\rho g p_0$ leur demi-somme, φ' l'inclinaison maxima et constante, dans ce même mode d'équilibre, des pressions sur le prolongement de la normale aux éléments plans qu'elles sollicitent, inclinaison résultant, comme on a vu avant la formule (67bis) [pp. 55 et 56], de la relation

$$\sin\varphi'=\frac{F_1^0-F_2^0}{2p_0}.$$

Les petites parties complémentaires $\rho g n_1$, $\rho g n_2$, $\rho g t$, qu'il faudra joindre à $\rho g F_1^0$, $\rho g F_2^0$, 0, pour avoir N_1', N_2', T', satisferont évidemment aux équations (102) et, par suite, aux relations (102bis). L'équation indéfinie qui devra servir à la détermination de ϖ se déduira d'ailleurs de la formule (28bis) de la page 31 (où l'on accentuera x, y, N_1, N_2, T) par la substitution des valeurs suivantes et approchées de $\frac{T'}{p}$, $\frac{N_2'-N_1'}{p}$:

$$\frac{T'}{p}=\frac{t}{p_0}=-\frac{1}{p_0}\frac{d^2\varpi}{dx'dy'},\quad \frac{N_2'-N_1'}{2p}\quad\text{ou}\quad\frac{F_1^0-F_2^0+n_1-n_2}{F_1^0+F_2^0+n_1+n_2}$$

$$=\frac{F_1^0-F_2^0}{F_1^0+F_2^0}\left[1+\frac{n_1-n_2}{F_1^0-F_2^0}-\frac{n_1+n_2}{F_1^0+F_2^0}\right]=-\sin\varphi'+\frac{1}{2p_0}\left(\frac{d^2\varpi}{dx'^2}-\frac{d^2\varpi}{dy'^2}\right)-\frac{\sin\varphi'}{2p_0}\left(\frac{d^2\varpi}{dx'^2}+\frac{d^2\varpi}{dy'^2}\right).$$

Pour arriver à une équation abordable, il faut admettre que la fonction ϖ varie d'un point à l'autre beaucoup plus rapidement que $\frac{1}{p_0}$: c'est ce qui arrive à des profondeurs l un peu grandes, où p_0 est considérable (de l'ordre de l), et où les dérivées de $\frac{1}{p_0}$ sont de l'ordre de $\frac{1}{p_0^2}$. Alors le coefficient $\frac{1}{p_0}$, dans les formules précédentes, peut être supposé constant, et la relation (28bis), multipliée par $2p_0$, prend la forme homogène

$$0=\left[\frac{d^4\varpi}{dx'^4}+2\frac{d^4\varpi}{dx'^2dy'^2}+\frac{d^4\varpi}{dy'^4}\right]-\sin\varphi'.\left[\frac{d^4\varpi}{dx'^4}-\frac{d^4\varpi}{dy'^4}\right].$$

Elle a pour intégrale générale, avec quatre fonctions arbitraires F_1, F_2, F_3, F_4,

$$\varpi=F_1\left[x'-y'\,\text{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi'}{2}\right)\cdot\sqrt{-1}\right]+F_2\left[x'+y'\,\text{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi'}{2}\right)\cdot\sqrt{-1}\right]+F_3\left[x'+y'\sqrt{-1}\right]+F_4\left[x'-y'\sqrt{-1}\right];$$

ces fonctions peuvent être remplacées par une double infinité de termes, pris, les uns, de la forme $e^{my'\,\text{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi'}{2}\right)}$ (A cos mx' + B sin mx'), les autres, de la forme $e^{my'}$ (C cos mx' + D sin mx'), m, A, B, C, D désignant des constantes quelconques.

Il me paraît difficile d'en tirer quelque résultat intéressant pour la pratique.

Digitized by Google

en désignant simplement par f_1'', f_2'' les dérivées secondes des deux fonctions f_1, f_2, qui paraissent dans (104).

Substituons actuellement dans les formules (100) les valeurs (105) de n_1, n_2, t. Tenons compte d'ailleurs de la proportion multiple

$$(106)\quad \frac{\cos\psi}{\cos(\omega+\psi)(1+\sin\varphi)}=\frac{\sin\psi}{\sin(\omega+\psi)(1-\sin\varphi)}=\frac{\cos\psi(1-\sin\varphi)}{\cos(\omega+\psi)\cos^2\varphi}=\frac{\sin(\omega+2\psi)}{\sin 2(\omega+\psi)},$$

dont le second et le troisième rapports sont égaux au premier, l'un en vertu de l'équation $\sin\omega-\sin(\omega+2\psi)\sin\varphi=0$, l'autre identiquement, et dont le quatrième résulte de l'addition, terme à terme, des deux premiers après avoir multiplié les termes du premier par $\sin(\omega+\psi)$ et ceux du second par $\cos(\omega+\psi)$. Il viendra simplement :

$$(107)\quad \ldots\ldots \left\{\begin{aligned}
\frac{N_1'}{\rho g}&=-\frac{\sin(\omega+2\psi)}{\sin 2(\omega+\psi)}(1-\sin\varphi)(l-f_1''-f_2''),\\
\frac{N_2'}{\rho g}&=-\frac{\sin(\omega+2\psi)}{\sin 2(\omega+\psi)}(1+\sin\varphi)(l-f_1''-f_2''),\\
\frac{T'}{\rho g}&=\frac{\sin(\omega+2\psi)}{\sin 2(\omega+\psi)}\cos\varphi\,.\,(f_1''-f_2'').
\end{aligned}\right.$$

Telles sont les formules générales de la solution cherchée. Elles vérifient exactement les deux équations indéfinies (101) de l'équilibre et d'une manière approchée la suivante (101bis), exprimant que l'inclinaison maxima φ' d'une pression sur le prolongement de la normale à l'élément plan qu'elle sollicite atteint en chaque point la valeur φ. En réalité, les relations (107) donnent pour le sinus de l'inclinaison maxima φ',

$$(108)\ \ldots\ \sin\varphi'=\sqrt{\frac{4T'^2+(N_1'-N_2')^2}{(N_1'+N_2')^2}}=\sin\varphi\,.\sqrt{1+\frac{1}{\mathrm{tg}^2\varphi}\left(\frac{f_1''-f_2''}{l-f_1''-f_2''}\right)^2}.$$

La solution obtenue (107) serait donc exacte, si la masse pulvérulente, se trouvant légèrement hétérogène, avait en chaque point un angle de terre coulante, φ', supérieur à φ d'une quantité variable du second ordre de petitesse, et donné par la relation

$$\frac{\sin\varphi'}{\sin\varphi}=\sqrt{1+\frac{1}{\mathrm{tg}^2\varphi}\left(\frac{f_1''-f_2''}{l-f_1''-f_2''}\right)^2}=\text{sensiblement }1+\frac{1}{2\,\mathrm{tg}^2\varphi}\left(\frac{f_1''-f_2''}{l-f_1''-f_2''}\right)^2:$$


Digitized by Google

on ne pourra ainsi l'admettre, dans le cas d'un massif homogène, qu'autant que le rapport

(109) . . . . $\frac{f''_1 - f''_2}{l - f''_1 - f''_2}$

sera partout assez petit devant l'unité, abstraction faite de certaines régions très-délimitées ou tout exceptionnelles, dont il serait permis de négliger l'influence sur le reste.

Observons que, dans les formules (107), la fonction

$$f''_1, \quad \text{ou} \quad f''_1\left[x' - y' \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right],$$

a la même valeur le long de toute parallèle à la droite OQ et varie seulement d'une de ces parallèles à ses voisines, que, de même, la fonction

$$f''_2, \quad \text{ou} \quad f''_2\left[x' + y' \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right],$$

a la même valeur le long de toute parallèle à OQ′.

46*bis*. Cherchons actuellement les expressions auxquelles ces relations (107) conduisent pour les deux composantes, normale $-\mathfrak{N}$ et tangentielle $\mathfrak{T}$, de la pression exercée sur un élément plan quelconque parallèle à l'axe des z. J'appellerai encore ε_1 l'inclinaison de cet élément plan sur la verticale, de manière à avoir $-(\varepsilon_1 + \psi)$ pour l'angle β fait par sa normale avec l'axe des x'. Les formules générales (30), appliquées en y accentuant N_1, N_2, T, substituant alors à N'_1, N'_2, T' leurs valeurs tirées de (107), puis multipliant les résultats, en vue de simplifier les seconds membres, par $\frac{\sin 2(\omega + \psi)}{\sin(\omega + 2\psi)}$, donnent : Formules diverses, relatives aux pressions.

$$(110) \begin{cases} \dfrac{\mathfrak{T}}{\rho g}\dfrac{\sin 2(\omega+\psi)}{\sin(\omega+2\psi)} = [l - f''_1 - f''_2] \sin\varphi \sin 2(\varepsilon_1 + \psi) + (f''_1 - f''_2) \cos\varphi \cos 2(\varepsilon_1 + \psi), \\ \dfrac{-\mathfrak{N}}{\rho g}\dfrac{\sin 2(\omega+\psi)}{\sin(\omega+2\psi)} = [l - f''_1 - f''_2][1 - \sin\varphi \cos 2(\varepsilon_1 + \psi)] + (f''_1 - f''_2) \cos\varphi \sin 2(\varepsilon_1 + \psi). \end{cases}$$

Il sera généralement préférable, au lieu de calculer $-\mathfrak{N}$ et $\mathfrak{T}$, d'évaluer


Digitized by Google

d'abord l'inclinaison φ_1 de la pression sur le prolongement de la normale à l'élément plan, puis de déduire la pression résultante, $\mathfrak{R}$, de l'égalité $\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{T}}{\sin\varphi_1}$, ou

$$(111) \quad \frac{\mathfrak{R}}{\rho g} = \frac{\sin(\omega + 2\psi)}{\sin 2(\omega + \psi)} \frac{(l - f''_1 - f''_2)\sin\varphi \sin 2(\varepsilon_1 + \psi) + (f''_1 - f''_2)\cos\varphi\cos 2(\varepsilon_1 + \psi)}{\sin\varphi_1}.$$

On aura l'inclinaison φ_1 $\left(\text{variable au plus de } -\frac{\pi}{2} \text{ à } \frac{\pi}{2}\right)$ au moyen de sa tangente, qui vaut le rapport des deux seconds membres des formules (110). En exprimant que ces deux seconds membres sont, en effet, entre eux comme $\sin\varphi_1$ est à $\cos\varphi_1$, puis égalant le produit des extrêmes au produit des moyens et simplifiant les résultats, il vient

$$(112) \quad [l - f''_1 - f''_2][\sin\varphi_1 - \sin\varphi\sin(2\varepsilon_1 + 2\psi + \varphi_1)] = (f''_1 - f''_2)\cos\varphi\cos(2\varepsilon_1 + 2\psi + \varphi_1).$$

Cette relation permet de simplifier beaucoup la formule (111). Tirons effectivement $f''_1 - f''_2$ de (112) et substituons-en la valeur dans (111) : l'expression

$$(l - f''_1 - f''_2)\sin\varphi\sin 2(\varepsilon_1 + \psi) + (f''_1 - f''_2)\cos\varphi\cos 2(\varepsilon_1 + \psi)$$

deviendra le produit de $\frac{l - f''_1 - f''_2}{\cos(2\varepsilon_1 + 2\psi + \varphi_1)}$ par

$$\sin\varphi[\sin 2(\varepsilon_1 + \psi)\cos(2\varepsilon_1 + 2\psi + \varphi_1) - \cos 2(\varepsilon_1 + \psi)\sin(2\varepsilon_1 + 2\psi + \varphi_1)]$$
$$+ \sin\varphi_1\cos 2(\varepsilon_1 + \psi) = \sin\varphi_1[\cos 2(\varepsilon_1 + \psi) - \sin\varphi],$$

et la formule (111) se réduira d'abord à

$$(113) \quad \ldots\ldots \quad \frac{\mathfrak{R}}{\rho g} = \frac{\sin(\omega + 2\psi)}{\sin 2(\omega + \psi)} \frac{\cos 2(\varepsilon_1 + \psi) - \sin\varphi}{\cos(2\varepsilon_1 + 2\psi + \varphi_1)}(l - f''_1 - f''_2).$$

Elle se simplifie encore si l'on pose

$$(114) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \delta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \psi - \varepsilon_1,$$

c'est-à-dire si l'on appelle δ l'inclinaison, sur la direction OQ, de l'élément


Digitized by Google

plan considéré, inclinaison comptée positivement en tournant de OQ vers Oy', négativement dans le sens contraire. Alors la fraction

$$\frac{\cos 2(\varepsilon_1+\psi)-\sin\varphi}{\cos(2\varepsilon_1+2\psi+\varphi_1)} \quad \text{ou} \quad \frac{\sin(\varphi+2\delta)-\sin\varphi}{\sin(\varphi-\varphi_1+2\delta)} \quad \text{devient} \quad \frac{2\cos(\varphi+\delta)\sin\delta}{\sin(\varphi-\varphi_1+2\delta)}.$$

D'autre part, d'après (106), le rapport $\frac{\sin(\omega+2\psi)}{\sin 2(\omega+\psi)}$ peut être remplacé par $\frac{\cos\psi}{(1+\sin\varphi)\cos(\omega+\psi)}$, ce qui donne, au lieu de (113),

$$(115)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\mathfrak{R}}{\rho g} &= \frac{2\cos\psi\cos(\varphi+\delta)\sin\delta}{(1+\sin\varphi)\cos(\omega+\psi)\sin(\varphi-\varphi_1+2\delta)}(l-f''_1-f''_2)\\ &= \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\frac{\cos\psi\cos(\varphi+\delta)\sin\delta}{\cos(\omega+\psi)}\cdot\frac{2(l-f''_1-f''_2)}{\cos\varphi\sin(\varphi-\varphi_1+2\delta)}.\end{aligned}\right.$$

On pourrait encore y remplacer le facteur $\frac{1}{\cos(\omega+\psi)}$ par l'expression $\frac{\cos(\omega-\varepsilon_1)}{\cos(\omega+\psi)}\frac{1}{\cos(\omega-\varepsilon_1)}$ et éliminer ω du rapport $\frac{\cos(\omega-\varepsilon_1)}{\cos(\omega+\psi)}$, comme on l'a fait pour la formule (98), au moyen de la proportion (98bis). Celle-ci donne

$$\frac{\cos(\omega-\varepsilon_1)}{\cos(\omega+\psi)} \quad \text{ou} \quad \frac{\cos\omega\cos\varepsilon_1+\sin\omega\sin\varepsilon_1}{\cos\omega\cos\psi-\sin\omega\sin\psi}=\frac{\cos\varepsilon_1-\sin\varphi\cos(2\psi+\varepsilon_1)}{(1-\sin\varphi)\cos\psi};$$

on a d'ailleurs, d'après (114),

$$2\psi+\varepsilon_1=\frac{\pi}{2}-(\varphi+2\delta+\varepsilon_1),$$

et par suite

$$\begin{aligned}\cos\varepsilon_1-\sin\varphi\cos(2\psi+\varepsilon_1)&=\cos[(\varphi+\delta+\varepsilon_1)-(\varphi+\delta)]-\sin\varphi\sin[(\varphi+\delta+\varepsilon_1)+\delta]\\ &=\cos(\varphi+\delta)\cos(\varphi+\delta+\varepsilon_1)+(\sin\varphi\cos\delta+\cos\varphi\sin\delta)\sin(\varphi+\delta+\varepsilon_1)\\ &\quad-\sin\varphi\cos\delta\sin(\varphi+\delta+\varepsilon_1)-\sin\varphi\sin\delta\cos(\varphi+\delta+\varepsilon_1)\\ &=\cos(\varphi+\delta)\cos(\varphi+\delta+\varepsilon_1)+\sin\delta\sin(\delta+\varepsilon_1).\end{aligned}$$

Donc la formule (115) se transforme en celle-ci

$$(116)\quad \left\{\begin{aligned}\frac{\mathfrak{R}}{\rho g}=\frac{\sin\delta\cos^2(\varphi+\delta)\cos(\varphi+\varepsilon_1+\delta)}{\cos\varphi}&\left[1+\frac{\sin\delta\sin(\varepsilon_1+\delta)}{\cos(\varphi+\delta)\cos(\varphi+\varepsilon_1+\delta)}\right]\\ &\frac{2(l-f''_1-f''_2)}{\cos\varphi\sin(\varphi-\varphi_1+2\delta)\cos(\omega-\varepsilon_1)}.\end{aligned}\right.$$

Les relations (115) ou (116) permettront de calculer $\mathcal{R}$ aux points pour lesquels les valeurs des trois fonctions l, f_1'', f_2'' seront données. Mais il suffit de connaître deux de ces fonctions, et aussi φ_1, pour que la troisième en résulte et puisse être éliminée par la formule (112). A cause de $2(\varepsilon_1 + \psi) = \frac{\pi}{2} - (\varphi + 2\delta)$, celle-ci peut s'écrire

$$[l - f_1'' - f_2''][\sin\varphi_1 - \sin\varphi\cos(\varphi - \varphi_1 + 2\delta)] = (f_1'' - f_2'')\cos\varphi\sin(\varphi - \varphi_1 + 2\delta),$$

ou bien, sous forme de proportion,

$$\frac{l - f_1'' - f_2''}{\cos\varphi\sin(\varphi - \varphi_1 + 2\delta)} = \frac{f_1'' - f_2''}{\sin\varphi_1 - \sin\varphi\cos(\varphi - \varphi_1 + 2\delta)}.$$

Ajoutons, terme à terme, les numérateurs et les dénominateurs, après avoir multiplié les deux termes du second rapport par ± 1; il viendra les deux nouveaux rapports, égaux aux premiers,

$$\frac{l - 2f_2''}{\sin\varphi_1 - \sin(\varphi_1 - 2\delta)} = \frac{l - 2f_2''}{2\cos(\varphi_1 - \delta)\sin\delta},$$

et

$$\frac{l - 2f_1''}{\sin(2\varphi - \varphi_1 + 2\delta) - \sin\varphi_1} = \frac{l - 2f_1''}{2\cos(\varphi + \delta)\sin(\varphi - \varphi_1 + \delta)}.$$

L'équation (112) équivaut donc à l'égalité continue

$$(117)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{2(l - f_1'' - f_2'')}{\cos\varphi\sin(\varphi - \varphi_1 + 2\delta)} = \frac{2(f_1'' - f_2'')}{\sin\varphi_1 - \sin\varphi\cos(\varphi - \varphi_1 + 2\delta)} \\ &= \frac{l - 2f_2''}{\cos(\varphi_1 - \delta)\sin\delta} = \frac{l - 2f_1''}{\cos(\varphi + \delta)\sin(\varphi - \varphi_1 + \delta)}, \end{aligned}\right.$$

et l'on voit qu'il suffit de connaître, outre φ_1, une quelconque des quantités $l - f_1'' - f_2''$, $f_1'' - f_2''$, $l - 2f_2''$, $l - 2f_1''$, pour en déduire toutes les autres. Comme, dans chaque cas, deux au moins des trois fonctions l, f_1'', f_2'' seront données, on remplacera, dans (115) ou (116), le premier rapport (117) par celui des rapports suivants qui contiendra les deux fonctions connues. Supposons, par exemple, que celles-ci soient l et f_2'' : alors la sub-

Digitized by Google

stitution du troisième rapport (117) au premier change les deux formules (115) et (116) en celle-ci :

$$(118) \left\{ \begin{aligned} &\frac{\mathcal{R}}{\rho g} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \frac{\cos\psi \cos(\varphi + \delta)}{\cos(\omega + \psi)\cos(\varphi_1 - \delta)} (l - 2f''_2) \\ &= \frac{\cos^2(\varphi + \delta)\cos(\varphi + \varepsilon_1 + \delta}{\cos\varphi \cos(\varphi_1 - \delta)} \left[1 + \frac{\sin\delta \sin(\varepsilon_1 + \delta)}{\cos(\varphi + \delta)\cos(\varphi + \varepsilon_1 + \delta)}\right] \frac{l - 2f''_2}{\cos(\omega - \varepsilon_1)}. \end{aligned} \right.$$

Mise en compte des conditions spéciales aux surfaces-limites. — Circonstances qui se présentent près des murs de soutènement.

47. Tous les résultats précédents ont été déduits des équations indéfinies de l'équilibre et subsistent quelles que soient les deux fonctions arbitraires f''_1, f''_2. Il reste actuellement à déterminer ces fonctions de manière à satisfaire aux conditions spéciales à la surface libre et à celle qui concerne la surface de séparation du mur et du massif.

Pour cela, observons d'abord que le profil OA du talus supérieur (fig. 5, p. 112) est dans l'angle QOQ'. Évaluons en effet les trois angles GOQ', GOA, GOQ. Le premier vaut y'OQ', ou $\pi - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$, diminué de ψ. Le second est égal à $\frac{\pi}{2} + \omega$. Enfin, le troisième vaut $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \psi$. On a donc identiquement

$$\text{GOQ}' = \left(\frac{\pi}{2} + \omega\right) + \frac{1}{2}(\varphi - \omega) + \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \omega - 2\psi\right), \quad \text{GOA} = \frac{\pi}{2} + \omega,$$

$$\text{GOQ} = \left(\frac{\pi}{2} + \omega\right) - \frac{1}{2}(\varphi + \omega) - \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \omega + 2\psi\right);$$

d'où il résulte, à cause des deux inégalités

$$\omega < \varphi, \quad \omega + 2\psi < \frac{\pi}{2}, \quad \text{(en valeur absolue)},$$

que GOA est moindre que GOQ' et supérieur à GOQ, ou que OA est compris entre OQ et OQ'.

Cela posé, les conditions à la surface libre, (95), devenues, dans le nouveau système d'axes,

$$N'_1 = 0, \quad N'_2 = 0, \quad T' = 0 \quad \text{(pour } l = 0, \text{ ou sur OA)},$$

reviennent à dire, d'après les valeurs (107) de N'_1, N'_2, T', que l'on a :

$$\text{(en tous les points de OA)} \quad f''_1 + f''_2 = 0, \quad f''_1 - f''_2 = 0, \quad \text{ou} \quad f''_1 = 0, \quad f''_2 = 0.$$

Ainsi la fonction f''_1, qui a la même valeur sur toute l'étendue d'une parallèle quelconque à OQ, doit s'annuler en tous les points de OA et par suite dans tout l'espace qui est du même côté de OQ que le talus supérieur OA, c'est-à-dire notamment dans toute la partie AOQ du massif. De même, la dérivée f''_2, invariable le long de toute parallèle à OQ', doit s'annuler en tous les points de OA et par conséquent dans tout l'espace qui est, par rapport à OQ', du même côté que le talus supérieur OA. Le mur de soutènement se trouvera toujours dans cet espace, qui comprend par conséquent la totalité du massif. *Les conditions spéciales à la surface libre obligent donc de faire nulles, dans toute la partie* AOQ *du massif, les deux fonctions* f''_1, f''_2, *ou, ce qui revient au même, les petites parties complémentaires* $\rho g n_1$, $\rho g n_2$, $\rho g t$, *des forces* N'_1, N'_2, T' : *elles obligent de plus à supposer nulle, dans tout le reste du massif, la fonction* f''_2.

Occupons-nous enfin de la condition spéciale à la paroi. Il pourra se faire : 1° ou bien que la face postérieure du mur tombe dans l'angle AOQ, c'est-à-dire ait une inclinaison i, sur la verticale, supérieure à $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \psi$; 2° ou bien, que la même face ait, au contraire, une inclinaison i moindre que $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \psi$, et tombe, par rapport à OQ, du même côté que Oy'.

Dans le premier cas, les termes complémentaires étant forcément nuls en tous les points du massif, il est impossible de satisfaire à la condition spéciale au mur de soutènement pour peu que l'angle du frottement extérieur diffère de celui, φ_1, qui résulte de la quatrième formule (96). La solution particulière donnée par Macquorn-Rankine est donc alors une solution isolée, ou qui ne se trouve voisine d'aucune autre. Ce résultat tend à prouver que, lorsque un mur rugueux de soutènement, ayant sa face postérieure inclinée sur la verticale d'un angle supérieur à $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \psi$, *commence* à se renverser, l'état ébouleux ne se produit pas dans toute l'étendue du massif. Sans doute *un coin de terre, ayant sa base vers en haut, fait corps avec le mur et se sépare en bloc du reste du massif, suivant un plan de rupture parallèle à* OQ. En effet, deux couches contiguës de terre ne peuvent glisser l'une

Digitized by Google

sur l'autre, de quantités finies, sans que leur pression mutuelle fasse avec la normale à leur surface de séparation un angle égal à celui du frottement intérieur φ : circonstance qui se produit, dans l'état extrême d'équilibre d'élasticité du massif, soit de part et d'autre de plans parallèles à OQ, soit de part et d'autre de plans parallèles à OQ'. Or il est naturel d'admettre que l'état ébouleux, au moment du renversement du mur, s'étend le plus possible, de manière à ne laisser intact, sous la protection du mur, que le coin de terre le plus aigu de ceux qui auraient quelque tendance à subsister : ce coin doit donc être limité par un plan, parallèle à OQ, mené de bas en haut à partir de la base de la face postérieure du mur considéré.

Dans le second cas, soit OM le profil de la face postérieure du mur. La fonction f_1'', encore arbitraire dans l'angle QOM, pourra être déterminée, en chaque point de OM, de manière que l'inclinaison φ_1 de la poussée sur le prolongement de la normale au mur soit précisément égale à l'angle donné du frottement extérieur. A cet effet, appliquons la formule générale (112) ou ses transformées (117), qui déterminent justement les angles appelés φ_1, aux pressions effectivement exercées sur la face postérieure du mur : il faudra y poser $\varepsilon_1 = i$, et par suite

$$(119) \quad \dots\dots\dots\dots \quad \delta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \psi - i,$$

après avoir fait d'ailleurs $f_2'' = 0$. Le deuxième et le troisième membre de (117) donneront donc, en exprimant complétement f_1'',

$$(120) \quad \dots \quad \frac{2f_1''\left[x' - y' \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right]}{\sin\varphi_1 - \sin\varphi\cos(\varphi - \varphi_1 + 2\delta)} = \frac{l}{\cos(\varphi_1 - \delta)\sin\delta} \text{ (sur OM)} :$$

telle est la condition spéciale au mur. On en déduira la fonction inconnue f_1'', aux divers points de OM, après avoir mis, pour φ_1, la vraie valeur de l'angle de frottement réciproque du mur et du massif.

Introduisons, au lieu des trois variables x', y', l, la distance L de l'origine O, ou du bord supérieur de la face OM du mur, au point considéré (x', y') de la même face. La distance normale, l, du même point au talus supé-

Digitized by Google

rieur, est la projection de L, prise sous l'angle $\omega - i$, et l'on aura d'abord

$$l = L\cos(\omega - i).$$

D'autre part, la droite OM fait avec les axes respectifs des x' et des y' les angles $\frac{\pi}{2} - (\psi + i)$ et $\psi + i$: ainsi, sur cette droite, $x' = L\sin(\psi + i)$, $y' = L\cos(\psi + i)$, et par suite

$$x' - y'\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{L\sin\left(\psi + i - \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} = -\frac{L\sin\delta}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}.$$

L'équation (120) revient donc à poser, aux divers points de OM, ou quand L est > 0,

$$f_1''\left[-\frac{L\sin\delta}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}\right] = -\left[\sin\varphi_1 - \sin\varphi\cos(\varphi - \varphi_1 + 2\delta)\right]\frac{\cos(\omega - i)\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{2\sin^2\delta\cos(\varphi_1 - \delta)}\left[\frac{-L\sin\delta}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}\right].$$

On voit que la fonction f_1'', déjà nulle pour les valeurs positives de sa variable, est simplement, pour les valeurs négatives de celle-ci, le produit de ces valeurs par le facteur constant

$$(121) \quad . \quad . \quad A = -\frac{\sin\varphi_1 - \sin\varphi\cos(\varphi - \varphi_1 + 2\delta)}{2\sin^2\delta}\,\frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\cos(\omega - i)}{\cos(\varphi_1 - \delta)}.$$

La condition spéciale à la surface de séparation du massif et du mur achève ainsi de déterminer l'état dynamique du milieu dans la région QOM, en faisant connaître la valeur de f_1'' en chaque point de OM et par suite sur toute l'étendue de la parallèle menée par ce point à OQ.

Observons que f_1'' s'annule des deux côtés *du plan, ayant pour profil* OQ, *qui sépare les deux parties distinctes du massif dans lesquelles les variations de cette fonction sont régies par des lois différentes.* En d'autres termes, les pressions ne cessent pas de varier avec continuité quand on passe d'une région à l'autre, quoique leurs dérivées, prises suivant des normales à OQ, soient discontinues. C'est ce qui devait avoir lieu; car l'équilibre d'une

Digitized by Google

couche mince de matière ayant le plan OQ pour une de ses bases exige que les deux composantes de la pression exercée de part et d'autre de cette couche soient égales chacune à chacune, conditions qui, jointes à l'équation indéfinie (101bis) et à celle qui exprime que le rapport des deux composantes considérées vaut tang φ, reviennent à dire que N'_1, N'_2, T' ont les mêmes valeurs de part et d'autre de OQ.

Dans la pratique, $\varphi_1 = \varphi$, et la formule (121), à cause de $1 - \cos 2\delta = 2 \sin^2 \delta$, se réduit à

$$A \doteq - \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \sin \varphi}{\cos(\varphi - \delta)} \cos(\omega - i).$$

La relation (120) donne en même temps :

$$(122) \ldots \text{(sur OM)} \quad f''_1 = \frac{\sin \varphi \sin \delta}{\cos(\varphi - \delta)} l, \quad l - f''_1 = \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\cos(\varphi - \delta)} l, \quad \frac{f''_1}{l - f''_1} = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta.$$

Aux divers points d'une parallèle quelconque à OQ, menée dans le massif à partir d'un point de OM, la quantité constante f''_1 est donc positive, ainsi que la différence $l - f''_1$, de plus en plus grande à mesure qu'on s'éloigne le long de cette parallèle. Le rapport $\frac{f''_1}{l - f''_1}$ atteint par suite sa valeur la plus grande au départ, où il est égal à $\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$, et la formule (108) [dans laquelle on a $f''_2 = 0$], permet de poser :

$$(122^{bis}) \ldots\ldots \quad \frac{\sin \varphi'}{\sin \varphi} \begin{cases} > 1, \\ < \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta} = \frac{1}{\cos \delta}. \end{cases}$$

Toutes les fois que l'inclinaison positive, δ, de la face postérieure du mur sur la direction OQ, *ne sera pas très-grande* (*ou sera moindre, par exemple, que l'angle* $\frac{\pi}{8} = 22^\circ \frac{1}{2}$, *dont la sécante* $\frac{1}{\cos \delta}$ *vaut seulement* 1,082), *on pourra supposer, sauf erreur négligeable,* $\varphi' = \varphi$, *et regarder la solution approximative comme applicable.*

Occupons-nous actuellement de la pression qu'éprouve l'unité d'aire de la face OM, à la distance $L = \frac{l}{\cos(\omega - i)}$ de son bord supérieur. La relation (118), où l'inclinaison φ_1 de la poussée sur le prolongement de la normale à OM

égalera l'angle connu du frottement mutuel du mur et du massif, la donne immédiatement, si l'on y fait $\varepsilon_1 = i$, $\delta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \psi - i$, et d'ailleurs $f_2'' = 0$. Par suite, les lois de la poussée seront celles que nous avons trouvées au n° 44 (p. 109), à cela près que φ_1 sera différent et que le coefficient numérique $K = \frac{\mathfrak{R}}{\rho g L}$ aura la valeur

$$(123)\quad \left\{ \begin{aligned} K &= \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \frac{\cos\psi \cos(\varphi + \delta)\cos(\omega - i)}{\cos(\varphi_1 - \delta)\cos(\omega + \psi)} \\ &= \frac{\cos^2(\varphi + \delta)\cos(\varphi + i + \delta)}{\cos\varphi \cos(\varphi_1 - \delta)} \left[1 + \frac{\sin\delta \sin(i + \delta)}{\cos(\varphi + \delta)\cos(\varphi + i + \delta)}\right]. \end{aligned} \right.$$

Cette formule peut tenir lieu : 1° de la plus générale (cinquième 96) que M. Maurice Levy ait obtenue et qui convient lorsque φ_1 a précisément la valeur résultant de la quatrième relation (96); 2° de la formule très-simple (99) donnée par M. Maurice Levy pour le cas où $\varphi_1 = \varphi$ et où $\delta = 0$: en effet, le dernier membre de (123) se réduit bien alors à $\cos(\varphi + i)$. Mais elle s'étend en outre à tous les modes d'équilibre-limite par détente qui sont assez voisins de ceux-là, ou pour lesquels, δ se trouvant d'ailleurs positif, l'angle φ_1 du frottement extérieur n'est pas très-différent de celui qui vérifie la quatrième relation (96).

Appliquons-la au cas particulier le plus simple, qui est celui d'un terre-plein horizontal soutenu par un mur vertical. Alors on a

$$\omega = 0, \quad \psi = 0, \quad i = 0, \quad \delta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2},$$

et par suite

$$(123^{bis})\quad K = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}{\cos\left[\varphi_1 - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right]} = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{\cos\left[\varphi_1 - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right]}.$$

Le coefficient K se trouve le même, et égal à $\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$, soit quand le mur est supposé infiniment poli, ou que $\varphi_1 = 0$, hypothèse d'accord, pour ω et i nuls, avec la quatrième formule (96), soit quand φ_1 est complémentaire de φ, ou que

$$\varphi + \varphi_1 = \frac{\pi}{2},$$

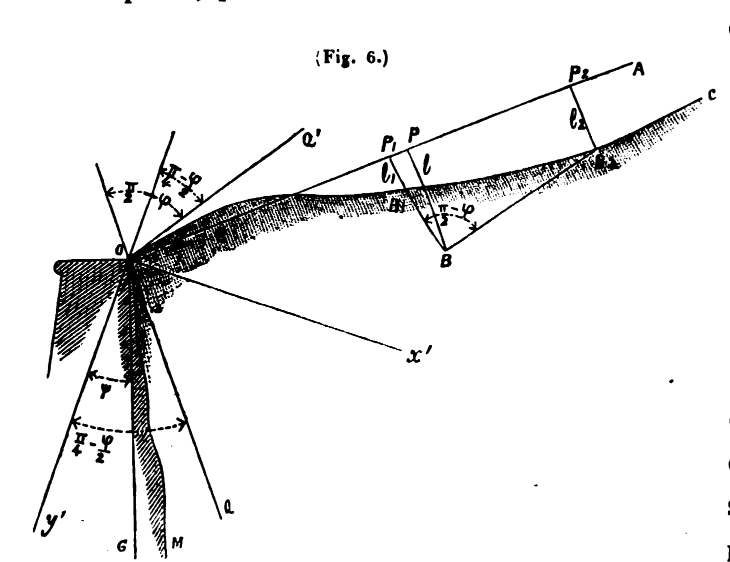
Digitized by Google

comme il arrive lorsqu'on prend $\varphi = \varphi_1 = 45^\circ$. Les valeurs de φ_1 intermédiaires entre 0 et $\frac{\pi}{2} - \varphi$ donnent des valeurs de K un peu plus petites: la moindre de celles-ci correspond à $\varphi_1 = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$; elle est inférieure à $\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ dans le rapport de 1 à $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$, ou environ de 1 à $\cos 22^\circ \frac{1}{2} = 0{,}9239$ si $\varphi = 45^\circ$.

48. Les résultats établis dans les numéros 46 et 46*bis* peuvent encore être étendus à un massif dont le profil supérieur OB_1B_2C (fig. 6) serait légèrement courbe et que soutiendrait un mur ayant sa face postérieure OM courbe également. Je supposerai qu'on ait pris l'origine des coordonnées x', y' à l'intersection O de cette face et du talus supérieur; de plus, j'admettrai que l'inclinaison variable de ce même talus sur une certaine droite OA reste petite, ou que la déclivité de la surface supérieure du massif ne s'écarte nulle part beaucoup de la constante ω, mesurant la déclivité de OA. Enfin, pour simplifier, je supposerai que le profil de la face postérieure OM du mur se trouve tout entier d'un même côté de la droite OQ, et même qu'il s'éloigne sans cesse de cette droite, à partir du point O, de manière à n'être coupé qu'en un seul point par toute parallèle à OQ.

Étude de cas où les profils du talus supérieur et de la face postérieure du mur sont courbes.

Considérons un point quelconque B (x', y') du massif et menons à partir de ce point, parallèlement aux deux directions fixes QO, OQ', les deux droites BB_1, BB_2, jusqu'à la limite du massif. Si le point B est dans la région QOC, les extrémités B_1, B_2 se trouveront évidemment sur la surface libre OC, et on pourra mener, des trois points B, B_1, B_2, sur la droite OA prolongée indéfiniment dans les deux sens, les perpendiculaires BP, B_1P_1, B_2P_2, que



j'appellerai respectivement l, l_1, l_2 : ces perpendiculaires seront évaluables pour chaque position du point B, soit graphiquement, soit analytiquement en fonction de x', y', dès qu'on aura donné le profil supérieur OC et par suite une droite OA peu inclinée sur ce profil; je les compterai d'ailleurs positivement au-dessous de OA, négativement au-dessus. Si, au contraire, le point B est dans la région comprise entre OQ et le prolongement de Q'O, ce qui ne peut arriver que dans le cas où le mur OM est en dehors de l'angle QOQ', B_2 sera toujours situé sur la surface libre OC, mais B_1 se trouvera sur le profil OM du mur : alors il n'y aura lieu de mener sur OA que les deux perpendiculaires l, l_2. Remarquons que, dans tous les cas, les deux différences $l - l_1$, $l - l_2$ sont positives, car, OA étant dans l'angle QOQ', les points B_1, B_2 se trouvent au-dessus d'une parallèle menée à OA par le point B.

Voyons maintenant comment l'indétermination des deux fonctions arbitraires f_1'', f_2'' permettra d'adapter au problème actuel les intégrales (107) des équations indéfinies. Tâchons de satisfaire d'abord aux conditions spéciales à la surface libre, en exprimant que N_1', N_2', T' s'annulent dès que le point B appartient à la courbe OC. D'après les formules (107), il faut et il suffit, pour cela, qu'on ait :

$$\text{(sur OC)}, \quad l - f_1'' - f_2'' = 0, \quad f_1'' - f_2'' = 0, \quad \text{ou} \quad f_1'' = f_2'' = \frac{1}{2}\,l.$$

Les deux fonctions f_1'', f_2'' se trouvent ainsi déterminées sur le talus supérieur et, comme elles ont les mêmes valeurs le long de toute parallèle menée respectivement à OQ ou à OQ', elles le sont, par le fait même, la première dans toute la région QOC, la seconde dans toute l'étendue du massif. Au point quelconque B, on a donc

$$(124) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad f_2'' = \frac{1}{2}\,l_2,$$

et on a aussi, mais seulement quand ce point appartient à la région QOC,

$$(125) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad f_1'' = \frac{1}{2}\,l_1 \ \text{(dans la région QOC)}.$$

La solution obtenue n'étant admissible, pour un massif homogène, qu'au-


Digitized by Google

tant que le rapport (109) [p. 117] est une petite quantité, il y a lieu d'examiner si les expressions (125) et (124) de f''_1, f''_2, donnent en effet de petites valeurs à ce rapport, devenu ainsi

$$(125^{bis}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{\frac{1}{2}(l_1 - l_2)}{l - \frac{1}{2}(l_1 + l_2)}.$$

Or, le profil B_1B_2C étant supposé peu incliné sur OA, le dénominateur de (125bis) est toujours comparable, sinon même sensiblement égal, à la distance du point considéré B au talus supérieur, tandis que le numérateur de (125bis) est de l'ordre du produit de la petite inclinaison de B_1B_2 sur OA par la droite P_1P_2, laquelle est comparable à la distance, dont il vient d'être parlé, du point B au talus supérieur. Donc la solution est bien acceptable tant que les inclinaisons, sur l'horizon, des diverses parties du talus supérieur ne diffèrent pas beaucoup d'une constante ω.

En résumé, le mode d'équilibre, dans la région principale QOC, est complétement déterminé par les équations indéfinies et par les conditions spéciales à la surface libre. Par suite, si la face postérieure OM du mur de soutènement se trouve comprise dans cette région, on ne pourra satisfaire à la condition qui lui est relative qu'autant que la pression exercée sur chacun de ses éléments plans, d'après les formules (110), fera précisément, avec le prolongement de la normale correspondante, un angle φ_1 égal à celui du frottement extérieur donné. C'est dire qu'en général un coin de terre adjacent au mur ne pourra pas s'ébouler, et qu'il y aura rupture, avec glissement fini, entre ce coin de terre et le reste du massif. La surface de rupture devant être le lieu géométrique d'éléments plans sur lesquels l'angle de la pression et de la normale atteint la valeur maxima φ (ou plus exactement φ'), son profil se construira de proche en proche en menant, à la suite les unes des autres et à partir de la base de la face OM, une série de droites infiniment petites dont l'inclinaison ε_1 par rapport à la verticale sera telle, en chaque point, que les formules (110) y donnent $\frac{\mathfrak{T}}{-\mathfrak{N}} = \operatorname{tg} \varphi'$. La direction des tangentes à la courbe ainsi obtenue ne s'écartera généralement pas beaucoup

de celle de OQ. On pourra, dans le calcul des dimensions d'un mur capable de supporter, sans achever de se renverser, la poussée-limite qu'il éprouve au moment où l'état du massif devient ébouleux, regarder comme faisant corps avec le mur lui-même le coin de terre adjacent que son frottement maintient à l'état élastique, ou raisonner comme si la surface de rupture était la vraie face postérieure de ce mur.

Passons actuellement au cas où le massif comprend, outre la région QOC, une autre petite région QOM, dans laquelle la fonction f_1'', constante le long de toute parallèle à OQ, sera restée disponible. On pourra y déterminer f_1'' de manière que l'inclinaison φ_1 de la poussée exercée sur les divers éléments plans de la face OM, par rapport à la normale à ces éléments plans, vaille précisément l'angle donné du frottement extérieur. Pour cela, si φ_1 désigne cet angle, i l'inclinaison, au point considéré, de OM sur la verticale, et par suite δ son inclinaison, $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}-\psi-i$, sur OQ, il suffit, d'après le deuxième et le troisième membre de (117), que

$$(126) \quad \ldots \quad f_1''-f_2''=\frac{\sin\varphi_1-\sin\varphi\cos(\varphi-\varphi_1+2\delta)}{2\cos(\varphi_1-\delta)\sin\delta}(l-2f_2'') \text{ (sur OM).}$$

Or, d'après (124), $2f_2''=l_2$, et, d'autre part, dans la pratique, $\varphi_1=\varphi$, ce qui réduit l'expression $\sin\varphi_1-\sin\varphi\cos(\varphi-\varphi_1+2\delta)$ à $2\sin\varphi\sin^2\delta$. La formule précédente devient donc

$$(127) \quad \ldots\ldots \quad f_1''=\frac{1}{2}l_2+\frac{\sin\varphi\sin\delta}{\cos(\varphi-\delta)}(l-l_2) \text{ (sur OM).}$$

Connaissant f_1'' aux divers points B_1 de OM, on aura par le fait même cette fonction aux points correspondants B de la région QOM, dont l'état mécanique, régi par d'autres lois que celui de la région QOC, sera ainsi complétement déterminé. On pourrait encore prolonger en-deçà du point O la droite OA et aussi, *fictivement,* le profil du talus supérieur, en maintenant, entre ce dernier prolongement d'une part, au point il rencontrerait une parallèle quelconque à OQ, et, d'autre part, le prolongement de OA, une distance l_1 double de la valeur (127) qu'acquiert la fonction f_1'' à l'intersec-



tion de cette parallèle et de OM. Il est clair que la partie fictive ainsi ajoutée au massif en avant de OM produirait, sur le massif réel MOC, le même effet que le mur de soutènement; le problème de l'équilibre-limite d'un massif limité par un mur se trouverait donc ramené à celui de l'équilibre-limite d'un massif latéralement indéfini. Observons que son profil supérieur présenterait en général, à l'origine O, un point anguleux, et que par suite la dérivée de f''_1, ou celles des forces N'_1, N'_2, T', dans un sens normal à OQ, prendraient des valeurs différentes des deux côtés de cette droite, quoique la fonction f''_1 et ces forces elles-mêmes y restent continues.

En observant que $f''_2 = \frac{1}{2}\, l_2$, la relation (127) donne

$$(128)\ (\text{sur OM}),\ f''_1 - f''_2 = \frac{\sin\varphi \sin\delta}{\cos(\varphi-\delta)}(l-l_2),\ l - f''_1 - f''_2 = \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\cos(\varphi-\delta)}(l-l_2),\ \frac{f''_1 - f''_2}{l - f''_1 - f''_2} = \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta.$$

D'après ces formules, les deux expressions $f''_1 - f''_2$ et $l - f''_1 - f''_2$ sont positives, comme $l - l_2$, aux divers points de OM. Le long d'une parallèle menée à OQ, dans le massif réel, à partir d'un point de OM, la quantité croissante l varie d'ailleurs beaucoup plus rapidement que la fonction $f''_2 = \frac{1}{2}\, l_2$, dont les accroissements sont proportionnels au produit de quantités comparables à ceux de l, multipliées par la petite inclinaison de la courbe B_2C sur OA : donc la valeur la plus grande que reçoive en même temps le rapport $\frac{f''_1 - f''_2}{l - f''_1 - f''_2}$ doit être en général sa valeur initiale tg φ tg δ. Quand il en est ainsi, la formule (108) donne, comme au numéro précédent (form. 122bis),

$$(129) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{\sin\varphi'}{\sin\varphi} \begin{cases} > 1 \\ < \dfrac{1}{\cos\delta}; \end{cases}$$

ce qui signifie que la solution trouvée pourra être admise toutes les fois que l'inclinaison positive δ, sur la direction OQ, des diverses parties de la face postérieure du mur aura son cosinus assez voisin de l'unité, ou n'excédera pas, par exemple, $\frac{\pi}{8} = 22^\circ \frac{1}{2}$. La conclusion serait la même s'il y avait des points où le numérateur $f''_1 - f''_2$ crût, le long d'une parallèle à OQ, dans une proportion aussi rapide que le dénominateur $l - f''_1 - f''_2$: le rap-

Digitized by Google

port $\frac{\sin\varphi'}{\sin\varphi}$ ne cesserait pas alors d'être peu supérieur à l'unité, car la fraction $\frac{f_1''-f_2'}{1-f_1''-f_2''}$ continuerait à être comparable à $\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta$.

Il nous reste à évaluer la pression exercée par le massif sur le mur. On connait déjà la direction de celle qui est appliquée à un élément plan quelconque de la face OM, puisqu'elle fait, avec le prolongement de la normale à l'élément plan considéré, l'angle connu φ_1 du frottement extérieur. D'ailleurs sa grandeur $\mathfrak{R}$, sous l'unité de surface, sera donnée par la formule (118), où il suffira pour cela de remplacer $2f_2''$ par l_2, ε_1 par l'inclinaison i, sur la verticale, du même élément plan, et par suite δ par $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}-\psi-i$. Toutes ces poussées élémentaires, étant comprises dans un même plan, équivaudront à une force unique; mais le calcul de celle-ci sera généralement compliqué.

Le résultat ne devient quelque peu simple que dans le cas où la face postérieure du mur est plane et d'un même degré de poli ou de rugosité dans toute son étendue, hypothèses en vertu desquelles toutes les poussées élémentaires sont parallèles et de même sens. Appelons alors dL la largeur d'une bande de cette face; $L=\frac{l}{\cos(\omega-i)}$ la distance des points de cette bande à l'intersection de la face considérée et du talus supérieur; $L_2=\frac{l_2}{\cos(\omega-i)}$, la distance analogue, mesurée parallèlement à la face postérieure du mur, de chaque point tel que B_2 à la droite OA, distance qui deviendra une fonction connue de L puisque tous les points B seront pris sur OM. La poussée élémentaire $\mathfrak{R}d$L, éprouvée par l'unité de longueur de la bande, vaudra

$$\mathfrak{R}dL=\rho g \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\frac{\cos\psi\cos(\varphi+\delta)\cos(\omega-i)}{\cos(\varphi_1-\delta)\cos(\omega+\psi)}(L-L_2)\,dL$$

$$=\rho g\frac{\cos^2(\varphi+\delta)\cos(\varphi+i+\delta)}{\cos\varphi\cos(\varphi_1-\delta)}\left[1+\frac{\sin\delta\sin(i+\delta)}{\cos(\varphi+\delta)\cos(\varphi+i+\delta)}\right](L-L_2)\,dL.$$

La poussée totale par unité de longueur du mur, jusqu'à une distance $\mathfrak{L}$ du bord supérieur, aura donc pour expression $\int_0^{\mathfrak{L}}\mathfrak{R}dL$, ou

$$(130) \quad \ldots\ldots\ldots \quad P=K\frac{\rho g\mathfrak{L}^2}{2}\int_0^{\mathfrak{L}}\left(1-\frac{L_2}{L}\right)\frac{2L\,dL}{\mathfrak{L}^2},$$

si l'on appelle toujours K le coefficient constant défini par la formule (123).


Digitized by Google

Quant à la distance, $\mathfrak{L}_1$, du point d'application de cette poussée au bord supérieur, elle résultera de l'équation des moments

$$\mathfrak{L}_1 P = \int_0^{\mathfrak{L}} \mathfrak{R} L dL = K \frac{\rho g \mathfrak{L}^3}{3} \int_0^{\mathfrak{L}} \left(1 - \frac{L_2}{L}\right) \frac{3L^2 dL}{\mathfrak{L}^3},$$

et vaudra par conséquent

$$(131) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathfrak{L}_1 = \frac{2}{3} \mathfrak{L} \frac{\int_0^{\mathfrak{L}} \left(1 - \frac{L_2}{L}\right) \frac{3L^2 dL}{\mathfrak{L}^3}}{\int_0^{\mathfrak{L}} \left(1 - \frac{L_2}{L}\right) \frac{2L dL}{\mathfrak{L}^2}}.$$

La détermination de la poussée P et de son point d'application nécessitera donc le calcul de deux intégrales, dont l'évaluation numérique pourra se faire dès que L_2 sera donné en fonction de L, c'est-à-dire dès que le profil exact du talus supérieur sera connu.

Pour $L_2 = 0$, nous retrouvons les résultats déjà obtenus au numéro précédent.

Le cas où la surface supérieure OC est plane et le mur de soutènement OM courbe, paraît être le plus simple après celui que nous venons d'examiner. On peut poser alors, dans la formule générale (118), $f_2'' = 0$; mais les angles i (ou ε_1) et δ ne peuvent plus être supposés constants, circonstance qui doit rendre les calculs peu abordables.

Digitized by Google

§ X (*).

ÉTUDE, EN COORDONNÉES POLAIRES, DE L'ÉQUILIBRE-LIMITE (PAR DÉFORMATIONS PLANES) D'UNE MASSE PLASTIQUE OU PULVÉRULENTE COMPRIMÉE. APPLICATIONS A UNE MASSE ANNULAIRE, A UN MASSIF COMPRIS ENTRE DEUX PLANS RIGIDES QUI SE COUPENT.

—

Équations de l'équilibre-limite, en coordonnées polaires, quand on fait abstraction de la pesanteur.

49. Les deux équations indéfinies (28) [p. 30], où je suppose que x, y désignent les coordonnées actuelles des diverses molécules, se réduisent à

$$(132) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{dN_1}{dx}+\frac{dT}{dy}=0, \quad \frac{dT}{dx}+\frac{dN_2}{dy}=0,$$

quand les dérivées des forces N, T sont assez grandes pour qu'on puisse négliger en comparaison le poids spécifique ρg du massif. Cherchons ce que deviendront ces équations si chaque point M du plan des xy est défini au moyen de sa distance $OM = r$ à l'origine O et de l'inclinaison θ du rayon vecteur OM sur un axe polaire fixe.

J'appellerai :

α l'angle, compris à la rigueur entre $\mp\frac{\pi}{2}$, que fera avec ce rayon vecteur OM prolongé la force principale la plus petite F_3 (*pression* la plus grande) menée en M, en sorte que $\theta+\alpha$ sera l'inclinaison de celle-ci sur l'axe polaire;

N_r, T les deux composantes, suivant les directions respectives inclinées de θ, $\theta+\frac{\pi}{2}$ sur l'axe polaire, de la force exercée sur l'élément plan perpendiculaire au rayon OM, du côté de son prolongement;

N_θ, T les deux composantes, normale et tangentielle, de la force exercée

(*) Paragraphe envoyé à l'Académie postérieurement à la présentation du mémoire.

Digitized by Google

sur l'élément plan mené suivant OM et dont la normale est inclinée sur l'axe polaire de $\theta + \frac{\pi}{2}$.

Généralement, si i désigne l'angle fait, avec la force F_3, par la perpendiculaire à un élément plan normal aux xy, ou $\theta + \alpha + i$ son inclinaison sur l'axe polaire, les formules (32) [p. 32] donneront, pour les deux composantes, normale $\mathfrak{N}$ et tangentielle $\mathfrak{T}$, de la force que supporte cet élément plan,

$$(133) \quad \ldots\ldots \quad \mathfrak{N} = -p - \mathrm{R}\cos 2i, \quad \mathfrak{T} = \mathrm{R}\sin 2i.$$

On aura 1° N_r et T en faisant dans ces formules $i = -\alpha$; 2° N_θ en posant dans la première $i = \frac{\pi}{2} - \alpha$. Ainsi :

$$(134) \quad \ldots \quad N_r = -p - \mathrm{R}\cos 2\alpha, \quad T = -\mathrm{R}\sin 2\alpha, \quad N_\theta = -p + \mathrm{R}\cos 2\alpha.$$

Cela posé, il est facile de déduire des deux formules (132) deux équations indéfinies d'équilibre où ne paraissent que N_r, N_θ, T et leurs dérivées en r et en θ. Supposons qu'on prenne OM pour axe des x, et un axe des y incliné sur l'axe polaire de $\theta + \frac{\pi}{2}$. Alors, au point M, dont les coordonnées rectangles sont $x = r$, $y = 0$, on a évidemment $\mathrm{N}_1 = N_r$, $\mathrm{T} = T$; et, en outre, $\frac{d\mathrm{N}_1}{dx} = \frac{dN_r}{dr}$, $\frac{d\mathrm{T}}{dx} = \frac{dT}{dr}$, où N_r, T ont les valeurs (134).

Il reste à obtenir $\frac{d\mathrm{T}}{dy}$, $\frac{d\mathrm{N}_2}{dy}$. A cet effet, cherchons les composantes T, N_2 au point qui a les coordonnées rectangles $x = r$, $y = rd\theta$, et les coordonnées polaires r, $\theta + d\theta$. Les formules (133) deviennent évidemment, pour ce point,

$$(135) \quad \ldots \quad \mathfrak{N} = -\left(p + \frac{dp}{d\theta}\,d\theta\right) - \left(\mathrm{R} + \frac{d\mathrm{R}}{d\theta}\,d\theta\right)\cos 2i, \quad \mathfrak{T} = \left(\mathrm{R} + \frac{d\mathrm{R}}{d\theta}\,d\theta\right)\sin 2i.$$

D'ailleurs, le rayon vecteur émané de l'origine y est incliné sur la force principale la plus petite de l'angle $-\left(\alpha + \frac{d\alpha}{d\theta}\,d\theta\right)$, et une parallèle à l'axe des x fait avec cette force le même angle diminué de $d\theta$. On aura donc, au point $(r, \theta + d\theta)$, la valeur de T, c'est-à-dire $\mathrm{T} + \frac{d\mathrm{T}}{dy}\,rd\theta$, en posant, dans la seconde (135), $i = -\left[\alpha + \left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right)d\theta\right]$; et l'on y obtiendra N_2, ou plutôt $\mathrm{N}_2 + \frac{d\mathrm{N}_2}{dy}\,rd\theta$, en prenant pour i, dans la première (135), le même

angle augmenté de $\frac{\pi}{2}$. Il vient, sauf infiniment petits négligeables du second ordre :

$$T + \frac{dT}{dy} r d\theta = -\left(R + \frac{dR}{d\theta} d\theta\right) \sin 2\left[\alpha + \left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right) d\theta\right]$$

$$= -R \sin 2\alpha - \left[\frac{dR}{d\theta} \sin 2\alpha + 2R\left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right) \cos 2\alpha\right] d\theta,$$

$$N_2 + \frac{dN_2}{dy} r d\theta = -\left(p + \frac{dp}{d\theta} d\theta\right) + \left(R + \frac{dR}{d\theta} d\theta\right) \cos 2\left[\alpha + \left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right) d\theta\right]$$

$$= -p + R \cos 2\alpha + \left[-\frac{dp}{d\theta} + \frac{dR}{d\theta} \cos 2\alpha - 2R\left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right) \sin 2\alpha\right] d\theta.$$

On tire de ces formules $\frac{dT}{dy}, \frac{dN_2}{dy}$ en égalant dans les deux membres les termes affectés de $d\theta$. Enfin, ces valeurs, portées dans (132) ainsi que celles de $\frac{dN_1}{dx}, \frac{dT}{dx}$ trouvées plus haut, donnent les deux équations cherchées :

$$(136) \quad \begin{cases} -\frac{dp}{dr} - \frac{dR}{dr} \cos 2\alpha + 2R \frac{d\alpha}{dr} \sin 2\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{r} \frac{dR}{d\theta} - \frac{2R \cos 2\alpha}{r}\left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right) = 0, \\ -\frac{dR}{dr} \sin 2\alpha - 2R \frac{d\alpha}{dr} \cos 2\alpha - \frac{1}{r} \frac{dp}{d\theta} + \frac{\cos 2\alpha}{r} \frac{dR}{d\theta} - \frac{2R \sin 2\alpha}{r}\left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right) = 0. \end{cases}$$

En tenant compte des formules (134), on peut les écrire sous la forme connue :

$$(137) \quad \dots \quad \frac{dN_r}{dr} + \frac{1}{r} \frac{dT}{d\theta} + \frac{N_r - N_\theta}{r} = 0, \quad \frac{dT}{dr} + \frac{1}{r} \frac{dN_\theta}{d\theta} + \frac{2T}{r} = 0.$$

Mais les équations (136) sont généralement préférables à celles-ci dans une étude d'équilibre-limite; car la demi-différence, R, des forces principales extrêmes F_1, F_3 en chaque point y est une fonction connue de leur demi-somme $-p$, et il suffit de substituer à R son expression en p pour que les équations (136) contiennent explicitement les deux fonctions inconnues p, α, seules distinctes ou parfaitement caractéristiques du mode de distribution des pressions aux points considérés (r, θ). D'après la formule (68bis) [p. 58], on peut prendre simplement

$$(138) \quad \dots \dots \dots \quad R = K + ap,$$


Digitized by Google

K et a étant deux constantes, toutes les fois qu'il s'agit d'une masse homogène plastique ou pulvérulente : dans ce dernier cas,

(138bis) . . . . $a = \sin \varphi, \quad K = 0,$

tandis que, pour un corps malléable, on aurait sensiblement

(138ter) . . . . $a = 0, \quad R = K.$

Si l'on appelle R' la dérivée $\frac{dR}{dp}$, et qu'on remplace $\frac{dR}{dr}, \frac{dR}{d\theta}$ par $R'\frac{dp}{dr}, R'\frac{dp}{d\theta}$, les deux équations (136), résolues ensuite par rapport à $\frac{dp}{dr}, \frac{dp}{d\theta}$, donnent aisément :

(139) . . . . $$\left\{\begin{aligned} &\frac{1 - R'^2}{R}\frac{dp}{dr} = -\frac{2}{r}(\cos 2\alpha - R')\left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right) - \frac{d\cos 2\alpha}{dr}, \\ &\frac{1 - R'^2}{R}\frac{dp}{d\theta} = -2(\sin 2\alpha)\left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right) - 2r(\cos 2\alpha + R')\frac{d\alpha}{dr}. \end{aligned}\right.$$

Les premiers membres de celles-ci sont les deux dérivées respectives, par rapport à r et à θ, de la fonction $\int \frac{1 - R'^2}{R} dp$: leurs seconds membres devront donc satisfaire à la condition d'intégrabilité qu'on obtient en égalant la dérivée du premier d'entre eux par rapport à θ à celle du deuxième par rapport à r. Quand R' est une constante ou que R est de la forme (138), cette condition d'intégrabilité ne contient que l'inconnue α : on s'en servira pour déterminer α, et les deux équations (139), respectivement multipliées par dr, $d\theta$, ajoutées et intégrées, donneront ensuite p.

50. Appliquons d'abord les relations précédentes au cas où la masse soumise à des déformations planes l'est de la même manière tout autour de l'axe des z, comme il arriverait pour une masse annulaire cylindrique dont la surface intérieure, de rayon r_0, et la surface extérieure, de rayon r_1, éprouveraient des pressions ayant leurs deux composantes, normale et tangentielle, constantes sur toute l'étendue de chacune. Équilibre-limite d'une masse annulaire.

Alors p, α ne dépendent pas de θ; il en est par suite de même, d'après (134), de N_r, N_θ, T, et la seconde équation (137), multipliée par $r^2 dr$ et intégrée, donne

(140) . . . . . . $Tr^2 = \text{une const } c, \quad \text{ou} \quad -R\sin 2\alpha = \frac{c}{r^2}.$



La constante c se détermine immédiatement quand on connaît la force tangentielle T appliquée à l'unité d'aire de l'une des deux surfaces, intérieure ou extérieure, de l'anneau.

On déduit de (134) et (140)

$$(141) \quad \ldots\ldots \quad N_r - N_\theta \quad \text{ou} \quad -2R\cos 2\alpha = \mp 2\sqrt{R^2 - \frac{c^2}{r^4}}.$$

Le radical prend le signe supérieur — ou le signe inférieur + suivant que N_r est plus petit ou plus grand que N_θ : d'après les équations générales (β) [p. 100], le premier cas se présente quand les lignes matérielles dirigées le long des rayons r se contractent et que par suite les fibres circulaires qui leur sont normales se dilatent, ou quand la matière s'éloigne de l'axe de symétrie; le second cas se présente, au contraire, quand elle s'en rapproche.

Enfin, la première formule (137) devient

$$(142) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{dN_r}{dr} = \pm \frac{2}{r}\sqrt{R^2 - \frac{c^2}{r^4}};$$

c'est une équation différentielle du premier ordre en p et en r, car N_r y a la valeur $-p - R\cos 2\alpha = -p \mp \sqrt{R^2 - \frac{c^2}{r^4}}$ et de plus R est une fonction connue de p. Son intégration déterminera p, et par suite N_r, N_θ, en tous les points, pourvu qu'on donne la composante normale $-N_r$ de la pression exercée sur l'une des deux surfaces, intérieure ou extérieure.

On voit que les équations de l'équilibre-limite déterminent parfaitement les pressions exercées en tous les points de l'anneau, si l'on connaît celles que supporte une seule de ses deux surfaces, concave ou convexe.

Dans le cas particulier d'un corps malléable, pour lequel $R = K$, l'équation (142) devient aisément $dp = \mp K \frac{d.Kr^2}{\sqrt{(Kr^2)^2 - c^2}}$, et une intégration immédiate, en appelant p_0 la valeur de p pour $r = r_0$, donne

$$(143) \quad \ldots\ldots\ldots \quad p - p_0 = \pm K \log \frac{Kr_0^2 + \sqrt{K^2 r_0^4 - c^2}}{Kr^2 + \sqrt{K^2 r^4 - c^2}}.$$


Digitized by Google

Quelle que soit l'expression de R, mais si l'on sait que T s'annule sur l'une des deux surfaces, intérieure ou extérieure, la formule (140) se réduit partout à $Tr^2 = c = 0$. Soit alors R′ la dérivée de R par rapport à p; la relation (142), multipliée par $\frac{dr}{R}$ et intégrée après y avoir substitué $p \pm R$ à $-N_r$, devient aisément :

$$(144) \quad \int_{p_0}^{p} \frac{1 \pm R'}{R} dp = \pm 2 \log \frac{r_0}{r}.$$

Celle-ci, dans les cas où $R = K + ap$, donne, 1° si a n'est pas nul,

$$(145) \quad \frac{K + ap}{K + ap_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\frac{\pm 2a}{1 \pm a}},$$

2° si a s'annule ou que $R = K$,

$$(146) \quad p - p_0 = \mp 2K \log \frac{r}{r_0},$$

formule évidemment comprise dans (143).

Ce dernier cas $a = 0$, particulièrement important à considérer, est celui d'un corps plastique. Appelons alors

$$P_0$$

la pression normale appliquée à l'unité d'aire de la surface intérieure de l'anneau, c'est-à-dire la valeur de $-N_r = p \pm K$ pour $r = r_0$. On aura $p_0 \pm K = P_0$, ou $p = P_0 \mp K + (p - p_0)$, et par suite, vu la valeur (146) de $p - p_0$ et les expressions $p \pm K$, $p \mp K$ de $-N_r$, $-N_\theta$:

$$(147) \quad p = P_0 \mp K\left(1 + 2\log\frac{r}{r_0}\right), \quad -N_r = P_0 \mp 2K \log\frac{r}{r_0}, \quad -N_\theta = P_0 \mp 2K\left(1 + \log\frac{r}{r_0}\right).$$

Les signes supérieurs correspondent, comme il a été dit, au cas où la matière de l'anneau s'éloigne de l'axe, les signes inférieurs au cas où elle s'en rapproche.

51. Les formules (147), que M. de Saint-Venant avait déjà déduites des équations (137) (*), ne conviennent, en toute rigueur, que pour les défor- Application à la théorie de M. Tresca sur le poinçonnage.

(*) Mémoire du 15 avril 1872, cité ci-dessus p. 103.

Digitized by Google

mations planes dans lesquelles les couches conaxiques ou cylindriques conservent leur hauteur et s'éloignent ou se rapprochent les unes des autres sans cesser d'être normales aux mêmes lignes matérielles. Mais, si l'on admet, comme hypothèse la plus simple possible, que la différence $F_1 - F_3$ des deux forces principales extrêmes est une quantité sensiblement constante 2K pour un corps à l'état plastique, même quand ses déformations ne sont pas planes, et si $-p$ désigne la demi-somme de F_1, F_3, les relations (147) résulteront encore de cette condition $F_1 - F_3 = 2K$ et de l'équation exprimant l'équilibre d'un élément de volume suivant les rayons r, dans toutes les circonstances où la direction des rayons r sera celle d'une des forces principales extrêmes et où les plans méridiens seront des plans de symétrie ne supportant qu'une pression normale, $-N_\theta$, assez peu différente en chaque point de l'autre force principale extrême.

C'est ce qui arrive, en premier lieu, pour un anneau posé sur un plan poli et dont la surface intérieure, de rayon r_0, est soumise par unité d'aire à une pression P_0 qui la distend, tandis que la surface convexe, de rayon r_1, et la base supérieure sont libres. Alors N_θ est la plus grande des forces principales, N_r la plus petite; parce que les lignes matérielles les plus tendues sont, en exceptant peut-être quelques endroits exceptionnels, les circonférences de rayon r décrites autour de l'axe, tandis que les plus contractées sont les rayons r. Il faut donc prendre les formules (147) avec leurs signes supérieurs, et il vient en particulier, comme condition exprimant que $-N_r$ s'annule pour $r = r_1$,

$$(148) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad P_0 = 2K \log \frac{r_1}{r_0}.$$

Le même fait, consistant en ce que N_r, N_θ ne diffèrent pas beaucoup des deux forces principales extrêmes, se produit aussi à peu près, au moins entre certaines limites assez étendues, quand l'anneau, toujours posé sur un plan solide et soumis sur sa surface concave, de rayon r_0, à une pression P_0 par unité d'aire, a sa surface extérieure, de rayon r_1, maintenue invariable au moyen d'une enveloppe rigide et polie qui l'entoure, tandis que la base supérieure supporte une pression totale plus ou moins grande, dont

Digitized by Google

désignera le quotient par l'aire $\pi(r_1^2 - r_0^2)$ de cette base. Alors la matière se dilate à la fois ou se contracte à la fois, et en moyenne presque également, dans deux sens rectangulaires normaux aux rayons r, tandis qu'elle éprouve par suite, suivant les rayons r, une contraction ou une dilatation moyennement doubles. On a donc presque $N_z = N_0$, c'est-à-dire que les éléments plans parallèles aux bases de l'anneau supportent des tractions N_z (positives ou négatives) assez peu différentes de celles qu'éprouvent, aux mêmes points, les plans méridiens; et la troisième formule (147) donne

(149) . . . . $-N_z$ ou $-N_0 = P_0 \mp 2K\left(1 + \log\frac{r}{r_0}\right)$.

D'ailleurs, la condition exprimant l'équilibre, dans le sens de l'axe, de la portion d'anneau comprise entre la base supérieure et une section horizontale quelconque, exige que la pression totale, $\pi(r_1^2 - r_0^2)\,P_z$, supportée par la base considérée, égale la somme, $2\pi\int_{r_0}^{r_1}(-N_z)\,rdr$, des pressions exercées sur la section entière. On a donc

$$\pi(r_1^2 - r_0^2)\,P_z = \int_{r_0}^{r_1}(-N_z)\,2\pi r dr = (P_0 \mp 2K)\,\pi(r_1^2 - r_0^2) \mp K\pi r_0^2 \int_{r_0}^{r_1} \frac{d}{dr}\left[\frac{r^2}{r_0^2}\left(-1 + \log\frac{r^2}{r_0^2}\right)\right] dr,$$

et la pression *moyenne* P_z, exercée sur l'unité d'aire d'une base de l'anneau, est représentée par

(150) . . . . $P_z = P_0 \mp K\left(1 + \frac{2r_1^2}{r_1^2 - r_0^2}\log\frac{r_1}{r_0}\right)$.

Si cette pression moyenne P_z, exercée sur les bases, est assez forte pour écraser l'anneau en faisant décroître son rayon intérieur r_0, on prendra les signes inférieurs, et cette formule donnera

(151) . . . . $P_z = P_0 + K\left(1 + \frac{2r_1^2}{r_1^2 - r_0^2}\log\frac{r_1}{r_0}\right)$.

Le cas contraire où la base supérieure de l'anneau serait libre peut être aussi, avec quelque approximation, déduit de (150) en posant $P_z = 0$. Supposons en outre que le mouvement dilate alors les circonférences matérielles


Digitized by Google

de rayon r décrites autour de l'axe, ou qu'il faille prendre les signes supérieurs : il viendra

$$(152) \quad \ldots \ldots \quad P_0 = K\left(1 + \frac{2r_1^2}{r_1^2 - r_0^2}\log\frac{r_1}{r_0}\right).$$

Les formules (148), (151), (152) ont été trouvées (tout autrement que ci-dessus) par M. Tresca, créateur de la plasticodynamique, qui les a données dans son Mémoire *Sur le poinçonnage des métaux et la déformation des corps solides* (Recueil des savants étrangers de l'Académie des sciences de Paris, t. XX, 1872, pp. 160 à 222 du mémoire).

Il y considère notamment un bloc cylindrique de plomb ou d'étain de rayon r_1, posé sur un plan rigide et soumis sur le milieu de sa base supérieure à l'action d'un poinçon également cylindrique d'un rayon plus petit r_0; le reste de la base supérieure du bloc est libre, tandis que sa surface latérale est tantôt libre, tantôt rendue horizontalement inextensible au moyen d'un cylindre extérieur rigide qui l'entoure. Un calcul exact de la répartition des pressions à l'intérieur du bloc étant inabordable, M. Tresca suppose, ce qui doit être peu éloigné de la vérité, que le cylindre de matière, de rayon r_0, situé sous le poinçon, éprouve un écrasement uniforme jusqu'à une certaine distance du poinçon, en sorte que la pression exercée par l'unité d'aire de celui-ci se transmette à tous les éléments plans horizontaux de ce cylindre central : par suite, tous les éléments plans verticaux du cylindre central considéré supportent la même pression diminuée de 2K.

Sous l'influence de cette dernière pression, l'anneau de rayon $r_1 - r_0$, qui entoure le cylindre central, se dilate latéralement, et dans les conditions auxquelles répond la formule (148), ou, à peu près, la formule (152), suivant que le bloc poinçonné a sa surface latérale libre ou de rayon invariable. Dans les deux cas, la pression exercée par l'unité d'aire de la base du poinçon vaut à chaque instant $P_0 + 2K$, et la force totale, *mesurable,* F, *qui pousse le poinçon,* a pour valeur $(P_0 + 2K)\pi r_0^2$, c'est-à-dire :

$$(153) \quad \ldots \quad F = 2K\pi r_0^2\left(1 + \log\frac{r_1}{r_0}\right) \text{ (surf. latér. libre)},$$

$$(153^{bis}) \quad \ldots \quad F = K\pi r_0^2\left(3 + \frac{2r_1^2}{r_1^2 - r_0^2}\log\frac{r_1}{r_0}\right) \text{ (surf. lat. inextensible)}.$$


Digitized by Google

Toutefois, quand un orifice de mêmes dimensions transversales que le poinçon est percé, vis-à-vis du poinçon même, dans le plan fixe qui supporte le bloc, il arrive un moment où le cylindre central, alors réduit à une hauteur assez petite h, éprouve moins de résistance à sortir par cet orifice, en glissant le long de la surface intérieure $2\pi r_0 h$ de l'anneau qui l'entoure, qu'à continuer à étendre latéralement celui-ci, et où par suite la pression du poinçon détermine l'expulsion du cylindre central. A ce moment, deux lignes verticales contiguës, prises, suivant un même plan méridien, l'une dans le cylindre central, l'autre dans l'anneau, glissent évidemment l'une devant l'autre plus que deux éléments rectilignes parallèles et voisins ayant toute autre orientation, de manière que leur glissement mutuel est maximum, ainsi, par suite, que la force tangentielle exercée, sur la surface intérieure de l'anneau, parallèlement à ses génératrices. Les formules (32) [p. 32], toujours applicables en un point quelconque d'un milieu, dans le plan qui contient les deux forces principales extrêmes F_1, F_3, pourvu que $-p$ y désigne leur demi-somme $\frac{1}{2}(F_1+F_3)$, montrent que cette force tangentielle maximum vaut leur demi-différence $\frac{1}{2}(F_1-F_3)=R$, c'est-à-dire K lorsqu'il est question d'un corps plastique. La résistance qu'éprouve le cylindre central à sortir par l'orifice en glissant contre l'anneau qui l'entoure est donc le produit de K par la surface de contact $2\pi r_0 h$; et la pression du poinçon surmonte cette résistance, désormais moindre que la résistance à l'écrasement, ou détermine la formation et la sortie de la *débouchure,* dès que le produit $2\pi r_0 h$K cesse de dépasser le second membre de (153) ou (153bis). La débouchure se forme donc à l'instant où la force F, sur le point de décroître, est exprimée tout à la fois, soit par (153) ou (153bis), soit par $2\pi r_0 h$K; et sa hauteur h vaut par suite, respectivement :

$$(154) \quad \ldots\ldots \quad h = r_0\left(1+\log\frac{r_1}{r_0}\right) \text{ (surf. lat. du bloc, libre)},$$

$$(154^{bis}) \quad \ldots\ldots \quad h = r_0\left(\frac{3}{2}+\frac{r_1^2}{r_1^2-r_0^2}\log\frac{r_1}{r_0}\right) \text{ (surf. lat. inextensible)}.$$

M. Tresca étudie encore l'écoulement d'un bloc ductile de rayon r_1 remplissant un vase cylindrique percé en son fond d'un orifice circulaire de rayon r_0 coaxique au vase, sous la poussée F d'un piston qui recouvre toute


Digitized by Google

sa base supérieure. Le cylindre central de rayon r_0, dans sa partie voisine du fond du vase et qui est à l'état plastique, ne supporte presque aucune pression sur ses éléments plans horizontaux, en sorte que ses éléments plans verticaux, normalement auxquels la matière se contracte, éprouvent une pression égale à 2K. Celle-ci est donc la valeur de la poussée P_0 s'exerçant par unité d'aire, aux mêmes niveaux, sur la surface intérieure de l'anneau de rayon $r_1 - r_0$ qui entoure le cylindre central. La formule (151) convient à ce cas puisque les fibres circulaires de rayon r se contractent; et elle donne la pression totale appliquée à une section horizontale $\pi(r_1^2 - r_0^2)$ de l'anneau, pourvu qu'on y fasse $P_0 = 2K$ et qu'on la multiplie par l'aire $\pi(r_1^2 - r_0^2)$. Comme d'ailleurs les éléments plans horizontaux du cylindre central qui sont sur la même section ne supportent que des actions insensibles, cette force totale représente la poussée F exercée par le piston. On a donc

$$(155) \quad \ldots\ldots\ldots \quad F = \pi(r_1^2 - r_0^2)\,K\left(3 + \frac{2r_1^2}{r_1^2 - r_0^2}\log\frac{r_1}{r_0}\right).$$

Au moyen des formules (153), (153bis), (155), et en mesurant directement, dans chaque cas, r_0, r_1, F, M. Tresca a déterminé, pour le plomb, un assez grand nombre de valeurs de K. Ces valeurs, égales en moyenne à 200 kilogrammes par centimètre carré, ont été remarquablement concordantes (vu la nature des recherches), surtout si l'on ne considère que les deux dernières séries d'expériences, faites avec un soin particulier. Elles n'ont varié, pour ces deux séries, que de 190 à 211 dans les cas des formules (153), (155), qui paraissent les mieux justifiées, et elles n'ont été un peu plus inégales (variables de 176 à 221) que dans le cas de la formule (153bis) [voir le tableau de la page 191 du mémoire sur le poinçonnage]. M. Tresca a reconnu aussi l'exactitude de la formule (154), qui donne la hauteur des débouchures formées dans des blocs d'une suffisante épaisseur et assez larges pour que le poinçon n'en écrase presque que le cylindre central : ses expériences ont porté à cet effet (p. 215) sur le plomb, la cire à modeler, diverses pâtes céramiques, l'étain et même le cuivre et le fer (*).

De la poussée exercée par une masse sablonneuse sur un corps qu'on y enfonce ou qu'on en retire.

(*) La division *fictive* d'un bloc poinçonné en un cylindre central et un anneau qui, bien que contigus, sont censés soumis à des modes de déformation très-distincts, a pour but de

52. Mais revenons aux équations (139) [p. 137]. Leur intégration peut s'effectuer dans les deux cas, assez généraux, pour lesquels on a, soit $\frac{dx}{d\theta} = 0$, soit $\frac{dx}{dr} = 0$.

Des cas où l'inclinaison de la force F_3 sur le rayon r est invariable, soit en tous les points également distants du pôle, soit tout le long d'un même rayon r.

Je n'insisterai guère sur le premier, qui ne me paraît présenter de l'intérêt que lorsqu'il se confond avec celui dont il a été question au numéro 50, c'est-à-dire quand la dérivée $\frac{dp}{d\theta}$ s'annule en même temps que $\frac{dx}{d\theta}$. On trouve, en supposant R′ invariable et appelant c, c' deux constantes arbitraires, que les valeurs de α, p y résultent des formules

$$(156) \quad \log \frac{r^2}{c} + \int \frac{(\cos 2\alpha + R')\, d.2\alpha}{\sin 2\alpha - c'} = 0, \quad (1 - R'^2) \int \frac{dp}{R} = -2c'\theta + 2R' \log r - \int \frac{d.r^2 \cos 2\alpha}{r^2}.$$

La première équation (156) s'obtient sous forme finie, et elle se réduit même : 1° à $r^2 \sin^{1+R'} \alpha \cos^{1-R'} \alpha = c$ quand $\frac{dp}{d\theta}$ ou c' s'annulent (comme il

rendre simple un problème inabordable à l'analyse, en introduisant une brusque discontinuité là où il n'existe réellement qu'un changement rapide dans le mode de distribution des pressions.

Elle est moins hardie et plus justifiable que celle qu'a faite Macquorn-Rankine, aux n°s 20 et 21 de son mémoire *On the stability of loose Earth*, pour évaluer la poussée éprouvée par la base inférieure d'un prisme vertical solide qu'on enfonce dans un massif sablonneux à surface supérieure horizontale, ou que l'on en retire. L'illustre professeur écossais distingue dans le massif, immédiatement au-dessous du plan de la base inférieure du prisme immergé : 1° une partie centrale, limitée latéralement par le prolongement des faces verticales du prisme, et où il admet qu'un état ébouleux uniforme se produit, par détente ou par contraction des lignes perpendiculaires à ces faces suivant que le cylindre descend ou monte; 2° une partie extérieure, dont il suppose encore l'état ébouleux uniforme, mais produit au contraire respectivement par compression ou par détente dans le sens horizontal. Il admet donc, non-seulement que les éléments matériels rectilignes horizontaux ou verticaux conservent un instant leurs directions, mais aussi qu'ils passent brusquement, quand on traverse le prolongement des faces latérales du prisme, d'un état de dilatation uniforme et finie à un état de contraction également uniforme et finie. L'égalité des pressions exercées sur les deux faces du prolongement considéré exige d'ailleurs que la force principale horizontale soit une même quantité de part et d'autre; par suite, d'après la formule ($66'''$) [p. 55], la force principale s'exerçant sur les éléments plans horizontaux vaudra, d'un côté, le produit de cette quantité par $\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}$, de l'autre, le produit de la même quantité par $\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}$, et elle variera brusquement dans le rapport de 1 à $\left(\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\right)^2 = \text{tg}^4\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$. Cette force étant, à l'extérieur, le poids $\rho g h$ de la colonne de sable de hauteur h que supporte par unité d'aire le plan de la base du prisme, elle vaudra, sous cette base même, $\left(\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\right)^2 \rho g h$ ou $\left(\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}\right)^2 \rho g h$ suivant que le prisme est en train de descendre ou de monter. Macquorn-Rankine trouve donc que *la poussée éprouvée par un prisme solide qu'on plonge dans du sable ou qu'on en retire égale le produit du poids du sable déplacé par le facteur* $\left(\frac{1\pm\sin\varphi}{1\mp\sin\varphi}\right)^2$, *$\varphi$ étant l'angle de frottement intérieur du sable.*

Digitized by Google

arrive si p ne change pas pour θ croissant de 2π); 2° à $r^2(\sin 2\alpha - c') = c$ ou $r^2 \sin 2\alpha = c + c'r^2$, quand $R' = 0$; et alors, $r^2 \cos 2\alpha$ valant $\pm \sqrt{r^4 - (c + c'r^2)^2}$, on peut mettre également sous forme finie la seconde (156), qui, sans cela, serait seulement ramenée à un calcul de quadratures.

Le second cas, plus important, est caractérisé par cette circonstance, que l'inclinaison α de la force principale la plus petite F_3 sur le rayon vecteur r est invariable le long d'un même rayon, ou a sa dérivée par rapport à r nulle. Supposons donc $\frac{d\alpha}{dr} = 0$. La condition d'intégrabilité dont il a été parlé à la fin du n° 49 sera

$$(157) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{d}{d\theta}\left[(\cos 2\alpha - R')\left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right)\right] = 0.$$

Elle s'intègre immédiatement par rapport à θ, et il en est de même de la première (139) par rapport à r, si on la divise préalablement par $\cos 2\alpha - R'$.

Mais bornons-nous au cas où $R' =$ constante. Alors l'expression $(\cos 2\alpha - R')\left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right)$ ne dépend pas de r, et, si l'on appelle c une constante arbitraire, l'équation (157) revient à poser

$$(158) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\cos 2\alpha - R')\left(1 + \frac{d\alpha}{d\theta}\right) = c - R'.$$

On en tire

$$(159) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{d\theta}{d\alpha} = \frac{\cos 2\alpha - R'}{c - \cos 2\alpha}, \quad \frac{d(\alpha + \theta)}{d\alpha} = \frac{c - R'}{c - \cos 2\alpha},$$

abstraction faite de la solution singulière

$$(159^{bis}) \quad \ldots\ldots \quad c - \cos 2\alpha = 0 \quad \text{ou} \quad \operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{\frac{1 - c}{1 + c}}.$$

L'intégration de la deuxième (159) donne : 1° quand c est en dehors des deux limites ± 1,

$$(160) \quad \ldots\ldots \quad \operatorname{tg}\left[\frac{\sqrt{c^2 - 1}}{c - R'}(\alpha + \theta - \text{const})\right] = \frac{\sqrt{c^2 - 1}}{c - 1} \operatorname{tg} \alpha;$$

Digitized by Google

2° quand c est compris entre ± 1, la formule

$$(161) \quad \ldots \quad \text{tg hyp}\left[\frac{\sqrt{1-c^2}}{c-R'}(\alpha+\theta-\text{const})\right] = -\frac{\sqrt{1-c^2}}{1-c}\text{tg}\,\alpha$$

pour les valeurs de tg α comprises entre $\mp\sqrt{\frac{1-c}{1+c}}$, et la formule

$$(162) \quad \ldots \quad \text{cotg hyp}\left[\frac{\sqrt{1-c^2}}{c-R'}(\alpha+\theta-\text{const})\right] = -\frac{\sqrt{1-c^2}}{1-c}\text{tg}\,\alpha$$

pour les valeurs de tg α extérieures aux limites $\mp\sqrt{\frac{1-c}{1+c}}$ (*).

Les équations (139), en tenant compte de (158) et (159), deviennent

$$\frac{1-R'^2}{R}\frac{dp}{dr} = (R'-c)\frac{d.\log r^2}{dr},$$

$$\frac{1-R'^2}{R}\frac{dp}{d\theta} = (c-R')\frac{d\log(\cos 2\alpha - R')}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{d\alpha} = (R'-c)\frac{d\log(c-\cos 2\alpha)}{d\theta}:$$

respectivement multipliées par dr, $d\theta$, puis ajoutées et intégrées en appelant p_0 la valeur de p au point où r et α ont deux valeurs déterminées r_0, α_0, elles donnent enfin

$$(163) \quad \ldots\ldots \quad (1-R'^2)\int_{p_0}^{p}\frac{dp}{R} = \log\left[\frac{r_0^2}{r^2}\frac{c-\cos 2\alpha_0}{c-\cos 2\alpha}\right]^{c-R'}.$$

Pour un même mode d'équilibre, les angles θ, α varient avec continuité d'un point du massif aux points voisins. Par suite, dans le cas de la formule (160), les quantités α, $\frac{\sqrt{c^2-1}}{c-R'}(\alpha+\theta-\text{const})$, dont les tangentes gardent entre elles un rapport fini constant, deviendront à la fois, soit multiples pairs de $\frac{\pi}{2}$, soit multiples impairs de $\frac{\pi}{2}$, et l'une d'elles ne pourra croître de π sans que l'autre varie aussi de π.

D'ailleurs, quoique l'on puisse, dans (160), donner à α et à θ toutes les valeurs de $-\infty$ à $+\infty$, ces variables resteront comprises, dans chaque

(*) On sait qu'on appelle sinus hyperbolique, cosinus hyperbolique, tangente hyperbolique et cotangente hyperbolique d'un arc x les fonctions

$$\sin\text{hyp}\,x = \frac{e^x-e^{-x}}{2},\quad \cos\text{hyp}\,x = \frac{e^x+e^{-x}}{2},\quad \text{tg hyp}\,x = \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}},\quad \text{cotg hyp}\,x = \frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}.$$

Digitized by Google

mode d'équilibre, entre des limites restreintes. En effet, la constante R', pour une masse plastique ou pulvérulente quelconque, est toujours moindre que 1, ou égale au sinus d'un angle aigu positif φ, et la première relation (159) montre que θ devient maximum ou minimum pour les valeurs de α qui rendent $\cos 2\alpha$ égal à R' ou $\sin \varphi$: *le massif ne s'étend donc jamais des deux côtés d'un rayon r sur lequel on aurait* $\cos 2\alpha = \sin \varphi$; il est forcément compris tout entier dans un angle dièdre tel, que $\cos 2\alpha$ reste, à son intérieur, constamment plus grand ou constamment plus petit que $\sin \varphi = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$. En retranchant de α un multiple de π, ce qui ne change rien à la direction de la force principale F_3, on pourra se contenter de faire varier cet angle α, soit, de part et d'autre de zéro, entre les limites $\pm\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$, soit, de part et d'autre de $\frac{\pi}{2}$, entre les limites $\frac{\pi}{2} \pm \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$. Dans les deux cas, $\cos 2\alpha$, et $\frac{d\theta}{d\alpha}$, p, d'après (159) et (163), prendront les mêmes valeurs pour deux valeurs de α équidistantes de la moyenne zéro ou $\frac{\pi}{2}$, en sorte que le mode d'équilibre considéré sera symétrique par rapport au plan *médian*, mené suivant le troisième axe coordonné $0z$ et le rayon vecteur sur lequel on aura $\alpha = 0$ ou $= \frac{\pi}{2}$. Si la valeur moyenne de α est zéro, ou que $\cos 2\alpha - R'$ soit > 0, la pression principale maxima $-F_3$ sera, aux divers points du plan médian, contenue dans ce plan même ou dirigée suivant l'axe de symétrie de l'équilibre, et la matière s'y trouvera contractée dans le sens de cet axe, dilatée ou détendue dans le sens perpendiculaire. Si, au contraire, la valeur moyenne de α est $\frac{\pi}{2}$ ou que $\cos 2\alpha - R'$ soit < 0, c'est la pression principale la plus petite $-F_1$ qui, sur l'axe de symétrie ou sur le plan médian, est dirigée suivant cet axe, et la matière est dilatée le long de cet axe de symétrie, contractée dans le sens perpendiculaire. L'accroissement total de θ, lorsque α varie, à partir de sa valeur moyenne 0 ou $\frac{\pi}{2}$, jusqu'à la valeur extrême commune $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$, s'évalue aisément au moyen de (160). Le double de cet angle n'est autre, en valeur absolue, que l'angle dièdre A occupé par le massif quand celui-ci s'étend dans tout l'espace où $\cos 2\alpha - \sin \varphi$ conserve même signe; il a pour expressions, en prenant tous les arcs-tangente ou cotangente entre $\mp \frac{\pi}{2}$: 1°

$$(164) \quad \ldots \quad A = -\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + \frac{2(c - \sin \varphi)}{\sqrt{c^2 - 1}} \operatorname{arc\,tg}\left[\frac{\sqrt{c^2 - 1}}{c - 1} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right]$$

Digitized by Google

quand *il y a contraction de la matière le long de l'axe de symétrie de l'équilibre*, et 2°

$$(165) \quad . \quad . \quad . \quad A = \left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) - \frac{2(c - \sin\varphi)}{\sqrt{c^2 - 1}} \text{ arc cotg} \left[\frac{\sqrt{c^2 - 1}}{c - 1} \text{ tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right]$$

lorsqu'il y a, au contraire, détente de la matière le long de l'axe de symétrie.

Considérons actuellement les modes d'équilibre que représentent les formules (161) et (162). La tangente de l'angle α ne peut jamais y franchir les limites $\mp \sqrt{\frac{1-c}{1+c}}$; car les premiers membres de ces formules tendent vers les valeurs ± 1, sans les égaler, quand $\alpha + \theta$ croît indéfiniment en valeur absolue. Chacune des formules (161), (162) représente donc au moins un mode distinct d'équilibre, dans lequel α varie, à part un multiple de π, soit de part et d'autre de zéro, s'il s'agit de (161), soit de part et d'autre de $\frac{\pi}{2}$, s'il s'agit de (162), mais en tout dans un intervalle inférieur à π, quoique $\alpha + \theta$, θ reçoivent ainsi toutes les valeurs de $-\infty$ à $+\infty$: α devient sensiblement constant quand sa tangente est voisine de $\mp \sqrt{\frac{1-c}{1+c}}$, en sorte que la solution singulière (159bis) est comprise, comme cas limite intermédiaire, dans les solutions (161), (162).

En réalité, θ étant encore maximum ou minimum, d'après la première (159), pour les valeurs $\pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$, et $\frac{\pi}{2} \pm \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$ de α, c'est-à-dire pour celles qui annulent $\cos 2\alpha - R'$, α ne pourra varier au plus dans un même mode d'équilibre qu'entre $\pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ ou entre $\frac{\pi}{2} \pm \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$. Ces nouvelles limites ne coïncident généralement pas avec les précédentes $\pm$ arc tg $\sqrt{\frac{1-c}{1+c}}$, $\frac{\pi}{2} \pm$ arc tg $\sqrt{\frac{1+c}{1-c}}$, et les formules (161), (162) représenteront en réalité quatre modes d'équilibre. Le plus important à considérer, en vue de ce qui suit, est celui où $\cos 2\alpha - R'$ s'annule aux deux limites : quand c est inférieur à $\sin\varphi$, ou que arc tg $\sqrt{\frac{1-c}{1+c}}$ est $> \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$, c'est le mode qui correspond à (161) et où $\alpha = 0$ sur le plan médian, en sorte qu'il s'agit alors d'un mode d'équilibre avec contraction le long de l'axe de symétrie de l'équilibre; quand, au contraire, c est $> \sin\varphi$, ou que arc tg $\sqrt{\frac{1+c}{1-c}}$ est $> \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, c'est dans le cas de la formule (162), avec $\alpha = \frac{\pi}{2}$ sur le plan médian, que $\cos 2\alpha - R'$ s'annule aux deux limites, et alors le mode d'équilibre considéré est produit avec dilatation le long de l'axe. L'accroissement total de θ,


Digitized by Google

lorsque α varie encore, à partir de sa valeur moyenne 0 ou $\frac{\pi}{2}$, jusqu'à la valeur extrême commune $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}$, se calcule au moyen de (161) et (162). Le double de cet accroissement n'est autre, en valeur absolue, que l'angle dièdre A du massif, supposé remplir toute l'étendue dans laquelle $\cos 2\alpha - R'$ conserve même signe; il a pour expressions respectives : 1°

$$(166) \quad . \quad . \quad A = -\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right) - \frac{2(c-\sin\varphi)}{\sqrt{1-c^2}} \text{ arc tg hyp}\left[\frac{\sqrt{1-c^2}}{1-c}\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\right],$$

quand c est $< \sin\varphi$ et qu'*il y a contraction dans le plan bissecteur de l'angle dièdre ou le long de l'axe de symétrie de l'équilibre,* 2°

$$(167) \quad . \quad . \quad A = \left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right) - \frac{2(c-\sin\varphi)}{\sqrt{1-c^2}} \text{ arc cot hyp}\left[\frac{\sqrt{1-c^2}}{1-c}\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\right],$$

lorsque c est $> \sin\varphi$, ou qu'*il y a dilatation de la matière le long de l'axe de symétrie.*

Le seul, parmi tous les modes précédents d'équilibre-limite, pour lequel la force F_3 reprenne sa direction première quand θ croît de 2π, et qui puisse convenir au cas d'un massif entourant complétement le pôle O, est celui que représente la solution singulière (159bis). D'ailleurs, comme il faut, dans un pareil massif, que p retrouve aussi sa première valeur lorsque θ croît de 2π, la seconde formule (139), réduite à $\frac{1-R'^2}{R}\frac{dp}{d\theta} = -2\sin 2\alpha$, montre, à défaut de l'intégrale (163) devenue de forme indéterminée, que l'on doit même avoir alors $\sin 2\alpha = 0, c = \pm 1$. *La solution double déjà trouvée précédemment et à laquelle répond la formule (144) est donc la seule, de toutes celles où α ne dépend pas de r, qui puisse convenir à un massif entourant complétement l'axe Oz.* Les autres ne conviennent qu'à des massifs limités latéralement.

Équilibre-limite d'un massif comprimé entre deux plans rigides qui se coupent.

53. Considérons en particulier un massif limité par deux plans *rigides,* menés suivant l'axe Oz. Nous supposerons ces plans assez rugueux pour empêcher tout glissement fini des particules contiguës du massif. Si celui-ci est un corps plastique, ou que $R' = \sin\varphi = 0$, ses couches adjacentes aux plans n'éprouveront ni contraction, ni dilatation, et il en sera par suite de même, à cause du principe de la conservation des volumes, des fibres infi-

Digitized by Google

niment petites qui leur seront perpendiculaires; mais ces fibres éprouveront les unes par rapport aux autres les glissements maximums, et elles feront, comme on sait, des angles de 45° avec les dilatations principales ∂_1, ∂_3 ou avec les forces principales correspondantes F_1, F_3 : la condition spéciale aux parois sera donc, soit $\alpha = \pm \frac{\pi}{4}$, soit $\alpha = \pm \frac{3\pi}{4}$, c'est-à-dire, en somme, $\cos 2\alpha - R' = 0$. Si, au contraire, le massif est pulvérulent, l'angle de frottement extérieur vaudra φ, et la loi énoncée à la fin du n° 25 (p. 57) montre qu'on aura contre chacun des plans rugueux, en valeur absolue, $\alpha =$ soit $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$, soit $\pi - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$, c'est-à-dire encore la même condition spéciale $\cos 2\alpha - \sin\varphi = 0$ ou $\cos 2\alpha - R' = 0$.

Les seuls modes d'équilibre, considérés au numéro précédent, qui puissent convenir à un massif compris entre deux plans rugueux, sont donc ceux dans lesquels l'angle appelé ci-dessus A ne diffère pas, en valeur absolue, de l'angle même des deux plans. Et ces modes d'équilibre pourront bien, d'ailleurs, se présenter dans un tel massif, orienté de manière à avoir pour plan bissecteur de son angle le plan sur lequel α égale, suivant les cas, 0 ou $\frac{\pi}{2}$; car la condition spéciale aux parois s'y trouve identiquement satisfaite pour les deux valeurs extrêmes de θ.

Les cas où A est positif diffèrent, par un caractère important, de ceux où A est négatif. Observons que, lorsque α varie de 0 ou $\frac{\pi}{2}$ à $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$, l'expression (134) de T est négative. Par suite, si l'on conçoit, dans le massif, un coin de matière compris entre deux plans menés suivant Oz et également inclinés de part et d'autre du plan médian ou de l'axe de symétrie, l'action tangentielle exercée sur chaque face de ce coin par le reste du massif est dirigée vers l'arête Oz, quand A est positif et que cette action se confond pour la face du coin qui a l'angle θ le plus grand avec la force T considérée; elle est, au contraire, dirigée dans le sens du prolongement des rayons r correspondants, quand A est négatif. Dans le premier cas, les couches du massif voisines des plans solides glissent contre ces plans en s'éloignant de l'arête Oz, et on peut dire qu'il y a *écoulement divergent sur les deux faces;* dans le second cas, les couches superficielles considérées se rapprochent au contraire de Oz, ce que nous exprimerons en disant qu'il y a *écoulement convergent sur les deux faces*. Ainsi, *l'angle dièdre* A *des deux plans rigides est regardé comme*

Digitized by Google

positif, dans les formules (164) *à* (167), *quand la matière du massif voisine des deux plans solides s'éloigne de leur arête d'intersection, ou qu'il y a écoulement divergent sur les deux faces; au contraire, l'angle* A *est supposé négatif, dans les mêmes formules, quand la matière contiguë aux plans solides se rapproche de leur intersection, ou qu'il y a écoulement convergent sur les deux faces du massif.*

Lorsque α va de zéro ou $\frac{\pi}{2}$ à $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}$, θ croît ou décroît, d'après la première formule (159), suivant que $c - \cos 2\alpha$ est >0 ou <0; or $c-\cos 2\alpha$ conserve le même signe, dans tout cet intervalle, et vaut finalement $c-\sin\varphi$ ou $c - R'$. Par suite, A est positif quand c est plus grand que $\sin\varphi$ ou R', négatif quand c est plus petit que R'. La formule (163) montre donc que *la pression moyenne p varie, le long d'un même rayon r émané du sommet, en sens inverse de la distance r quand il y a écoulement divergent sur les deux faces, et dans le même sens que r quand l'écoulement sur les deux faces est convergent.* S'il y a contraction le long de l'axe, ou qu'on fasse varier α de 0 à $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}$, l'expression $c - \cos 2\alpha$, variant de $c-1$ à $c-\sin\varphi$, grandit ou diminue ainsi, en valeur absolue, suivant que $c-\sin\varphi$ est >0 ou <0; dans les deux cas, p décroît, d'après (163). Le contraire arriverait s'il y avait dilatation le long de l'axe ou qu'on fît varier α de $\frac{\pi}{2}$ à $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}$. Ainsi, *quand on s'éloigne de l'axe de symétrie ou du plan bissecteur du massif pour se rapprocher des côtés ou des faces, en se tenant à une même distance du sommet, la pression moyenne p croît ou décroît, suivant que l'équilibre-limite est produit avec dilatation ou avec contraction de la matière le long de l'axe.*

Cherchons enfin quelles valeurs il faut attribuer à c pour obtenir les modes d'équilibre-limite que comporte un massif dont on donne l'angle A, angle supposé d'ailleurs négatif ou positif suivant que les mouvements sur les deux faces doivent être *convergents* ou *divergents,* c'est-à-dire dirigés vers l'arête Oz ou dans le sens contraire.

Nous simplifierons les premières expressions (164), (165) de A en prenant, au lieu de c, un nouveau paramètre ε, compris entre $\mp\frac{\pi}{2}$, et lié à c par la relation

$$(168) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad c=\frac{1-\sin\varphi\sin\varepsilon}{\sin\varphi-\sin\varepsilon}.$$

Digitized by Google

La dérivée $\frac{dc}{d\varepsilon}$ vaut $\frac{\cos^2\varphi\cos\varepsilon}{(\sin\varphi-\sin\varepsilon)^2}$; elle est positive : donc ε grandit en même temps que c. Quand on fait varier ε de $-\frac{\pi}{2}$ à φ, c croît avec continuité de $+1$ à ∞ ; quand ε va de φ à $\frac{\pi}{2}$, c grandit de $-\infty$ à -1 : ainsi, à chaque valeur de c, comprise entre $-\infty$ et -1, 1 et ∞, il correspond une valeur de ε comprise entre $\mp\frac{\pi}{2}$, et une seule. Cela posé, on trouve aisément

$$c^2-1=\frac{\cos^2\varphi\cos^2\varepsilon}{(\sin\varphi-\sin\varepsilon)^2},\quad c-1=\frac{(1-\sin\varphi)(1+\sin\varepsilon)}{\sin\varphi-\sin\varepsilon},\quad c-\sin\varphi=\frac{\cos^2\varphi}{\sin\varphi-\sin\varepsilon}.$$

Les formules (164), (165) deviennent par suite :

$$(169)\quad . \ . \quad A=-\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)+\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right)\frac{\cos\varphi}{\cos\varepsilon}=\cos\varphi\left[\frac{\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right)}-\frac{\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}\right],$$

$$(170)\quad . \ . \quad A=\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)-\left(\frac{\pi}{2}+\varepsilon\right)\frac{\cos\varphi}{\cos\varepsilon}=\cos\varphi\left[\frac{\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)}-\frac{\left(\frac{\pi}{2}+\varepsilon\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\varepsilon\right)}\right].$$

De même, pour simplifier les expressions (166), (167) de A, nous appellerons ε' un paramètre positif tel, que

$$(168^{bis})\quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad c=\frac{\sin\varphi\cos\text{hyp}\,\varepsilon'\mp1}{\cos\text{hyp}\,\varepsilon'\mp\sin\varphi},$$

les signes supérieurs se rapportant aux valeurs de c comprises entre -1 et $\sin\varphi$, c'est-à-dire aux modes d'équilibre avec contraction le long de l'axe de symétrie, les signes inférieurs aux valeurs de c comprises entre $\sin\varphi$ et 1, ou aux modes d'équilibre avec dilatation le long de l'axe. La dérivée $\frac{dc}{d\varepsilon'}$ égale $\pm\frac{\cos^2\varphi\sin\text{hyp}\,\varepsilon'}{(\cos\text{hyp}\,\varepsilon'\mp\sin\varphi)^2}$: donc ε' croît, de zéro à ∞, quand c grandit de -1 à $\sin\varphi$ ou diminue de 1 à $\sin\varphi$, en sorte qu'à chaque valeur de c qui est à considérer dans les formules (166) et (167), il correspond une valeur positive de ε' et une seule. Or, si l'on substitue à c son expression (168bis), on trouve

$$1-c^2=\frac{\cos^2\varphi\sin\text{hyp}^2\varepsilon'}{(\cos\text{hyp}\,\varepsilon'\mp\sin\varphi)^2},\ 1-c=\frac{(1-\sin\varphi)(\cos\text{hyp}\,\varepsilon'\pm1)}{\cos\text{hyp}\,\varepsilon'\mp\sin\varphi},\ c-\sin\varphi=\frac{\mp\cos^2\varphi}{\cos\text{hyp}\,\varepsilon'\mp\sin\varphi},$$

Digitized by Google

et il vient finalement, pour tenir lieu de (166) et (167) :

$$(169^{bis}) \quad . \quad . \quad A = -\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right) + \frac{\varepsilon' \cos\varphi}{\sin \mathrm{hyp}\, \varepsilon'} = \cos\varphi \left[\frac{\varepsilon'}{\sin \mathrm{hyp}\, \varepsilon'} - \frac{\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)} \right],$$

$$(170^{bis}) \quad . \quad . \quad . \quad A = \left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right) - \frac{\varepsilon' \cos\varphi}{\sin \mathrm{hyp}\, \varepsilon'} = \cos\varphi \left[\frac{\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)} - \frac{\varepsilon'}{\sin \mathrm{hyp}\, \varepsilon'} \right].$$

Remarquons l'intime analogie qui existe entre ces formules et les précédentes (169), (170), quand on y regarde le paramètre ε' comme correspondant respectivement aux paramètres $\frac{\pi}{2} - \varepsilon$, $\frac{\pi}{2} + \varepsilon$, également positifs, mais variables seulement de 0 à π et non, comme ε', de 0 à ∞. L'analogie n'est pas moindre entre la double expression (168bis) de c et l'expression (168), qu'on pourrait écrire aussi

$$c = \frac{\sin\varphi \cos\left(\frac{\pi}{2} \mp \varepsilon\right) \mp 1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \mp \varepsilon\right) \mp \sin\varphi}.$$

Les formules (169), (169bis), relatives aux modes d'équilibre avec contraction le long de l'axe de symétrie, ne diffèrent d'ailleurs des formules (170), (170bis), concernant, au contraire, les modes d'équilibre avec dilatation le long de l'axe, que par les changements de φ en $-\varphi$ et de A en $-$A.

Il est aisé de voir en quoi les formules (169) et (169bis), (170) et (170bis), se complètent mutuellement. On sait que le rapport d'un arc à son sinus circulaire, d'abord égal à 1, croît sans cesse, jusqu'à l'infini, quand l'arc grandit de zéro à π, tandis qu'au contraire le rapport d'un arc à son sinus hyperbolique, d'abord égal à 1, décroît sans cesse, jusqu'à zéro, quand l'arc croît de zéro à ∞. Par suite, les deux rapports $\frac{\varepsilon'}{\sin \mathrm{hyp}\, \varepsilon'}$, $\frac{\frac{\pi}{2} \mp \varepsilon}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \mp \varepsilon\right)}$, quand on y fait varier ε' de zéro à l'infini et $\frac{\pi}{2} \mp \varepsilon$ de 0 à π, reçoivent à eux deux, une fois et une seule, les différentes valeurs comprises entre 0 et ∞.

Les expressions (169), (169bis) de A, qui représentent les angles dièdres de tous les massifs comportant un mode d'équilibre-limite avec contraction

Digitized by Google

le long de l'axe, ont donc pour valeurs extrêmes $-\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)$ et ∞. Ainsi, *tout massif dont l'angle* A *est supérieur à* $-\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)$ *peut présenter un mode d'équilibre-limite, et un seul, avec contraction de la matière le long de son axe, c'est-à-dire dans son plan bissecteur ;* et la valeur de c qui correspond à ce mode d'équilibre s'obtiendra en portant dans (168) ou (168bis) la racine unique ε ou ε' fournie par l'une ou par l'autre des équations (169), (169bis).

De même, les expressions (170), (170bis) de A varient de $-\infty$ à $\frac{\pi}{2}+\varphi$. Donc, *tout massif dont l'angle dièdre est inférieur à* $\frac{\pi}{2}+\varphi$ *comporte un mode d'équilibre-limite, et un seul, avec dilatation de la matière le long de l'axe de symétrie ou dans son plan bissecteur ;* et l'on obtient la valeur de c qui correspond à ce mode d'équilibre en portant dans (168) ou (168bis) la racine ε ou ε' tirée de (170) ou (170bis).

Les massifs dont l'angle est compris entre les deux limites $\varphi \pm \frac{\pi}{2}$ sont les seuls qui puissent, suivant les cas, présenter, tantôt un mode d'équilibre-limite avec contraction le long de l'axe, tantôt un mode d'équilibre-limite avec dilatation le long de l'axe.

Lorsqu'il y a contraction le long de l'axe et qu'en même temps A est positif, la matière située sur le plan bissecteur de l'angle dièdre que remplit le massif se rapproche évidemment de l'arête de cet angle, tandis que celle qui est contiguë aux faces s'éloigne de la même arête. Des mouvements inverses se produisent lorsqu'il y a dilatation le long de l'axe et que A est négatif. Ainsi, ces deux modes d'équilibre-limite répondent aux cas où des pressions inégales déterminent un double écoulement, entre les deux plans rigides supposés *fixes,* en refoulant la matière, soit du plan bissecteur vers l'arête et de l'arête vers les faces, soit des faces vers l'arête et de l'arête vers le plan bissecteur. Un tel écoulement est d'ailleurs possible quelle que soit la valeur absolue de l'angle A du massif, conformément au résultat obtenu.

Au contraire, lorsque A est négatif et qu'il y a contraction le long de l'axe, ou lorsque A est positif et qu'il y a dilatation le long de l'axe, les mouvements, de même sens sur les faces que sur le plan médian, sont partout convergents ou partout divergents. C'est ce qui arrive pour un massif comprimé entre deux plans rigides *mobiles autour de leur intersection,* quand la

Digitized by Google

force extérieure qui s'oppose à ce que leur angle grandisse est, ou assez petite pour que le massif, soumis d'ailleurs à certaines pressions intérieures, se détende latéralement en écartant les deux plans et se rapproche de l'arête, ou assez grande pour produire l'écrasement du massif en éloignant sa matière de l'arête. A cause des limites trouvées ci-dessus pour A, la détente dont il s'agit n'est possible, du moins dans la supposition faite que les pressions principales soient pareillement orientées tout le long d'un même rayon r émané de l'origine, que si l'angle A du massif est inférieur à $\frac{\pi}{2} - \varphi$ en valeur absolue; et l'écrasement latéral n'est possible, dans la même supposition, que si la valeur absolue de A est moindre que $\frac{\pi}{2} + \varphi$ (*).

(*) J'avais déjà résumé, dans deux articles des *Comptes rendus* de l'Académie des sciences de Paris (t. LXXX, 1er et 15 mars 1875), la plupart de ces résultats, auxquels j'étais parvenu par une voie moins simple.

Digitized by Google

NOTE COMPLÉMENTAIRE.

Sur la méthode de M. Macquorn-Rankine, pour le calcul des pressions exercées aux divers points d'un massif pesant que limite supérieurement une surface cylindrique à génératrices horizontales et qui est indéfini dans les autres sens; par M. J. Boussinesq.

Dans son mémoire, remarquable à plusieurs titres, *On the stability of loose Earth* (*), le regretté M. Macquorn-Rankine a donné une méthode ingénieuse pour l'étude des distributions planes des pressions à l'intérieur de masses pesantes quelconques en équilibre, et il a essayé, au moyen d'une hypothèse qui ramène analytiquement la question au problème classique du refroidissement d'une barre homogène, de l'employer dans la recherche des pressions produites aux divers points d'un massif sablonneux dont le profil supérieur est courbe. Quoique l'hypothèse dont il s'agit ne convienne pas pour un tel massif, on me saura peut-être gré de reproduire, en la simplifiant et la complétant au besoin, l'analyse de l'illustre ingénieur et professeur anglais. Du reste, un procédé graphique approché d'intégration, qu'il indique d'après sir William Thomson, et qu'il n'applique qu'à sa solution hypothétique, pourrait l'être tout aussi simplement, comme je le montre, aux vraies équations du problème.

Formule fondamentale de M. Macquorn-Rankine.

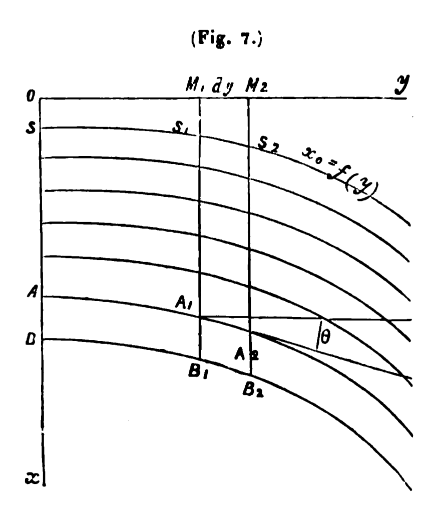
I. L'idée fondamentale de cette méthode consiste à décomposer le milieu en couches infiniment minces, *dont les deux faces ne soient soumises qu'à*

(*) *Sur la stabilité de la terre sans cohésion*, aux TRANSACTIONS PHILOSOPHIQUES DE LONDRES (1856-1857). M. Rankine y a établi notamment l'équation de l'état ébouleux (94, ci-dessus) et l'a appliquée au cas d'un massif pesant homogène limité supérieurement par un talus plan.


Digitized by Google

des pressions verticales. Une telle décomposition est toujours possible quand l'état du massif se trouve, comme on le suppose, symétrique par rapport au plan vertical des xy et le même aux divers points d'une perpendiculaire quelconque à ce plan. En effet, par raison de symétrie, tout élément de surface normal aux xy est alors soumis à une pression parallèle aux xy, tandis qu'un élément de surface parallèle au même plan des xy éprouve une pression normale à ce plan. Or, si l'on mène successivement, par un point du milieu, une infinité d'éléments de surface perpendiculaires aux xy et ayant toutes les inclinaisons possibles sur l'axe *horizontal* des y, la pression qu'ils supporteront, devant changer simplement de sens quand cette inclinaison augmentera de 180°, c'est-à-dire quand on considérera les deux forces égales et contraires appliquées aux deux faces d'un même élément plan, devra prendre aussi toutes les orientations possibles dans le plan des xy. Il passe donc, par chaque point du corps, un élément superficiel, perpendiculaire aux xy, qui est soumis à une pression verticale. En juxtaposant des infinités d'éléments de surface pareils, on formera une famille de cylindres ayant pour génératrices des normales au plan des xy et pour directrices, dans ce même plan, des courbes telles que AA_1A_2, BB_1B_2, (fig. 7) : chacune des couches que considère M. Rankine est comprise entre deux de ces cylindres ; des sections perpendiculaires à l'axe des y et infiniment voisines la divisent en filets élémentaires ayant pour profil des parallélogrammes mixtilignes tels que $A_1B_1B_2A_2$. On peut d'ailleurs supposer au massif, dans le sens normal aux xy, une largeur égale à l'unité, de manière à n'avoir à s'occuper que des deux coordonnées x, y, ou des dimensions parallèles au plan de symétrie xOy.

(Fig. 7.)



La propriété caractéristique des couches infiniment minces ABB_1A_1 consiste en ce que la pression exercée à travers la section verticale A_1B_1, menée par un quelconque de leurs points, est parallèle au profil de l'élément adjacent A_1A_2 d'une de leurs faces, ou est, en d'autres termes, tan-

gentielle à la couche, comme le serait la tension exercée à travers les sections verticales d'une membrane cylindrique flexible, ou simplement du fil auquel se réduirait la membrane si sa largeur devenait infiniment petite. En effet, les pressions que supportent les deux faces A_1A_2, B_1B_2 de l'élément de volume $A_1A_2B_2B_1$ sont verticales, appliquées sensiblement aux milieux de ces faces et passent par suite, sauf erreur négligeable, par le centre de gravité de l'élément de volume, comme son poids. Si donc les deux pressions exercées sur les faces A_1B_1, A_2B_2, pressions appliquées aussi aux milieux des faces considérées, et d'ailleurs, par raison de continuité, sensiblement égales et de sens inverse, n'étaient pas parallèles à A_1A_2, elles seraient les seules forces, sollicitant l'élément de volume, qui ne passeraient point par son centre de gravité, et elles le feraient tourner autour de ce centre parallèlement au plan des xy. Une pareille rotation ne pouvant avoir lieu puisque l'équilibre existe, la pression appliquée à la section verticale A_1B_1 d'une couche est bien parallèle au profil de ses deux faces (*). Par suite, *chaque couche pourra être assimilée à une membrane flexible, qu'on supposerait capable de résister à des pressions aussi bien qu'à des tensions* (**).

Un élément de couche $A_1B_1B_2A_2$ n'est soumis, dans le sens horizontal des y, à aucune autre force que les deux composantes normales des pressions, sensiblement opposées, qu'éprouvent les deux sections A_1B_1, A_2B_2.

(*) Au reste, cette proposition n'est que le cas particulier le plus simple du théorème connu, dit *de réciprocité*, d'après lequel, si l'on considère chacune des deux forces appliquées à l'unité d'aire de deux éléments plans menés par un même point, leurs projections respectives sur la normale à l'autre élément plan sont égales; quand la projection dont il s'agit est nulle pour l'une des forces, elle l'est donc aussi pour l'autre, et chacune d'elles est parallèle à l'élément plan que l'autre sollicite.

(**) Chacune de ces couches présente aussi une grande analogie avec une voûte en berceau, divisée, *par des plans de joint verticaux infiniment voisins, en tranches dont deux contiguës exercent l'une sur l'autre des actions réductibles à une seule force bien déterminée :* alors la courbe des centres de pression, au point où elle coupe un plan de joint quelconque, est tangente à la poussée que supporte ce plan (voir le cours de *Mécanique appliquée de M. Collignon*, t. Ier, n° 231, p. 409). On peut, afin de mieux saisir l'analogie, supposer la voûte réduite à une couche cylindrique infiniment mince, ayant pour profil la courbe même des centres de pression, et assimiler le reste de sa matière à une surcharge, qui exercerait sur les deux faces de cette couche des pressions verticales, positives sur la face supérieure, négatives sur la face inférieure.

Digitized by Google

L'équilibre exige donc que ces deux composantes soient égales : en d'autres termes, *la poussée exercée horizontalement à travers les sections verticales d'une même couche est constante.* M. Rankine la représente par dH, car il appelle

$$H$$

la somme de toutes les poussées pareilles supportées par la matière comprise entre la face supérieure SS_1 d'une première couche, dont l'équation $x_0 = f(y)$ est donnée, et la face supérieure AA_1 de la couche quelconque ABB_1A_1. La quantité H est donc, pour tout point A_1, ou (x, y), du plan xOy, la composante totale, dans le sens horizontal, de la pression exercée au-dessus du point A_1 à travers la section verticale S_1A_1 qu'on y suppose menée dans le massif : c'est une certaine fonction φ de x et de y, qui conserve la même valeur sur toute l'étendue de la surface de séparation de deux couches contiguës. Aussi M. Rankine appelle-t-il les surfaces pareilles à AA_1A_2 *des surfaces de poussée uniforme.* Si l'on résout par rapport à x l'équation $H = \varphi(x, y)$, on voit que l'ordonnée x d'un point devient une fonction de son abscisse y et du paramètre H. Par suite, toute fonction de x et de y pourra être censée dépendre de y et de H, qui seront désormais les deux variables indépendantes à considérer.

Il ne reste plus, pour avoir exprimé complétement l'équilibre d'un élément de couche $A_1B_1B_2A_2$, qu'à égaler à zéro la somme des actions verticales qui lui sont appliquées. Il y aura :

1° Les composantes verticales des poussées exercées sur A_1B_1 et sur A_2B_2. La première de ces poussées, parallèle à A_1A_2, a pour composante verticale le produit de sa composante horizontale dH par la tangente de l'inclinaison, θ, de A_1A_2 sur l'axe des y, c'est-à-dire par la dérivée partielle $\frac{dx}{dy}$; la composante verticale de la seconde, changée de signe, aura la même valeur augmentée de sa différentielle prise en passant de A_1B_1 à A_2B_2, c'est-à-dire en laissant H, dH invariables, et faisant croître y de la projection $M_1M_2 = dy$ de A_1A_2 sur Oy : la somme de ces deux composantes est donc

$$-\frac{d^2x}{dy^2}\,dy\,dH;$$

2° Les pressions exercées sur les deux éléments A_1A_2, B_1B_2 des faces de la couche; j'appellerai, avec M. Rankine,

$$X$$

la pression exercée au point (x, y) ou A_1 de la face supérieure et rapportée à l'unité de projection horizontale; la pression exercée sur A_1A_2 vaudra donc Xdy, tandis que la pression exercée sur B_1B_2, changée de signe, aura la même valeur augmentée de sa différentielle prise en passant de A_1A_2 à B_1B_2, ou en laissant invariables y, dy et faisant croître H de dH; la somme est

$$-\frac{dX}{dH}dHdy;$$

3° Le poids de l'élément de volume, c'est-à-dire, si l'on désigne par G le poids, supposé constant, de l'unité de volume du massif,

$$Gdy \,.\, A_1B_1 = Gdy\frac{dx}{dH}dH.$$

L'équation cherchée est donc

$$\left(-\frac{d^2x}{dy^2} - \frac{dX}{dH} + G\frac{dx}{dH}\right)dydH = 0,$$

ou bien

$$(\alpha) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{d}{dH}\left(x - \frac{X}{G}\right) = \frac{1}{G}\frac{d^2x}{dy^2}.$$

C'est la formule fondamentale de la théorie de M. Rankine (*).

Autre équation différentielle, résultant de la nature spéciale du massif.

II. Les conditions d'équilibre d'un élément de volume ne peuvent pas en donner d'autre, car nous les avons toutes considérées; et, cependant, il faudrait avoir deux équations distinctes pour calculer de proche en proche les variations des deux fonctions inconnues x et X, qui définissent l'état mécanique du milieu et qu'on doit supposer données directement pour $H = 0$, c'est-à-dire sur la surface initiale SS_1. Mais il était aisé de prévoir que, des

(*) Elle porte, dans son mémoire, le n° 25.

Digitized by Google

deux relations cherchées, une au moins ne pourrait pas se déduire des formules générales de l'équilibre et résulterait de la nature particulière du corps. En effet, la matière doit transmettre les pressions de différentes manières, suivant qu'elle est, soit à l'état *élastique*, et *solide*, *fluide*, ou *pulvérulente*, soit dans cet état d'*équilibre-limite* qu'on appelle *plastique* pour les solides, *ébouleux* pour les masses inconsistantes. Dans le premier cas, c'est-à-dire si le corps est à l'état élastique, la mise en compte des déformations qu'il a éprouvées à partir d'un état primitif fournit l'équation cherchée (*). Si, au contraire, l'équilibre est limite, il existe une relation sous forme finie entre les deux forces principales F_1, F_3, parallèles, en chaque point, au plan xy des déformations. Dans le cas de l'état ébouleux, auquel nous nous bornerons ici, le quotient de la différence de ces deux forces par leur somme vaut $-\sin\varphi$, égalité revenant à la formule (94) [p. 107] du mémoire précédent. Il n'y a donc plus qu'à exprimer, dans cette formule, N_1, N_2, T en fonction de x, X, ou de leurs dérivées.

Pour cela, observons d'abord que N_2 désigne, à part le signe, la pression normale, $\frac{dH}{A_1B_1} = \frac{1}{\frac{dx}{dH}}$, exercée sur l'unité d'aire de l'élément plan A_1B_1, ou que

$$N_2 = -\frac{1}{\frac{dx}{dH}}.$$

D'autre part, la force élastique appliquée à l'élément plan A_1A_2 a sa composante suivant les y nulle par construction et sa composante suivant les x désignée par $-$ X pour l'unité de projection horizontale dy, c'est-à-dire par $-$ X $\cos\theta$ pour l'unité d'aire. Or le théorème de réciprocité ou les formules connues, déduites de la considération du tétraèdre de Cauchy, qui expriment analytiquement ce théorème, permettent d'obtenir en N_1, N_2, T les deux composantes de l'action exercée sur l'unité de surface de l'élément

(*) Cette équation n'est autre que celle (28bis) ou (28ter) du mémoire précédent (p. 31); il ne resterait qu'à y substituer aux forces N_1, N_2, T, leurs valeurs obtenues ci-après (form. α') en X, $\frac{dx}{dH}$, $\frac{dx}{dy}$, et à y exprimer les dérivées prises dans le système de coordonnées rectangles x, y, ou le long d'éléments linéaires parallèles à Ox, Oy, en fonction de dérivées prises dans le système de coordonnées mixtes H et y : ces dernières dérivées sont les quotients respectifs des accroissements reçus le long d'éléments linéaires tels que A_1B_1, A_1A_2, divisés, les premiers, par dH, les seconds par dy.


Digitized by Google

plan A_1A_2, dont la normale fait avec les axes respectifs des x et des y des angles ayant pour cosinus $\cos\theta$, $\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)$, ou $\cos\theta$, $-\sin\theta$. Ces composantes sont

$$N_1\cos\theta - T\sin\theta,\quad T\cos\theta - N_2\sin\theta;$$

et il vient

$$T\cos\theta - N_2\sin\theta = 0,\quad N_1\cos\theta - T\sin\theta = -X\cos\theta,$$

c'est-à-dire

$$T = N_2\operatorname{tg}\theta,\quad N_1 = -X + N_2\operatorname{tg}^2\theta.$$

Si l'on tient compte de l'expression ci-dessus de N_2 et si l'on observe que $\operatorname{tg}\theta = \frac{dx}{dy}$, on aura donc :

$$(\alpha') \quad \ldots\ldots \quad N_2 = -\frac{1}{\frac{dx}{dH}},\quad T = -\frac{dx}{dy}\frac{1}{\frac{dx}{dH}},\quad N_1 = -X - \frac{dx^2}{dy^2}\frac{1}{\frac{dx}{dH}}.$$

Ces valeurs, portées dans la formule (94), donnent, en multipliant le résultat par $\left(\frac{dx}{dH}\cos\varphi\right)^2$ et groupant les termes semblables,

$$\left(X\frac{dx}{dH}\cos^2\varphi\right)^2 - 2\left(1+\sin^2\varphi - \frac{dx^2}{dy^2}\cos^2\varphi\right)\left(X\frac{dx}{dH}\cos^2\varphi\right) + \left(1+\frac{dx^2}{dy^2}\right)^2\cos^4\varphi = 0.$$

Résolvons enfin cette équation du second degré par rapport à $X\frac{dx}{dH}\cos^2\varphi$, puis effectuons des réductions qui résultent de l'égalité $\cos^2\varphi + \sin^2\varphi = 1$; il viendra finalement l'équation cherchée, *caractéristique de l'état ébouleux*,

$$(\beta) \quad \ldots\ldots \quad X\frac{dx}{dH}\cos^2\varphi = \left(1 \pm \sqrt{\sin^2\varphi - \frac{dx^2}{dy^2}\cos^2\varphi}\right)^2 \text{ (*)}.$$

(*) S'il s'agissait, non pas d'un état *ébouleux*, mais d'un état *plastique*, la différence des deux forces principales F_1, F_2 se réduirait à une quantité, 2K, sensiblement constante, au moins pour les matières beaucoup moins compressibles que déformables comme le sont toutes celles qui se laissent aisément pétrir. L'expression $4T^2 + (N_2 - N_1)^2$ vaudrait alors $4K^2$; et l'on aurait l'équation

$$\left(X\frac{dx}{dH}\right)^2 - 2\left(1-\frac{dx^2}{dy^2}\right)\left(X\frac{dx}{dH}\right) + \left(1+\frac{dx^2}{dy^2}\right)^2 - \left(2K\frac{dx}{dH}\right)^2 = 0,$$

qui, résolue par rapport à $X\frac{dx}{dH}$, devient

$$(\beta') \quad \ldots\ldots \quad X\frac{dx}{dH} = 1 - \frac{dx^2}{dy^2} \pm 2\sqrt{\left(K\frac{dx}{dH}\right)^2 - \left(\frac{dx}{dy}\right)^2}.$$

Digitized by Google

Le double signe, dans le second membre, correspond aux deux modes d'équilibre-limite qui peuvent se réaliser, suivant qu'on étudie soit un éboulement produit par détente horizontale des couches verticales du massif, soit, au contraire, un éboulement produit par l'écrasement latéral de ces mêmes couches, dont la matière reflue alors au-dessus de la surface libre de la masse pulvérulente. Le premier cas se présente à l'intérieur d'un massif dont le mur de soutènement commence à se renverser : alors, pour une même pression verticale X, la poussée horizontale $\frac{1}{\frac{dx}{dH}}$ atteint sa plus petite valeur, et il faut adopter le signe *plus*. Le second cas se réalise quand un mur, sous l'action d'une pression extérieure énergique, refoule derrière lui le massif qu'il soutient; c'est alors le signe *moins* qu'il faut prendre. On se borne d'ordinaire à l'étude du premier mode d'équilibre-limite, à celui pour lequel l'inverse $\frac{dx}{dH}$ de la poussée horizontale est le plus grand possible, et que régit l'équation (β) prise avec le signe supérieur $+$.

Afin d'éviter de se servir de cette équation (β), M. Rankine a allégué une prétendue difficulté de choisir entre les deux signes dont peut être affecté le radical. Dans le doute, il aurait dû traiter le problème en adoptant successivement l'un et l'autre signe. Mais il lui aurait suffi, pour lever l'indétermination, d'observer que la loi de la continuité oblige de prendre la formule avec le même signe dans le cas d'un talus supérieur courbe que dans celui d'un talus plan, lequel est un simple cas particulier du précédent.

Hypothèse adoptée par M. Rankine; ses conséquences.

III. Les deux équations du problème étant ainsi (α) et (β), on tirera de la seconde X en fonction de $\frac{dx}{dH}$, $\frac{dx}{dy}$, et la substitution de cette valeur de X dans la première changera (α) en une équation aux dérivées partielles du second ordre ne contenant plus que x. Si l'on pouvait intégrer celle-ci, on aurait donc une expression de x, affectée de deux fonctions arbitraires qui représenteraient, pour $H = 0$, les valeurs de x et de $\frac{dx}{dH}$ correspondantes à toutes les valeurs de y. Comme on suppose données, sur la surface supérieure SS_1, ou pour $H = 0$, les valeurs $x_0 = f(y)$, $X_0 = \Phi(y)$ de x, X, et par suite, d'après (β), celles de $\frac{dx}{dH}$, la détermination des deux fonctions arbitraires se ferait immédiatement. La fonction x étant ainsi connue, la formule (β) donnerait X et le problème de la distribution des pressions aux divers points du

Digitized by Google

milieu se trouverait résolue. Malheureusement, tant qu'on tient compte du poids du massif, ou qu'on ne pose pas $G = 0$, l'intégration qu'il faudrait effectuer pour cela paraît inabordable, si ce n'est, par approximation, lorsqu'il s'agit d'un massif ébouleux à l'intérieur duquel le coefficient différentiel $\frac{dx}{dy}$ est supposé assez peu variable (*).

Aussi M. Rankine a-t-il remplacé la seconde équation, (β), du problème par une *hypothèse* capable de rendre la première, (α), facilement intégrable. Il a tenté de généraliser un fait que présentent les massifs pesants, latéralement indéfinis, mais limités supérieurement par un talus *plan :* alors la pression verticale, Xdy, que supporte l'élément A_1A_2, équivaut au poids de la colonne de matière située au-dessus et varie proportionnellement à la profondeur, tandis que la poussée horizontale H, par une conséquence nécessaire, croît proportionnellement au carré de cette profondeur; la pression X, ainsi égale au produit d'une constante par $\sqrt{H}$, est une simple fonction de H. M. Rankine a cru pouvoir admettre qu'il en serait généralement de même, ou que la partie de la pression verticale X qui est due au poids du massif pourrait toujours être égalée avec une approximation suffisante à une simple fonction F, supposée connue, de la poussée H. Il a donc admis l'équation suivante

$$(\gamma) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad X = F(H) + \Phi(y),$$

dans laquelle le terme F(H), le seul de l'expression de X qui varie le long d'une même verticale et qui puisse provenir du poids des couches super-

(*) Mais l'intégration approchée dont il s'agit se fait alors plus simplement en coordonnées rectilignes, par la méthode suivie au n° 48 (p. 127) du mémoire précédent, qu'au moyen des coordonnées mixtes de M. Rankine. Quant au cas où l'on suppose $G = 0$, hypothèse applicable à une masse pulvérulente qui supporte des pressions très-grandes par rapport à son poids, l'intégration y est possible en renversant le problème, c'est-à-dire en se demandant, non pas quel est l'état mécanique produit au point dont les coordonnées sont (x, y), mais bien quel est le point (x, y) où se trouve produit un état mécanique déterminé : l'état mécanique en un point est d'ailleurs complétement défini (comme il a été dit au bas de la page 136 ci-dessus) par deux quantités distinctes, parfaitement susceptibles d'être choisies comme variables indépendantes, et qui sont 1° la pression moyenne p, caractérisant l'état mécanique *en grandeur,* 2° un angle, tel que l'inclinaison de la force principale la plus petite F_2 sur les x positifs, qui fixe son *mode d'orientation.* On peut voir à ce sujet, dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* (t. LXXVIII, p. 757), un article des 16 et 23 mars 1874, intitulé : *Sur les lois de distribution plane des pressions à l'intérieur de corps en équilibre-limite.*

Digitized by Google

posées du massif, est ce qu'il appelle *pression verticale intrinsèque;* il désigne, au contraire, sous le nom de *pression verticale extrinsèque,* l'autre terme $\Phi(y)$, auquel se réduit X pour $H = 0$ ou qui représente *la surcharge* supportée, en chaque point de la surface SS_1, par l'unité de projection horizontale de son aire.

Posons

$$(\delta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad u = x - \frac{F(H)}{G},$$

et la relation (α), après substitution à X de sa valeur (γ), deviendra

$$(\varepsilon) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{du}{dH} = \frac{1}{G}\frac{d^2u}{dy^2}.$$

Si H désignait le temps et u la température, celle-ci, (ε), serait précisément l'équation du mouvement de la chaleur le long d'une barre athermane homogène, placée parallèlement à l'axe des y, et dont la matière aurait, avec un pouvoir émissif nul, un coefficient de conductibilité convenablement choisi. L'intégrale classique de cette équation est

$$(\zeta) \quad \ldots\ldots \quad u = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-m^2} f\left(y + 2m\sqrt{\frac{H}{G}}\right) dm,$$

où f désigne une fonction arbitraire. Différentions en effet (ζ) par rapport à H, et, observant que $me^{-m^2}dm = \frac{1}{2}d(-e^{-m^2})$, intégrons le résultat par parties : il viendra

$$\frac{du}{dH} = \frac{1}{\sqrt{\pi GH}}\int_{-\infty}^{\infty} f'\left(y + 2m\sqrt{\frac{H}{G}}\right) me^{-m^2}dm = \frac{1}{G\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-m^2} f''\left(y + 2m\sqrt{\frac{H}{G}}\right) dm.$$

D'ailleurs, la même relation (ζ), différentiée deux fois par rapport à y, donne

$$\frac{d^2u}{dy^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-m^2} f''\left(y + 2m\sqrt{\frac{H}{G}}\right) dm;$$

l'équation (ε) est donc bien vérifiée.

Digitized by Google

D'après l'expression (δ) de u, l'intégrale (ζ) revient à

$$(\zeta') \quad \ldots \ldots \quad x = \frac{F(H)}{G} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-m^2} f\left(y + 2m\sqrt{\frac{H}{G}}\right) dm.$$

Pour $H = 0$ et par suite $F(H) = 0$, cette valeur de x se réduit à

$$x_0 = \frac{f(y)}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-m^2} dm = f(y):$$

ainsi la fonction f ne diffère pas de celle qui représente, pour toutes les valeurs de y, l'ordonnée connue x_0 de la surface supérieure SS_1, et tout est déterminé dans les expressions (γ), (ζ') des deux quantités cherchées X, x.

Posons

$$y + 2m\sqrt{\frac{H}{G}} = y',$$

de manière à substituer à m, sous le signe d'intégration, la nouvelle variable y' : il viendra

$$m = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{G}{H}}(y' - y), \quad dm = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{G}{H}}\, dy',$$

et la formule (ζ'), si l'on observe que $\sqrt{\pi} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-m^2} dm$, deviendra

$$(\zeta'') \quad \ldots \ldots \quad x - \frac{F(H)}{G} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{G}{4H}(y'-y)^2} f(y')\, dy'}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{G}{4H}(y'-y)^2} dy'}.$$

On voit que l'expression de $x - \frac{F(H)}{G}$, pour des valeurs données de y et de H, c'est-à-dire en un point d'une parallèle déterminée à l'axe des x, est une moyenne de toutes les ordonnées $f(y')$ de la surface initiale SS_1, mais une moyenne prise en affectant chacune d'elles d'un coefficient d'importance, ou *taux*, $e^{-\frac{G}{4H}(y'-y)^2}$, d'autant plus voisin de sa limite supérieure 1 que le carré $(y' - y)^2$ de la distance de cette ordonnée à la parallèle dont il s'agit est plus petite et que la poussée horizontale H, exercée au-dessus du point considéré, est plus grande. Le *taux* tend à s'égaliser à mesure que H

Digitized by Google

grandit : par suite, à une certaine profondeur au-dessous de la surface SS_1, les ondulations plus ou moins irrégulières de cette surface cessent de faire sentir leur influence, et l'excès de x sur $\frac{F(H)}{G}$ devient simplement égal, le long de la parallèle considérée, à la moyenne des ordonnées, $f(y')$, de la surface SS_1, qui sont comprises à droite et à gauche de cette parallèle jusqu'à des distances d'autant plus grandes que le point dont il s'agit est situé à une profondeur plus considérable.

Telles sont les lois assez simples qui régiraient les variations de x en fonction de H, et par conséquent la poussée, si la relation hypothétique (γ) était admissible.

M. Rankine examine en particulier le cas où le profil de la surface SS_1 ne s'écarte d'une droite $x_0 = Ay$, représentant sa position moyenne, que par des ondulations toutes pareilles, dont il appelle 2B la longueur en projection horizontale. On sait que l'excès $x_0 - Ay$ peut alors s'obtenir par la superposition des ordonnées d'une infinité de sinusoïdes, dont chacune aurait l'équation

$$x = C_n \sin \frac{n\pi y}{B} + C'_n \cos \frac{n\pi y}{B},$$

où n désigne un nombre entier positif quelconque et C_n, C'_n deux coefficients à déterminer. L'équation de la surface supérieure SS_1 est donc

$$(\eta) \quad \ldots\ldots\ldots \quad x_0 - Ay = \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(C_n \sin \frac{n\pi y}{B} + C'_n \cos \frac{n\pi y}{B} \right).$$

Les coefficients C_n, C'_n se déterminent d'après la règle ordinaire de Fourier, c'est-à-dire en multipliant la relation (η), soit par $\frac{dy}{B} \sin \frac{n\pi y}{B}$, soit par $\frac{dy}{B} \cos \frac{n\pi y}{B}$, et intégrant les résultats dans toute l'étendue d'une période, de $-B$ à B ; si l'on a égard à ce que, chaque fois, tous les termes du second membre, sauf un seul, donnent des intégrales identiquement nulles, il vient

$$(\eta') \quad \ldots \quad C_n = \frac{1}{B} \int_{-B}^{B} (x_0 - Ay) \sin \frac{n\pi y}{B} dy, \quad C'_n = \frac{1}{B} \int_{-B}^{B} (x_0 - Ay) \cos \frac{n\pi y}{B} dy \ (*).$$

(*) C'est sans doute par mégarde que M. Rankine n'a pris les intégrales de ses formules (30) que de $-\frac{B}{2}$ à $\frac{B}{2}$, et les a par suite multipliées par $\frac{2}{B}$: il avait dû d'abord appeler B la longueur entière d'une ondulation, non la demi-longueur, et il aura laissé subsister, dans ces formules (30), sa première notation.


Digitized by Google

L'équation de la surface SS_1 se trouvant mise sous la forme (η), il vaut mieux prendre pour expression de u, au lieu de celle, (ζ), qui convient au cas d'un profil supérieur quelconque, la somme d'une infinité d'intégrales particulières, dont la première est Ay, et dont les autres sont de la forme

$$e^{-\frac{n^2\pi^2 H}{GB^2}}\left(C_n \sin\frac{n\pi y}{B} + C'_n \cos\frac{n\pi y}{B}\right):$$

chacune de ces expressions satisfait identiquement à l'équation linéaire (ε), qui est par suite vérifiée par leur somme. En substituant à u sa valeur (δ), il vient ainsi, pour tenir lieu de (ζ'),

$$(\theta) \quad \ldots\ldots x = \frac{F(H)}{G} + Ay + \sum_{n=1}^{n=\infty} e^{-\frac{n^2\pi^2 H}{GB^2}}\left(C_n \sin\frac{n\pi y}{B} + C'_n \cos\frac{n\pi y}{B}\right);$$

et cette formule, quand $H = 0$, $F(H) = 0$, se réduit bien à l'équation (η) de la surface supérieure SS_1.

IV. Au § 19 de son mémoire, M. Rankine a donné encore, d'après M. William Thomson, un procédé graphique pour intégrer de proche en proche l'équation (ε). J'indiquerai ici comment ce procédé pourrait être appliqué presque aussi simplement à l'intégration même des deux équations vraies (α) et (β) du problème. Mode graphique approché d'intégration.

Concevons qu'on ait divisé l'axe horizontal des y en petites parties Δy, d'une grandeur arbitraire mais constante, puis qu'on ait mené de haut en bas, par les points de division, des verticales indéfinies. On suppose connues l'ordonnée x et la pression verticale X pour $H = 0$, c'est-à-dire aux points d'intersection de la surface supérieure SS_1 par ces verticales, et l'on se propose de déterminer de proche en proche, sur chacune de celles-ci, les deux fonctions x et X aux points où la poussée horizontale H, exercée au-dessus, prend des valeurs successives, très-voisines et équidistantes, ΔH, $2\Delta H$, $3\Delta H$, ... Il suffit évidemment de montrer comment on obtiendra, dès que x et X seront connus pour une certaine valeur de H, les accroissements $\Delta_H x$, $\Delta_H X$ qu'éprouvent ces quantités le long des mêmes verticales quand H croît de ΔH.


Digitized by Google

On pourra d'abord, dans les deux équations (α), (β), remplacer, sauf erreur relative négligeable, les dérivées partielles $\frac{dx}{dH}$, $\frac{dX}{dH}$ par $\frac{\Delta_H x}{\Delta H}$, $\frac{\Delta_H X}{\Delta H}$. Évaluons actuellement les dérivées $\frac{dx}{dy}$, $\frac{d^2x}{dy^2}$: à cet effet, considérons, le long de la courbe d'égale poussée horizontale H, l'ordonnée x de son intersection par la verticale d'abscisse y et les deux ordonnées pareilles qui correspondent aux deux verticales voisines, dont les abscisses sont $y + \Delta y$, $y - \Delta y$. La série de Taylor donne, pour valeurs développées de ces ordonnées, que j'appellerai respectivement x_1, x_{-1},

$$x_1 = x + \frac{dx}{dy}\Delta y + \frac{1}{2}\frac{d^2x}{dy^2}(\Delta y)^2 + \frac{1}{6}\frac{d^3x}{dy^3}(\Delta y)^3 + \frac{1}{24}\frac{d^4x}{dy^4}(\Delta y)^4 + \cdots,$$
$$x_{-1} = x - \frac{dx}{dy}\Delta y + \frac{1}{2}\frac{d^2x}{dy^2}(\Delta y)^2 - \frac{1}{6}\frac{d^3x}{dy^3}(\Delta y)^3 + \frac{1}{24}\frac{d^4x}{dy^4}(\Delta y)^4 + \cdots,$$

et l'on déduit de celles-ci

$$\frac{x_1 - x_{-1}}{2\Delta y} = \frac{dx}{dy} + \frac{1}{6}\frac{d^3x}{dy^3}(\Delta y)^2 + \cdots, \quad \frac{x_1 + x_{-1} - 2x}{(\Delta y)^2} = \frac{d^2x}{dy^2} + \frac{1}{12}\frac{d^4x}{dy^4}(\Delta y)^2 + \cdots,$$

ou plus simplement, en négligeant des quantités très-petites de l'ordre de $(\Delta y)^2$,

$$(\iota) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{dx}{dy} = \frac{x_1 - x_{-1}}{2\Delta y}, \quad \frac{d^2x}{dy^2} = \frac{x_1 + x_{-1} - 2x}{(\Delta y)^2}.$$

Supposons qu'on ait mené, dans la courbe d'égale poussée horizontale H, la corde qui joint ses deux points situés sur deux verticales voisines de celle, d'abscisse y, que l'on considère : cette corde aura évidemment pour demi-projection verticale la demi-différence $\frac{1}{2}(x_1 - x_{-1})$, que je désignerai par l. De plus, la demi-somme $\frac{1}{2}(x_1 + x_{-1})$ sera l'ordonnée du point où la même corde coupe la verticale considérée, ayant l'abscisse y; l'expression $\frac{1}{2}(x_1 + x_{-1}) - x$ représente par suite la flèche comprise entre ce point d'intersection et celui où la même verticale coupe la courbe d'égale poussée horizontale H : j'appellerai ε cette flèche, qui est du second ordre de petitesse. Les formules (ι) deviendront ainsi

$$(\iota') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{dx}{dy} = \frac{l}{\Delta y}, \quad \frac{d^2x}{dy^2} = \frac{2\varepsilon}{(\Delta y)^2},$$

Digitized by Google

et les relations (β), (α), multipliées par ΔH, prendront les formes approchées

$$(\kappa) \quad . \; . \; (\Delta_H x)\, X \cos^2\varphi = \left(1 \pm \sqrt{\sin^2\varphi - \frac{l^2}{(\Delta y)^2}\cos^2\varphi}\right)^2 \Delta H, \qquad \Delta_H x - \frac{\Delta_H X}{G} = \frac{2\Delta H}{G\,(\Delta y)^2}\,\varepsilon.$$

On tirera $\Delta_H x$ de la première de ces équations. La deuxième donnera ensuite $\Delta_H X$: on la rendrait extrêmement simple en prenant, avec M. Rankine, l'accroissement arbitraire et très-petit ΔH égal à $\frac{1}{2}\, G\,(\Delta y)^2$, ce qui réduirait le second membre à ε.

Une difficulté se présente à la surface SS_1 dans le cas le plus intéressant, qui est celui où la surcharge $X_0 = \Phi(y)$ s'y trouve nulle. Alors la première surface d'égale poussée horizontale se confond bien, comme l'a admis M. Rankine, avec la surface libre du massif. En effet, si l'on conçoit une couche mince de matière comprise entre deux petites parties correspondantes de la surface libre et d'une surface parallèle et infiniment voisine menée au-dessous, les pressions exercées sur la tranche (ou contour) de cette couche seront négligeables par rapport à celles que supportera sa base inférieure : la cause en est dans la faible étendue relative de cette tranche et dans la nature du milieu, qui ne comporte pas, en un même point, l'existence de pressions beaucoup plus grandes dans un sens que dans un autre (puisque le rapport de la moindre pression à la plus grande ne peut pas y descendre au-dessous de $\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}$) ; par suite, la pression exercée sur la base inférieure de la couche fait équilibre au poids de celle-ci et se trouve verticale, ce qui revient à dire que les surfaces de poussée uniforme sont, dans le voisinage de la surface libre, sensiblement parallèles à cette surface, ou que celle-ci ne diffère pas de l'une d'elles. Alors, pour $H = 0$, la pression verticale $\Phi(y)$ ou X est nulle, et l'équation (β) donne $\frac{dx}{dH}$ infini. Mais la difficulté se résout aisément, car les équations (α) et (β) s'intègrent aux environs de la surface libre. Multiplions la première, (α), par $2GX$ et éliminons-en $X\,\frac{dx}{dH}$ au moyen de la seconde, (β). Il viendra

$$(\lambda) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \frac{d.X^2}{dH} = \frac{2G}{\cos^2\varphi}\left(1 \pm \sqrt{\sin^2\varphi - \frac{dx^2}{dy^2}\cos^2\varphi}\right)^2 - 2X\,\frac{d^2x}{dy^2}:$$

cette relation, à la surface libre, c'est-à-dire quand on fait $X = 0$, $x = x_0 = f(y)$, se réduit à

$$(\lambda') \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \frac{d.X^2}{dH} = \frac{2G}{\cos^2\varphi}\left(1 \pm \sqrt{\sin^2\varphi - f'(y)^2\cos^2\varphi}\right)^2,$$

Digitized by Google

et elle donne, tant que H est très-petit,

$$X^2 = \frac{2GH}{\cos^2\varphi}\left(1 \pm \sqrt{\sin^2\varphi - f'(y)^2\cos^2\varphi}\right)^2,$$

ou bien

$$(\mu)\quad \ldots \quad \text{(pour H très-petit)} \quad X = \frac{\sqrt{2GH}}{\cos\varphi}\left(1 \pm \sqrt{\sin^2\varphi - f'(y)^2\cos^2\varphi}\right).$$

Cette valeur approchée de X change l'équation (β), spécifiée également pour les points voisins de la surface libre, en celle-ci

$$\frac{dx}{dH} = \frac{1}{\cos\varphi}\left(1 \pm \sqrt{\sin^2\varphi - f'(y)^2\cos^2\varphi}\right)\frac{1}{\sqrt{2GH}},$$

d'où l'on déduit par l'intégration, en observant que $x = f(y)$ pour $H = 0$,

$$(\mu')\quad \ldots \quad \text{(pour H très-petit)} \quad x - f(y) = \frac{1}{\cos\varphi}\left(1 \pm \sqrt{\sin^2\varphi - f'(y)^2\cos^2\varphi}\right)\sqrt{\frac{2H}{G}},$$

Les relations (μ) et (μ') signifient, ce qui était presque évident, que les pressions se trouvent distribuées aux environs d'une petite partie quelconque de la surface libre comme elles le seraient partout si le massif était limité supérieurement, dans toute sa longueur, par le plan tangent à la partie considérée, ou si la dérivée seconde de x en y était nulle. En y remplaçant H par ΔH, leurs premiers membres deviendront les valeurs initiales de $\Delta_H X$, $\Delta_H x$, valeurs que les formules $(\varkappa)$, devenues illusoires à cause de $X = 0$, ne pouvaient pas donner.

La méthode indiquée permettra donc d'obtenir de proche en proche, à part des erreurs le plus souvent négligeables, les valeurs de x, X, et par suite celles des forces N_1, N_2, T [données par les formules (α')], en tous les points du massif indéfini, supposé dans l'état d'équilibre-limite. On pourrait l'étendre au cas d'un massif limité d'un côté par un mur, en prolongeant alors fictivement le profil de la surface libre SS_1 en avant de la face postérieure du mur, comme si le massif était indéfini, mais en disposant de proche en proche de la forme restée arbitraire de ce prolongement, de manière à

Digitized by Google

satisfaire, toutes les fois que ce sera possible, à la condition spéciale à cette face.

La formule (μ) montre combien est inexacte l'hypothèse de M. Rankine, puisque l'expression qu'elle fournit pour X dépend, non pas seulement de H, comme il arriverait si elle pouvait être de la forme F(H), mais encore de y (*). Peut-être trouvera-t-on un jour quelque ordre de phénomènes auquel l'hypothèse considérée sera plus applicable, et qui réalisera ainsi cette curieuse analogie d'une distribution de pressions avec le mouvement de la chaleur dans une barre.

(*) M. Rankine a pris $F(H) = \frac{\sqrt{2GH}}{\cos\varphi}$, c'est-à-dire la moyenne des valeurs que donne la formule (μ) dans les deux cas opposés d'un équilibre-limite par détente et d'un équilibre-limite par compression.

Digitized by Google

ÉCLAIRCISSEMENT RELATIF AU N° 31 (P. 143).

—

J'ai supposé, dans la démonstration des formules (134), (134bis), que la débouchure se forme au moment où l'expulsion du cylindre central par l'orifice exige la même poussée F que la continuation de son écrasement. En effet, on peut admettre : 1° d'une part, que la pression du poinçon produira inévitablement l'écrasement du cylindre central si la hauteur h de celui-ci est très-grande ou que l'orifice soit très-loin de la partie déformée, et qu'elle amènera, au contraire, l'expulsion de ce cylindre par l'orifice si la hauteur h est fort petite; 2° d'autre part, que la poussée F nécessaire pour déformer le bloc varie avec continuité en fonction de h. Par suite, comme la déformation change rapidement de caractère à l'instant où elle cesse d'être un écrasement pour devenir un glissement du cylindre central contre l'anneau qui l'entoure, les deux poussées F nécessaires, l'une pour produire l'écrasement, l'autre pour déterminer l'expulsion de la débouchure, ont bien à ce moment égale valeur.

J'ai admis encore, au même endroit, que la plus grande des forces tangentielles exercées sur les éléments plans se croisant en un même point d'un milieu vaut la demi-différence des deux forces principales extrêmes F_1, F_3. Pour le démontrer, appelons : a, b, c les cosinus des angles que la normale à un élément plan quelconque fait avec les trois forces principales F_1, F_2, F_3 ; a', b', c' et a'', b'', c'' les cosinus analogues pour deux droites rectangulaires prises sur l'élément plan. D'après les formules (22) [p. 26], la composante normale $\mathfrak{N}$ (appelé N_1 dans ces formules) de l'action exercée sur l'élément plan vaudra $F_1a^2 + F_2b^2 + F_3c^2$; et la composante tangentielle $\mathfrak{T}$ de la même force aura pour carré

$$\mathfrak{T}^2 = T_3^2 + T_2^2 = (aa'F_1 + bb'F_2 + cc'F_3)^2 + (aa''F_1 + bb''F_2 + cc''F_3)^2.$$

Développons le dernier membre de celle-ci, groupons ensuite les termes semblables, et observons : 1° que les conditions exprimant la triple perpendicularité de F_1, F_2, F_3 don-

Digitized by Google

nent $b'c' + b''c'' = -bc$, etc.; 2° qu'on a aussi $a'^2 + a''^2 = 1 - a^2 = b^2 + c^2$, etc. Il viendra finalement

$$(a) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \mathfrak{T}^2 = (F_2 - F_3)^2 b^2c^2 + (F_3 - F_1)^2 c^2a^2 + (F_1 - F_2)^2 a^2b^2,$$

formule donnée par M. Kleitz, inspecteur général des ponts et chaussées, à la page 20 de son *Étude sur les forces moléculaires dans les liquides en mouvement.*

Cette formule est d'ailleurs équivalente à celle-ci

$$(b) \quad 4\mathfrak{T}^2 = (F_1 - F_3)^2 - 4(F_1 - F_2)(F_2 - F_3)b^2 - \left[(F_1 - F_2)(1 - 2a^2) - (F_2 - F_3)(1 - 2c^2)\right]^2,$$

comme on le reconnait en remplaçant dans l'une et dans l'autre $F_1 - F_3$ par $(F_1 - F_2) + (F_2 - F_3)$ et réduisant. Or l'expression (*b*) de $4\mathfrak{T}^2$ a son premier terme $(F_1 - F_3)^2$ constant, et les deux autres essentiellement négatifs, vu que $F_1 - F_2$ et $F_2 - F_3$ sont de même signe. Le maximum de $\mathfrak{T}^2$ s'obtiendra donc en égalant ces deux derniers termes à zéro. A cet effet, il faudra poser d'abord $b = 0$ et, par suite, $a^2 + c^2 = 1$: alors, le dernier terme de (*b*), si l'on y remplace 1 par $a^2 + c^2$, se réduit à $-(F_1 - F_3)^2(c^2 - a^2)^2$, et il n'est nul que si l'on prend $a^2 = c^2 = \frac{1}{2}$. Ainsi, *la force tangentielle* $\mathfrak{T}$ *devient maximum pour les éléments plans dont la normale est bissectrice de l'angle des deux forces principales extrêmes* F_1, F_3, *et elle vaut alors* $\frac{1}{2}(F_1 - F_3)$.

ÉCLAIRCISSEMENT RELATIF AU N° 53 (P. 151).

Au haut de la page 151, j'ai supposé connu du lecteur le théorème suivant :

Si l'on mène, à partir d'un point quelconque d'un milieu incompressible soumis à des déformations planes, divers éléments rectilignes, matériels, parallèles au plan des déformations, et qu'un de ces éléments n'éprouve ni dilatation, ni contraction, l'élément rectiligne normal à celui-là n'en éprouvera pas non plus, tandis que leur glissement mutuel sera maximum; en outre, ces deux éléments rectilignes seront inclinés de 45° sur les directions des dilatations principales extrêmes δ_1, δ_3 *produites au même point.*



Ce théorème se déduit presque immédiatement des formules (17) [p. 25]. Il suffit 1° d'y poser $\partial_2 = 0$, $b = 0$, $b' = 0$, $a = \cos\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\beta$, $c = \cos\beta$, $a' = \cos\beta$, $c' = \cos\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\beta$, [$\beta$, $\beta + \frac{\pi}{2}$ désignant ainsi les angles que font avec la dilatation principale la plus petite ∂_3 les éléments rectilignes dont ∂_x, ∂_y exprimeront les dilatations linéaires], et 2° d'observer que la condition d'incompressibilité, devenue $\partial_1 + \partial_3 = 0$, donne $\partial_3 = -\partial_1$, pour réduire les valeurs de ∂_x, ∂_y, g_{xy} à

$$\partial_x = -\partial_1 \cos 2\beta, \quad \partial_y = \partial_1 \cos 2\beta, \quad g_{xy} = 2\partial_1 \sin 2\beta.$$

On voit : 1° que les valeurs de β qui annulent ∂_x sont bien les multiples impairs de $\frac{\pi}{4}$; 2° qu'elles sont les mêmes que celles qui annulent ∂_y et les mêmes que celles qui donnent à g_{xy} sa valeur absolue la plus grande $2\partial_1$.

ERRATA.

Page 7, ligne 9 en remontant; *au lieu de :* dans des conditions, *lire :* au milieu de circonstances.
Page 18, ligne 7 du n° 8; *au lieu de :* régidité, *lire :* rigidité.
Page 48, ligne 3 avant la formule (62bis); *au lieu de :* ζ, *lire :* ζ'.
Page 56, ligne 3; *au lieu de :* $\cos(\beta - \beta_0)$, *lire :* $\cos 2(\beta - \beta_0)$.
Page 110, ligne 11 du n° 45; *au lieu de :* frottement naturel, *lire :* frottement mutuel.
Page 113, ligne 6; *au lieu de :* $\mathfrak{T}'$, *lire :* T'.


Digitized by Google

TABLE DES MATIÈRES.

INTRODUCTION.

Digitized by Google

§ III. — Équations différentielles de l'équilibre d'élasticité des massifs pulvérulents.

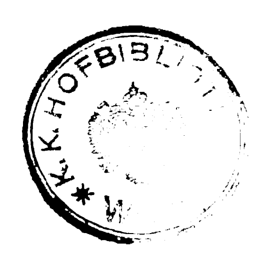
§ IV. — Leur intégration, quand le massif est limité supérieurement par un plan et indéfini dans les autres sens.

§ V. — Étude du même massif, quand on le suppose, non plus indéfini, mais soutenu d'un côté par un mur plan qui coupe son talus supérieur suivant une horizontale.

§ VI. — Des modes d'équilibre qui cessent d'être possibles, par suite des limites d'élasticité de la matière pulvérulente.

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google



Lith. par G. Severeyns Bruxelles.

Digitized by Google

Digitized by Google



Lith par G. Severeyns Bruxelles.

Digitized by Google



Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google



Lith par G. Severeyns Bruxelles

Digitized by Google

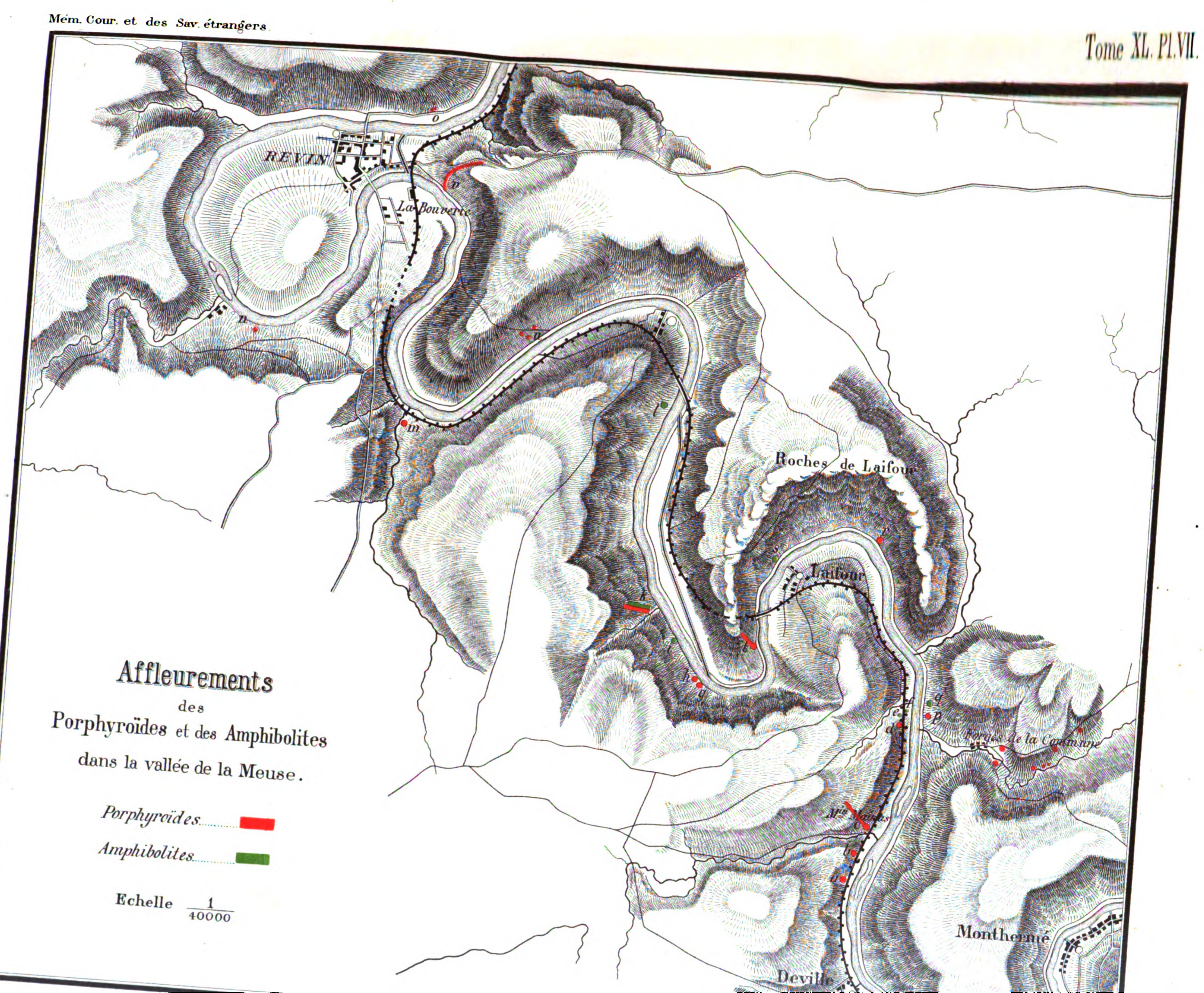
Digitized by Google



Lith par G. Severeyns Bruxelles

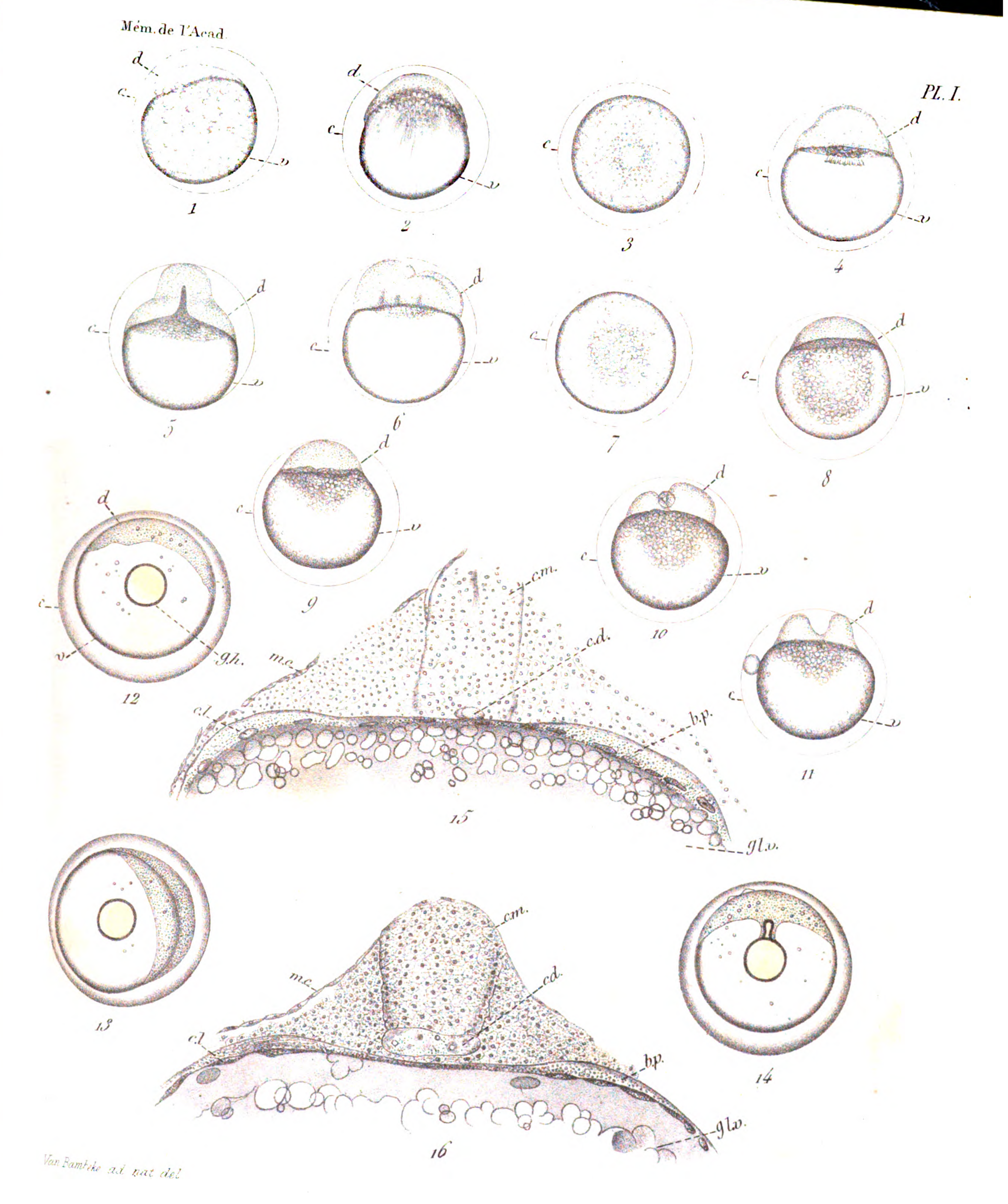
Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google



Lith. par G. Severeyns Bruxelles

Digitized by Google

Digitized by Google

PL. II.



Van Bambeke ad. nat. del.

Lith. par G. Severeyns Bruxelles

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google



Lith. par G. Severeyns Bruxelles

Diorite quartzifère de Quenast et Rebecq - Carrière des Buts.
(17 Juillet 1874)

Digitized by Google

Digitized by Google



Lith. par G. Severeyns Bruxelles.

Diorite quartzifère de Lessines montrant la Structure colonnaire.
(Carrière de M. Tacnière)

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

